

# 数学B 正規分布

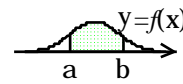
連続的な確率変数

サイコロを3回投げたときに、1の目が出た回数などのとびとびの値をとる確率変数を離散的な確率変数という。これに対して、人の身長や体重などは178.0 cm, 87.6kgなどと(小数点以下第 位)を四捨五入しているが、連続的な値をとる。このように連続的な値をとる確率変数を( 的な確率変数)という。

連続的な確率変数の確率分布をヒストグラムで表してみよう。横軸を身長、縦軸を相対度数とすると、相対度数の和は( )になり、確率分布になる。資料を多くして、階級を細かく分けると、相対度数分布の形は曲線に近づいていくと考えられる。

この分布はXに定義域内で、 $f(x) \geq 0$ である1つの関数  $y = f(x)$ を対応させ、 $a \leq x \leq b$ の確率を  $P(a \leq x \leq b)$ で表す。

$$P(a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$



$y = f(x)$ とx軸( $y=0$ )、2直線( $x=a$ ,  $x=b$ )で囲んだ面積と等しい。

Xの値の範囲が  $a \leq x \leq b$  のとき、 $\int_a^b f(x) dx = P(a \leq x \leq b)$

$$P(a \leq x \leq b) = P(a < x < b) = P(a \leq x < b) = P(a < x \leq b)$$

連続的な確率分布では点の確率  $P(x=a) = 0$

この曲線  $y = f(x)$ をXの分布曲線、関数  $f(x)$ を( 関数)という。

問題A 確率変数Xの確率密度関数  $f(x)$ が次の式で与えられるとき、指定された確率をそれぞれ求めよ。

$$(1) f(x) = x \quad (0 \leq x \leq \sqrt{2})$$

$0 \leq x \leq 1$ の確率

$$(2) f(x) = 3x^2 \quad (0 \leq x \leq 1)$$

$\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ の確率

$$(3) f(x) = 0.2 \quad (0 \leq x \leq 5)$$

$2 \leq x \leq 4$ の確率

$$(4) f(x) = 3x^2 \quad (-1 \leq x \leq 0)$$

$-1 \leq x \leq 0$ の確率

## 正規分布

連続的な確率変数Xの確率密度関数  $f(x)$ が、次の式で与えられるとき、Xの分布は、平均  $m$ 、分散  $\sigma^2$ の( )になり、 $N(m, \sigma^2)$ で表す。

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

eは自然対数の底 2.71828...

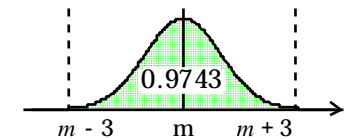
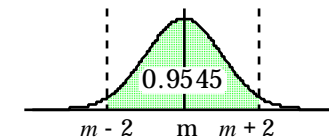
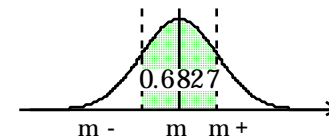
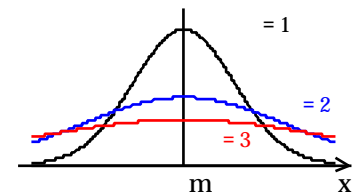
多くの自然現象がこの分布で表される。

正規分布  $N(m, \sigma^2)$ の分布曲線  $y = f(x)$ は、次の性質をもつ。

1. 直線  $x = m$ に関して( )で、 $x = m$ のとき、( )になる。

2. ( 軸が漸近線)であり、  
x軸と分布曲線の間の面積は( )になる。

3. 標準偏差  $\sigma$ が( ) くなる)とすが広がり、  
標準偏差  $\sigma$ が( ) くなる)と山が高くなる。



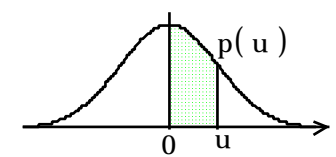
## 標準正規分布

確率変数Xが正規分布  $N(m, \sigma^2)$ に従うとき、 $Z = \frac{x-m}{\sigma}$ とおくと、確率変数Zは、正規分布  $N(0, 1)$ に従い、この分布を( )という。

Zの確率密度関数は、 $f(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$ になる。

この標準正規分布は、値が計算され、 $P(0 \leq Z \leq u) = p(u)$ のときの表がある。

u	.00	...	.05	.06	...	.08	.09
0.0	0.0000		0.0199	0.0239		0.0319	0.0359
...							
1.0	0.3413		0.3531	0.3554		0.3599	0.3621
...							
1.6	0.4452		0.4505	0.4515		0.4535	0.4545
...							
1.9	0.4713		0.4744	0.4750		0.4761	0.4767
...							
2.0	0.4772		0.4798	0.4803		0.4812	0.4817
...							
2.5	0.4938		0.4946	0.4750		0.4951	0.4952



$$P(0 \leq Z \leq 1.96) = p(1.96) = 0.4750$$

問題B 正規分布表より、次の値を読み取りなさい。

$$(1) P(0 \leq Z \leq 1.65)$$

$$(2) P(0 \leq Z \leq 2.58)$$

# 数学B 正規分布の利用

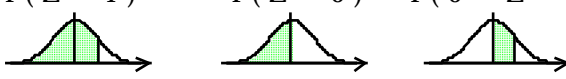
( )年( )組( )番( )

## 正規分布の利用

正規分布表によって、 $P(0 \leq Z \leq u)$ の値を読み取ることが出来る。

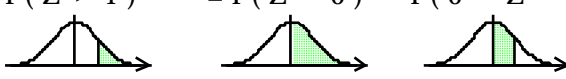
この範囲以外の確率を調べてみよう。

(1)  $P(Z \leq 1) = P(Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 1)$



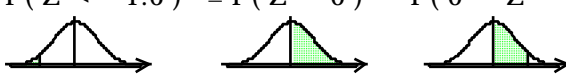
$= ( ) + ( ) = ( )$

(2)  $P(Z > 1) = P(Z \leq 0) - P(0 \leq Z \leq 1)$



$= ( ) - ( ) = ( )$

(3)  $P(Z < -1.6) = P(Z \leq 0) - P(0 \leq Z \leq 1.6)$



$= ( ) - ( ) = ( )$

問題 A 標準正規分布  $N(0, 1)$ において、 $P(- \leq Z \leq ) = 0.95$  となる を求めよ。

問題 B ある高校の男子生徒 200 人の身長が、平均 170.0cm、標準偏差 5.0cm であった。

次の問に答えよ。

(1) 身長 175.0cm 以上の生徒はおよそ何人いるか。

(2) 高い方から 10 番以内の生徒はおよそ何 cm 以上であるか。

## 二項分布の正規分布による近似

確率変数  $X$  が二項分布  $B(n, p)$  に従うとき、確率分布は  $P(X=r) = {}^nC_r \times p^r \times q^{n-r}$ ,

平均は  $E(X) = ( )$ , 分散は  $V(X) = ( )$ , 標準偏差  $\sigma(X) = (\sqrt{ })$

で表される。  $q = 1 - p$

サイコロを  $n$  回投げたときに、1 の目が出る回数を  $X$  としたとき、二項分布の変化

を調べる。  $p = ( )$  である。

$B(n, )$  の  $n$  を 6, 12, 30, 50 として

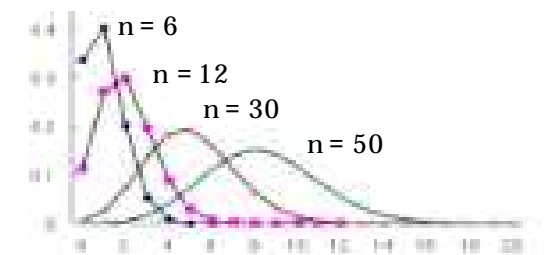
折れ線グラフを作成した。

$n$  の値を大きくすると、グラフはしだいに左右対称な山形の曲線に近づく。

二項分布  $B(n, p)$  は  $n$  の値が大きくなると、 $( )$  で近似される。

$Z = \frac{X - np}{\sqrt{npq}}$  で標準化すると、標準正規分布  $N( , )$  で近似される。

問題 C 1 個のサイコロを 180 回投げて、1 の目が出る回数を  $X$  とするとき、 $15 \leq X \leq 50$  となる確率を求めよ。



問題 D ある花の種子の発芽率は 60% である。この種子をプランターに 600 粒蒔いたとき、少なくとも 348 粒以上発芽する確率を求めよ。