

1. 次の行列はどのような対称移動を表すか求めよ。
What kind of symmetric transformation does the following matrix represent ?

例題	問題
<p>① $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$</p> <p>$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$</p> <p>$x' = x$, $y' = -y$</p> <p>x 軸に関する対称移動 Symmetry about the x-axis</p>	<p>① $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$</p>
<p>② $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$</p> <p>$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$</p> <p>$x' = y$, $y' = x$</p> <p>$y = x$ に関する対称移動 Symmetry about $y=x$</p>	<p>② $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$</p>

2. 次の点を対応させる1次変換の行列Aを求めよ。
Find the matrix A of linear transformation that matches the following points.

例題 $(0, 2) \rightarrow (2, 4)$, $(1, 3) \rightarrow (5, 9)$

$A \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$, $A \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \end{pmatrix}$

$A \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

$A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}}}$

問題 $(2, 3) \rightarrow (8, 3)$, $(1, 1) \rightarrow (3, 1)$

3. 1次変換の行列Aによって、点Pが点Qに移された。
点P(x, y)の座標を求めよ。
Point P is transformed to point Q by the linear transformation matrix A.
Find the coordinates of point P (x, y).

例題 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $Q(8, 3)$

$A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}}}$

問題 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $Q(5, 9)$

4. 原点を中心とする回転移動によって、次の点はどこへ移動するのか。
Where will the next point move when rotated around the origin ?

例題 $P(2\sqrt{3}, 2)$ を原点を中心として 30° 回転

点 $Q(x, y)$ に移動したとすると

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 30^\circ & -\sin 30^\circ \\ \sin 30^\circ & \cos 30^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2\sqrt{3} \\ 2 \end{pmatrix}$

$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2\sqrt{3} \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2\sqrt{3} \end{pmatrix}$

点 $(2, 2\sqrt{3})$ に移動する。

問題① $P(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ を原点を中心として 45° 回転

問題② $P(2\sqrt{3}, 2)$ を原点を中心として -30° 回転