

数学C 行列 ()年()組()番()

行列の意味

右の表は、2つの店P, Qにおける3種類の商品の売り上げ個数を示したものである。

	a	b	c
P	3	5	4
Q	2	4	3

この表から、数値だけを同じ並びのまま抜き出し、両側を括弧で囲んで書くと次の形になる。このように数を長方形の形に書き並べたものを()といい、括弧の中のそれぞれの数をこの行列の()という。

行列において、成分の横の並びを()といい、第1行 (a_{11} a_{12} a_{13})
上から順に、第1行, 第2行, ... という。第2行 (a_{21} a_{22} a_{23})

また、成分の横の並びを()といい、左から第1列, 第2列, 第3列, ... という。

行列の第i行と第j列の交点の成分を、(i, j)成分という。行がm個, 列がn個の行列をm行n列の行列またはm×n行列という。特に、n×n行列を、n次の正方行列という。

1行だけの行列を行ベクトル, 1列だけのベクトルを列ベクトルという。

問題A 次の行列は何行何列の行列か、また、(1)~(4)は(1, 2)成分も答えよ。

- (1) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$ (3) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ (4) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix}$ (5) $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

行列の相等

行列A, Bの行と列が等しいとき、行列AとBは同じ型の行列である。行列A, Bが同じ型で、対応する成分がそれぞれ等しいとき、A, Bは()といい、(A B)と表す。

2次の正方行列では $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$ のとき、(a = , b = , c = , d =)になる。

問題B 次の等式を満たす定数a, b, c, dを求めよ。

- (1) $\begin{pmatrix} a & b \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ c & d \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} a+b & 2c \\ a-b & 4-d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

行列の加法

2つの店P, Qにおける3種類の商品の売り上げ個数を1月と2月を集計した。2ヶ月分をまとめると、右端の表になる。

1月	a	b	c
P	3	5	4
Q	2	4	3

2月	a	b	c
P	1	2	4
Q	3	5	4

集計	a	b	c
P			
Q			

この集計から、次の計算が考えられる。

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \end{pmatrix}$$

同じ型の行列A, Bについて、対応する成分の和を成分とする行列の和をAとBとの和といい、(A B)と表す。

2次の正方行列では $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$ になる。

数やベクトルと同じように、同じ型の行列の加法では、次の法則が成り立つ。

交換法則 (A + B =) 結合法則 ((A + B) + C =)

$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ のように成分全てが0の行列を()といい、()と表す。

行列Aの各成分の符号を変えた行列を()で表す。

行列Aと零行列Oが同じ型のとき、次のことが成り立つ。

(A + O = O + A =) (A + (-A) = (-A) + A =)

行列の減法

同じ型の行列A, Bについて、対応する成分の差を成分とする行列の和をAとBとの和といい、(A B)と表す。

2次の正方行列では $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$ になる。

問題C 次の計算をせよ。

- (1) $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 & 6 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}$