数学B　標本調査　課題　　　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　)

例題

袋に 1 ～ 3 の番号の玉が数字の数分入っている。
この 6 個の玉を母集団とし，番号を変量 X とする。

(1) X の母集団分布を求めよ。

X	1	2	3	計
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$	1

(2) X の母平均 m を求めよ。

$$m = 1\times\frac{1}{6} + 2\times\frac{2}{6} + 3\times\frac{3}{6} = \frac{7}{3}$$

(3) X の母分散 σ^2 を求めよ。

$$\sigma^2 = 1^2\times\frac{1}{6} + 2^2\times\frac{2}{6} + 3^2\times\frac{3}{6} - \left(\frac{7}{3}\right)^2$$

$$= \frac{36}{6} - \frac{49}{9} = \frac{5}{9}$$

(4) この母集団から大きさ 2 の標本を復元抽出する。
この標本平均 $\overline{X}$ の確率分布を求めよ。

$\overline{X}$	1	1.5	2	2.5	3	計
P	$\frac{1}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{12}{36}$	$\frac{9}{36}$	1

$$P(\overline{X} = 1) = \frac{1}{6}\times\frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

$$P(\overline{X} = 1.5) = \frac{1}{6}\times\frac{2}{6} + \frac{2}{6}\times\frac{1}{6} = \frac{4}{36}$$

$$P(\overline{X} = 2) = \frac{1}{6}\times\frac{3}{6} + \frac{2}{6}\times\frac{2}{6} + \frac{3}{6}\times\frac{1}{6}$$

$$= \frac{10}{36}$$

$$P(\overline{X} = 2.5) = \frac{2}{6}\times\frac{3}{6} + \frac{3}{6}\times\frac{2}{6} = \frac{12}{36}$$

$$P(\overline{X} = 3) = \frac{3}{6}\times\frac{3}{6} = \frac{9}{36}$$

(5) 標本平均 $\overline{X}$ の平均 $E(\overline{X})$ を求めよ。　※ $E(\overline{X}) = m$

$$E(\overline{X}) = 1\times\frac{1}{36} + 1.5\times\frac{4}{36} + 2\times\frac{10}{36} +$$

$$2.5\times\frac{12}{36} + 3\times\frac{9}{36} = \frac{84}{36} = \frac{7}{3}$$

(6) 標本平均 $\overline{X}$ の分散 $V(\overline{X})$ を求めよ。※ $V(\overline{X}) = V(X)/n$

$$V(\overline{X}) = 1^2\times\frac{1}{36} + 1.5^2\times\frac{4}{36} + 2^2\times\frac{10}{36} +$$

$$2.5^2\times\frac{12}{36} + 3^2\times\frac{9}{36} - \left(\frac{7}{3}\right)^2 = \frac{5}{18}$$

問題

袋に 1 ～ 3 の番号の玉が入っている。1,3 は 1 個ずつ，
2 は 2 個入っている。この 4 個の玉を母集団とし，
番号を変量 X とする。

(1) X の母集団分布を求めよ。

X	1	2	3	計
P	――	――	――	

(2) X の母平均 m を求めよ。

(3) X の母分散 σ^2 を求めよ。

(4) この母集団から大きさ 2 の標本を復元抽出する。
この標本平均 $\overline{X}$ の確率分布を求めよ。

$\overline{X}$	1	1.5	2	2.5	3	計
P	――	――	――	――	――	

(5) 標本平均 $\overline{X}$ の平均 $E(\overline{X})$ を求めよ。

(6) 標本平均 $\overline{X}$ の分散 $V(\overline{X})$ を求めよ。

数学B　標本調査 2 課題

(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　)

例題　袋に 0, 1, 2 の番号の玉が入っている。1,2 は 1 個ずつ，0 は 2 個入っている。この 4 個の玉を母集団とし，番号を変量 X とする。

(1) X の母集団分布を求めよ。

X	0	1	2	計
P	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

(2) X の母平均 m を求めよ。

$$m = 0\times\frac{2}{4} + 1\times\frac{1}{4} + 2\times\frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

(3) X の母分散 σ^2 を求めよ。

$$\sigma^2 = 0^2\times\frac{1}{4} + 1^2\times\frac{1}{4} + 2^2\times\frac{1}{4} - \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

$$= \frac{5}{4} - \frac{9}{16} = \frac{11}{16}$$

(4) この母集団から大きさ 2 の標本を復元抽出する。この標本平均 $\overline{X}$ の確率分布を求めよ。

$\overline{X}$	0	0.5	1	1.5	2	計
P	$\frac{4}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$	1

$$P(\overline{X}=0) = \frac{2}{4}\times\frac{2}{4} = \frac{4}{16}$$

$$P(\overline{X}=0.5) = \frac{2}{4}\times\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\times\frac{2}{4} = \frac{4}{16}$$

$$P(\overline{X}=1) = \frac{2}{4}\times\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\times\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\times\frac{2}{4}$$

$$= \frac{5}{16}$$

$$P(\overline{X}=1.5) = \frac{1}{4}\times\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\times\frac{1}{4} = \frac{2}{16}$$

$$P(\overline{X}=2) = \frac{1}{4}\times\frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

(5) 標本平均 $\overline{X}$ の平均 $E(\overline{X})$ を求めよ。　※ $E(\overline{X}) = m$

$$E(\overline{X}) = 0\times\frac{4}{16} + 0.5\times\frac{4}{16} + 1\times\frac{5}{16} +$$

$$1.5\times\frac{2}{16} + 2\times\frac{1}{16} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

(6) 標本平均 $\overline{X}$ の分散 $V(\overline{X})$ を求めよ。※ $V(\overline{X}) = V(X)/n$

$$V(\overline{X}) = 0^2\times\frac{4}{16} + 0.5^2\times\frac{4}{16} + 1^2\times\frac{5}{16} +$$

$$1.5^2\times\frac{2}{16} + 2^2\times\frac{1}{16} - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{11}{32}$$

問題　袋に 0, 1, 2 の番号の玉が入っている。1,2 は 2 個ずつ，0 は 1 個入っている。この 5 個の玉を母集団とし，番号を変量 X とする。

(1) X の母集団分布を求めよ。

X	0	1	2	計
P	――	――	――	

(2) X の母平均 m を求めよ。

(3) X の母分散 σ^2 を求めよ。

(4) この母集団から大きさ 2 の標本を復元抽出する。この標本平均 $\overline{X}$ の確率分布を求めよ。

$\overline{X}$	0	0.5	1	1.5	2	計
P	――	――	――	――	――	

(5) 標本平均 $\overline{X}$ の平均 $E(\overline{X})$ を求めよ。

(6) 標本平均 $\overline{X}$ の分散 $V(\overline{X})$ を求めよ。

数学B　標本調査 3 課題　　( )年( )組( )番( )

例題　袋に 0, 1, 2 の番号の玉が入っている。0 は 2 個 1 は 2 個, 2 は 1 個 入っている。この 5 個の玉を母集団とし，番号を変量 X とする。

(1) X の母集団分布を求めよ。

X	0	1	2	計
P	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	1

(2) X の母平均 m を求めよ。

$$m = 0\times\frac{2}{5} + 1\times\frac{2}{5} + 2\times\frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

(3) X の母分散 σ^2 を求めよ。

$$\sigma^2 = 0^2\times\frac{2}{5} + 1^2\times\frac{2}{5} + 2^2\times\frac{1}{5} - \left(\frac{4}{5}\right)^2$$

$$= \frac{6}{5} - \frac{16}{25} = \frac{14}{25}$$

(4) この母集団から大きさ 2 の標本を復元抽出する。この標本平均 $\overline{X}$ の確率分布を求めよ。

$\overline{X}$	0	0.5	1	1.5	2	計
P	$\frac{4}{25}$	$\frac{8}{25}$	$\frac{8}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{1}{25}$	1

$$P(\overline{X}=0) = \frac{2}{5}\times\frac{2}{5} = \frac{4}{25}$$

$$P(\overline{X}=0.5) = \frac{2}{5}\times\frac{2}{5} + \frac{2}{5}\times\frac{2}{5} = \frac{8}{25}$$

$$P(\overline{X}=1) = \frac{2}{5}\times\frac{1}{5} + \frac{2}{5}\times\frac{2}{5} + \frac{1}{5}\times\frac{2}{5}$$

$$= \frac{8}{25}$$

$$P(\overline{X}=1.5) = \frac{2}{5}\times\frac{1}{5} + \frac{1}{5}\times\frac{2}{5} = \frac{4}{25}$$

$$P(\overline{X}=2) = \frac{1}{5}\times\frac{1}{5} = \frac{1}{25}$$

(5) 標本平均 $\overline{X}$ の平均 $E(\overline{X})$ を求めよ。　※ $E(\overline{X}) = m$

$$E(\overline{X}) = 0\times\frac{4}{25} + 0.5\times\frac{8}{25} + 1\times\frac{8}{25} +$$

$$1.5\times\frac{4}{25} + 2\times\frac{1}{25} = \frac{20}{25} = \frac{4}{5}$$

(6) 標本平均 $\overline{X}$ の分散 $V(\overline{X})$ を求めよ。※ $V(\overline{X}) = V(X)/n$

$$V(\overline{X}) = 0^2\times\frac{4}{25} + 0.5^2\times\frac{8}{25} + 1^2\times\frac{8}{25} +$$

$$1.5^2\times\frac{4}{25} + 2^2\times\frac{1}{25} - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{7}{25}$$

問題　袋に 0, 1, 2 の番号の玉が入っている。1,2 は 1 個ずつ，0 は 4 個入っている。この 6 個の玉を母集団とし，番号を変量 X とする。

(1) X の母集団分布を求めよ。

X	0	1	2	計
P	——	——	——	

(2) X の母平均 m を求めよ。

(3) X の母分散 σ^2 を求めよ。

(4) この母集団から大きさ 2 の標本を復元抽出する。この標本平均 $\overline{X}$ の確率分布を求めよ。

$\overline{X}$	0	0.5	1	1.5	2	計
P	——	——	——	——	——	

(5) 標本平均 $\overline{X}$ の平均 $E(\overline{X})$ を求めよ。

(6) 標本平均 $\overline{X}$ の分散 $V(\overline{X})$ を求めよ。

数学B　標本平均の分布　課題　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　)

1．次の資料から無作為抽出するとき，標本平均 $\overline{X}$ の平均と標準偏差を求めよ。

例題　母平均 20，母分散 4 の母集団から大きさ 100 の標本を復元抽出する。

標本平均 $\overline{X}$ の平均 $E(\overline{X}) = 20$

標本平均 $\overline{X}$ の標準偏差 $\sigma(\overline{X}) = \dfrac{\sqrt{4}}{\sqrt{100}} = 0.2$

問題　母平均 10，母分散 9 の母集団から大きさ 25 の標本を復元抽出する。

2．次の確率を求めよ。

例題　母平均 50, 母標準偏差 20 の母集団から大きさ 25 の標本を無作為抽出するとき，標本平均 $\overline{X}$ が 58 より大きくなる確率を求めよ。

$E(\overline{X}) = 50$，$\sigma(\overline{X}) = \dfrac{20}{\sqrt{25}} = 4$

$Z = \dfrac{\overline{X} - 50}{4}$ とすると

標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う。

$\overline{X} = 58$ のとき，$Z = \dfrac{58 - 50}{4} = 2$

$P(\overline{X} > 58) = P(Z > 2)$

$= P(Z \geqq 0) - P(0 \leqq Z \leqq 2)$

$= 0.5 - 0.4772 = 0.0228$

問題　母平均 60, 母標準偏差 12 の母集団から大きさ 36 の標本を無作為抽出するとき，標本平均 $\overline{X}$ が 62 より大きくなる確率を求めよ。

3．次の確率を求めよ。

例題　ある高校の男子の 50 m 走の平均が 7.6 秒で標準偏差が 0.5 秒であった。男子 25 人を無作為抽出したときの 50 m 走の平均を $\overline{X}$ とするとき，確率 $P(7.5 \leqq \overline{X} \leqq 7.7)$ を求めよ。

$E(\overline{X}) = 7.6$，$\sigma(\overline{X}) = \dfrac{0.5}{\sqrt{25}} = 0.1$

この標本は正規分布 $N(7.6, 0.1^2)$ に従う。

$Z = \dfrac{\overline{X} - 7.6}{0.1}$ とすると

$\overline{X} = 7.5$ のとき，$Z = \dfrac{7.5 - 7.6}{0.1} = -1$

$\overline{X} = 7.7$ のとき，$Z = \dfrac{7.7 - 7.6}{0.1} = 1$

$P(7.5 \leqq \overline{X} \leqq 7.7) = P(-1 \leqq Z \leqq 1)$

$= P(-1 \leqq Z \leqq 0) + P(0 \leqq Z \leqq 1)$

$= 2P(0 \leqq Z \leqq 1) = 2 \times 0.3413 = 0.6826$

問題　ある高校の女子の 50 m 走の平均が 8.5 秒で標準偏差が 0.8 秒であった。女子 16 人を無作為抽出したときの 50 m 走の平均を $\overline{X}$ とするとき，確率 $P(8.4 \leqq \overline{X} \leqq 8.6)$ を求めよ。

正規分布表　$P(0 \leqq Z \leqq u)$

u	.00	.02	.04	.05	.06	.08
0.0	0.0000	0.0080	0.0160	0.0199	0.0239	0.0319
0.2	0.0793	0.0871	0.0948	0.0987	0.1026	0.1103
0.4	0.1554	0.1628	0.1700	0.1736	0.1772	0.1844
0.5	0.1915	0.1985	0.2054	0.2088	0.2123	0.2190
0.6	0.2257	0.2324	0.2389	0.2422	0.2454	0.2517
0.8	0.2881	0.2939	0.2995	0.3023	0.3051	0.3106
1.0	0.3413	0.3461	0.3508	0.3531	0.3554	0.3599
1.5	0.4332	0.4357	0.4382	0.4394	0.4406	0.4429
2.0	0.4772	0.4783	0.4793	0.4798	0.4750	0.4817

数学B　標本平均の分布 2 課題　　　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　)

1. 次の資料から無作為抽出するとき，標本平均 $\overline{X}$ の平均と標準偏差を求めよ。

例題　母平均 80，母分散 8 の母集団から大きさ 200 の標本を復元抽出する。

標本平均 $\overline{X}$ の平均 $E(\overline{X}) = 80$

標本平均 $\overline{X}$ の標準偏差 $\sigma(\overline{X}) = \dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{200}} = 0.2$

問題　母平均 20，母分散 2 の母集団から大きさ 50 の標本を復元抽出する。

2. 次の確率を求めよ。

例題　母平均 60, 母標準偏差 10 の母集団から大きさ 25 の標本を無作為抽出するとき，標本平均 $\overline{X}$ が 58 より小さくなる確率を求めよ。

$E(\overline{X}) = 60$，$\sigma(\overline{X}) = \dfrac{10}{\sqrt{25}} = 2$

$Z = \dfrac{\overline{X} - 60}{2}$ とすると

標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う。

$X = 58$ のとき，$Z = \dfrac{58 - 60}{2} = -1$

$P(X < 58) = P(Z < -1)$

$= P(Z \geqq 0) - P(0 \leqq Z \leqq 1)$

$= 0.5 - 0.3413 = 0.1587$

問題　母平均 70, 母標準偏差 20 の母集団から大きさ 100 の標本を無作為抽出するとき，標本平均 $\overline{X}$ が 68 より小さくなる確率を求めよ。

3. 次の確率を求めよ。

例題　ある高校の女子の 50 m 走の平均が 8.6 秒で標準偏差が 0.6 秒であった。女子 36 人を無作為抽出したときの 50 m 走の平均を $\overline{X}$ とするとき，確率 $P(8.4 \leqq \overline{X} \leqq 8.8)$ を求めよ。

$E(\overline{X}) = 8.6$，$\sigma(\overline{X}) = \dfrac{0.6}{\sqrt{36}} = 0.1$

この標本は正規分布 $N(8.6, 0.1^2)$ に従う。

$Z = \dfrac{\overline{X} - 8.6}{0.1}$ とすると

$\overline{X} = 8.4$ のとき，$Z = \dfrac{8.4 - 8.6}{0.1} = -2$

$\overline{X} = 8.8$ のとき，$Z = \dfrac{8.8 - 8.6}{0.1} = 2$

$P(8.4 \leqq \overline{X} \leqq 8.6) = P(-2 \leqq Z \leqq 2)$

$= P(-2 \leqq Z \leqq 0) + P(0 \leqq Z \leqq 2)$

$= 2P(0 \leqq Z \leqq 2) = 2 \times 0.4772 = 0.9544$

問題　ある高校の男子の 50 m 走の平均が 7.4 秒で標準偏差が 0.6 秒であった。男子 9 人を無作為抽出したときの 50 m 走の平均を $\overline{X}$ とするとき，確率 $P(7.3 \leqq \overline{X} \leqq 7.5)$ を求めよ。

正規分布表　$P(0 \leqq Z \leqq u)$

u	.00	.02	.04	.05	.06	.08
0.0	0.0000	0.0080	0.0160	0.0199	0.0239	0.0319
0.2	0.0793	0.0871	0.0948	0.0987	0.1026	0.1103
0.4	0.1554	0.1628	0.1700	0.1736	0.1772	0.1844
0.5	0.1915	0.1985	0.2054	0.2088	0.2123	0.2190
0.6	0.2257	0.2324	0.2389	0.2422	0.2454	0.2517
0.8	0.2881	0.2939	0.2995	0.3023	0.3051	0.3106
1.0	0.3413	0.3461	0.3508	0.3531	0.3554	0.3599
1.5	0.4332	0.4357	0.4382	0.4394	0.4406	0.4429
2.0	0.4772	0.4783	0.4793	0.4798	0.4750	0.4817

数学B　標本平均の分布 3 課題　　　　(　)年(　)組(　)番(　　　　　)

1. 次の資料から無作為抽出するとき，標本平均 $\overline{X}$ の平均と標準偏差を求めよ。

例題　母平均 70，母分散 36 の母集団から大きさ 400 の標本を復元抽出する。

標本平均 $\overline{X}$ の平均 $E(\overline{X}) = 70$

標本平均 $\overline{X}$ の標準偏差 $\sigma(\overline{X}) = \dfrac{\sqrt{36}}{\sqrt{400}} = 0.3$

問題　母平均 100，母分散 25 の母集団から大きさ 100 の標本を復元抽出する。

2. 次の確率を求めよ。

例題　母平均 60，母標準偏差 6 の母集団から大きさ 36 の標本を無作為抽出するとき，標本平均 $\overline{X}$ が 62 以上になる確率を求めよ。

$E(\overline{X}) = 60$，$\sigma(\overline{X}) = \dfrac{6}{\sqrt{36}} = 1$

$Z = \dfrac{\overline{X} - 60}{1}$ とすると

標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う。

$X = 62$ のとき，$Z = \dfrac{62 - 60}{1} = 2$

$P(X \geqq 62) = P(Z \geqq 2)$

$= P(Z \geqq 0) - P(0 \leqq Z \leqq 2)$

$= 0.5 - 0.4772 = 0.0228$

問題　母平均 70，母標準偏差 10 の母集団から大きさ 25 の標本を無作為抽出するとき，標本平均 $\overline{X}$ が 71 より大きくなる確率を求めよ。

3. 次の確率を求めよ。

例題　ある高校の女子の身長の平均は 153 cm，標準偏差が 4 cm であった。女子 25 人を無作為抽出したとき，25 人の身長の平均が 152 cm 以上 155 cm 以下の確率を求めよ。

$E(\overline{X}) = 153$，$\sigma(\overline{X}) = \dfrac{4}{\sqrt{25}} = 0.8$

この標本は正規分布 $N(153, 0.8^2)$ に従う。

$Z = \dfrac{\overline{X} - 153}{0.8}$ とすると

$\overline{X} = 152$ のとき，$Z = \dfrac{152 - 153}{0.8} = -1.25$

$\overline{X} = 155$ のとき，$Z = \dfrac{155 - 153}{0.8} = 2.5$

$P(152 \leqq \overline{X} \leqq 155) = P(-1.25 \leqq Z \leqq 2.5)$

$= P(0 \leqq Z \leqq 1.25) + P(0 \leqq Z \leqq 2.5)$

$= 0.3944 + 0.4938 = 0.8882$

問題　ある高校の男子の身長の平均は 166 cm，標準偏差が 12 cm であった。男子 36 人を無作為抽出したとき，36 人の身長の平均が 165 cm 以上 167 cm 以下の確率を求めよ。

正規分布表　$P(0 \leqq Z \leqq u)$

u	.00	.02	.04	.05	.06	.08
0.0	0.0000	0.0080	0.0160	0.0199	0.0239	0.0319
0.5	0.1915	0.1985	0.2054	0.2088	0.2123	0.2190
1.0	0.3413	0.3461	0.3508	0.3531	0.3554	0.3599
1.2	0.3849	0.3888	0.3925	0.3944	0.3961	0.3997
1.5	0.4332	0.4357	0.4382	0.4394	0.4406	0.4429
2.0	0.4772	0.4783	0.4793	0.4798	0.4750	0.4817
2.5	0.4938	0.4941	0.4945	0.4946	0.4948	0.4950