

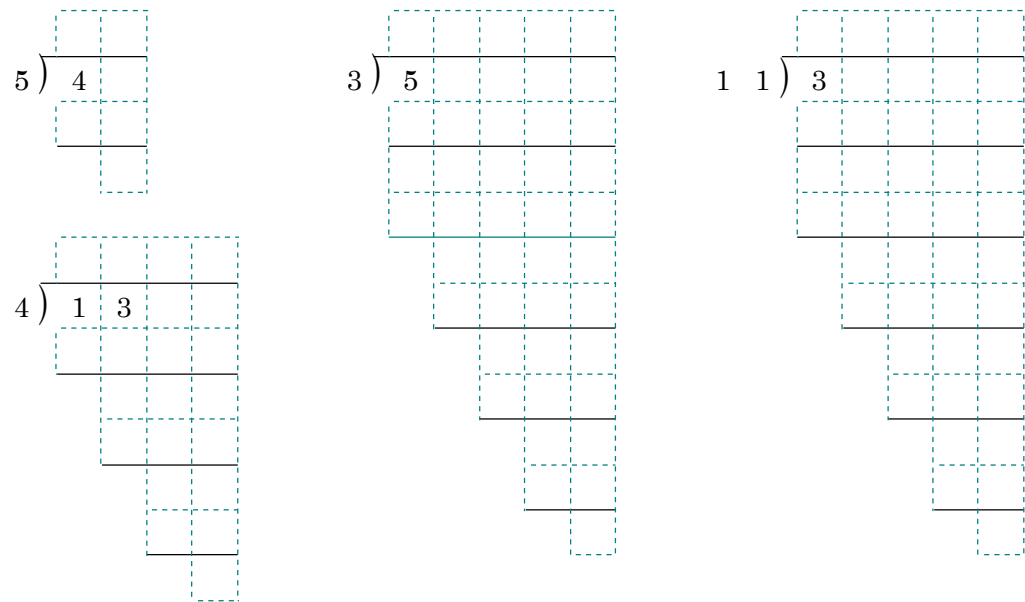
基礎数学 分数と小数

()年()組()番()

循環小数

分数の分子を分母で割り、小数で表してみる。

$$\frac{4}{5} = 4 \div 5 = \qquad \frac{5}{3} = 5 \div 3 =$$
$$\frac{13}{4} = 13 \div 4 = \qquad \frac{3}{11} = 3 \div 11 =$$



$\frac{4}{5}$ や $\frac{13}{4}$ のように 小数で表すと有限の桁数になる数を () 小数 という。

$\frac{5}{3}$ や $\frac{3}{11}$ のように 小数で表すと桁数が無限になる数を () 小数 という。

無限小数のうち、ある位以下の数字の並びを繰り返す数を 循環小数 という。

一つの数字を繰り返す場合は、その数字の上に・をつける。

数字の並びを繰り返す場合は、繰り返しの最初と最後の数字の上に・をつける。

$$0.1\ 1\ 1\ 1\ \cdots = 0.\dot{1} \qquad 0.1\ 6\ 6\ 6\ \cdots = 0.1\ \dot{6} \qquad 0.2\ 2\ 5\ 2\ 5\ \cdots = 0.2\ \dot{2}\ \dot{5}$$

問題 A 次の分数を循環小数で表せ。

$$(1) \frac{2}{3} = \left(\frac{6}{9} \right) \qquad (2) \frac{2}{11} = \left(\frac{18}{99} \right)$$

一般に『分数 $\frac{m}{n}$ を小数で表すとき、割り切れずに n 回以上割り算が続くと各回の余りは 1, 2, 3, \cdots , $n-1$ のいずれかであるから、少なくとも 2 つは同じ数になる。

よって、同じ余りになったとき以降は、同じ割り算の繰り返しになる』。この『』の中で用いた考え方を鳩の巣原理という。

したがって、 $\frac{m}{n}$ が n 回以上割り算が続くと循環小数になる。

小数第 k 位までの有限小数は $\frac{\text{整数}}{10^k}$ と表される。 $10 = 2 \times 5$ であるから

分母の素因数が 2, 5 のみの分数は、分母と分子に 2, 5 を掛けると $\frac{\text{整数}}{10^k}$ の形になる。

よって、 m が整数、 n が正の整数のとき、分数 $\frac{m}{n}$ は、次のいずれかになる。

- (1) m が n の倍数のときは、() になる。
- (2) n の素因数が 2, 5 のみのときは、() になる。
- (3) (1), (2) に該当しないときは () になる。

問題 B 次の分数のうち、有限小数で表されるものをいえ。

$$\frac{7}{4}, \quad \frac{8}{5}, \quad \frac{13}{6}, \quad \frac{5}{8}, \quad \frac{11}{22}, \quad \frac{15}{128}$$

問題 C $\frac{1}{7} = 0.\dot{1}\ 4\ 2\ 8\ 5\ \dot{7}$ を利用して、次の分数を小数で表せ。

$$(1) \frac{1}{70} \qquad (2) \frac{2}{7}$$

問題 D $\frac{1}{7}$ を小数で表したときの小数第 20 位の数字を求めよ。

基礎数学 分数と小 数 ()組()番()

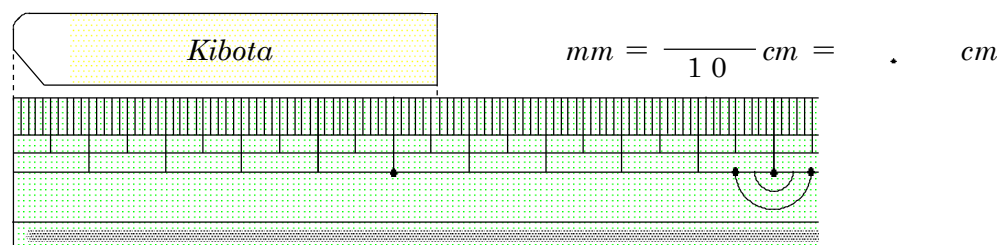
1週間で問題集の $\frac{1}{10}$ を解答した。

10週間で $\frac{1}{10} \times 10 = 1$ よって1冊が終わる。

この $\frac{1}{10}$ を 0.1 と小 数で表す。0を整数，"."を小 数点という。

問題 A 次のチョークの長さは何 mm か，また何 cm か調べよ。

10mm で1cm だから $1mm = \frac{1}{10} cm = 0.1 cm$



分数と小 数の関係は

$$1 = \underbrace{\frac{1}{1}}_{\div 10} \times 10 = \underbrace{\frac{1}{10}}_{\div 10} \times 10 = \underbrace{\frac{1}{100}}_{\div 10} \times 10 = \underbrace{\frac{1}{1000}}_{\div 10} \times 10 = \frac{1}{10000}$$

富士山の高さは3776mである。これをkmで表すと，

$$1000m = 1km, \quad 100m = \frac{1}{10} km = 0.1km, \quad 10m = \frac{1}{100} km = 0.01km, \quad 1m = \frac{1}{1000} km = 0.001km$$

$$\begin{aligned} 3776m &= 3 \times 1000m + 7 \times 100m + 7 \times 10m + 6 \times 1m \\ &= 3 \times 1km + 7 \times 0.1km + 7 \times 0.01km + 6 \times 0.001km \\ &= 3 km + 0.7 km + 0.07 km + 0.006 km = 3.776 km \end{aligned}$$

円周率 $\pi = 3.14$ を分数になおすと

$$\left. \begin{aligned} &\rightarrow \frac{1}{100} \text{の位} \quad \frac{1}{100} \\ &\rightarrow \frac{1}{10} \text{の位} \quad \frac{1}{10} \\ &\rightarrow 1 \text{の位} \quad 3 \end{aligned} \right\} = \frac{3}{100} + \frac{1}{100} + \frac{1}{100} = \frac{5}{100}$$

小 数のかけ算 5.2×4.3 ，割り算 $22.36 \div 5.2$ を考える。

$$\begin{aligned} 5.2 &\xrightarrow{\div 10} 0.52 \\ \times 4.3 &\quad \quad \quad \times 4.3 \\ \hline 156 &\quad \quad \quad 156 \\ 208 &\quad \quad \quad 208 \\ \hline 2236 &\xrightarrow{\div 10} 223.6 \end{aligned}$$

小 数点以下が2桁なら答も2桁にする。

$$22.36 \div 5.2 = (22.36 \times 10) \div (5.2 \times 10) = 223.6 \div 52$$

$$\begin{aligned} 5.2 \overline{) 22.36} &\Rightarrow 5.2 \overline{) 223.6} \\ &\quad \quad \quad 43 \\ &\quad \quad \quad \hline &\quad \quad 208 \\ &\quad \quad \quad \hline &\quad \quad 156 \\ &\quad \quad \quad \hline &\quad \quad 156 \\ &\quad \quad \quad \hline &\quad \quad 0 \end{aligned}$$

2Lのウーロン茶を3人で分けました。一人分は何Lか？

$$2 \div 3 = 0.666 \dots (6 \text{ が無限に続く}) = 0.\dot{6} = \frac{2}{3} \text{ と表す。}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$$

$$7 \text{ 人で分けると } 2 \div 7 = 0.2857142857142 \dots (285714 \text{ が無限に続く}) = 0.\dot{2}85714 = \frac{2}{7} []$$

繰り返しの始まりと終わりの数字の上に"."を付ける。この様な数を循環小 数という。

$\frac{b}{a}$ は「1個のものをa個に分けたb個分」または「b個のものをa個に分ける」

循環小 数を分数(有理数)にするには繰り返しの桁数の回数分10をかけて引く。

$$(1) \quad r = 0.\dot{3} = 0.3333 \dots \quad (2) \quad r = 0.\dot{1}2\dot{3} = 0.123123 \dots$$

$$\begin{array}{r} 10r = 3.333 \dots \\ -) \quad r = 0.333 \dots \\ \hline 9r = 3 \end{array}$$

$$r = \frac{3}{9} =$$

$$\begin{array}{r} 1000r = 0.1231231 \dots \\ -) \quad r = 0.1231 \dots \\ \hline 999r = 123 \end{array}$$

$$r = \frac{123}{999} =$$

問題 B 次の分数を小 数にせよ。

$$(1) \quad \frac{1}{4} \quad (2) \quad \frac{3}{8} \quad (3) \quad \frac{4}{6}$$

問題 C 次の循環小 数を分数にせよ。

$$(1) \quad 0.\dot{6} \quad (2) \quad 0.\dot{1}\dot{2} \quad (3) \quad 0.\dot{3}1\dot{2}$$

小 数を発明したのは！！

紀元前3500年にはバビロニアで分数が使われていた。 $\pi = \frac{25}{8}$

シモン・ステヴィン (Stevin Simon 1548～1620) $\pi = 3\textcircled{0}1\textcircled{4}2\textcircled{1}3\textcircled{5}$

ベルギーの数学者、会計士，1585年「10進法(La Disme)」で小 数を使う。

ジョン・ネイピア (John Napier 1550～1620) $\pi = 3.1415$

イギリスの数学者，対数を発明，1617年に小 数点を使う。