

数学B くうかん 空間のベクトルないせきの内積 ()年()組()番()

ベクトルの成分せいぶん

じく x 軸, じく y 軸, じく z 軸と向きが同じで, おほ 大きさが 1 の

きほん 基本ベクトルを, それぞれ $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ とする。

$\vec{a} = \vec{OA}$ となる点 $A(a_1, a_2, a_3)$ をとる。

点 A を通り, 座標平面に平行な平面と x, y, z 軸

との交点を A_1, A_2, A_3 とすると,

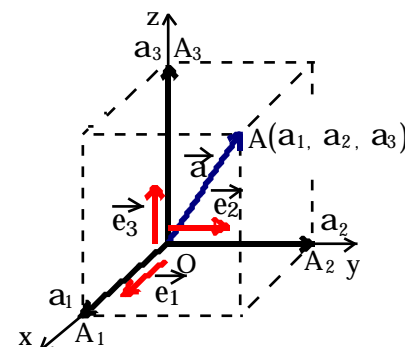
$$\begin{aligned} \vec{OA} &= \vec{OA_1} + \vec{OA_2} + \vec{OA_3} \\ &= \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 \end{aligned}$$

したがって, $\vec{a} = (\quad)$ と表せる。

a_1 を x 成分, a_2 を y 成分, a_3 を z 成分という。

問題 A 次のベクトル \vec{a}, \vec{b} を基本ベクトルで表示せよ。

$$\vec{a} = (1, 2, 3), \vec{b} = (2, -1, 0)$$



くうかん 空間の 2 つのベクトルが等しいときは, せいぶん 成分もまた等しいときである。

$$\begin{aligned} \vec{a} &= (a_1, a_2, a_3), \vec{b} = (b_1, b_2, b_3) \text{ のとき} \\ \vec{a} &= \vec{b} \quad a_1 = \quad, a_2 = \quad, a_3 = \quad \end{aligned}$$

$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ の大きさは有向線分 OA の大きさに等しい。

$$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3) \text{ のとき, } |\vec{a}| = \sqrt{\quad}$$

問題 B 次のベクトル \vec{a}, \vec{b} の大きさを求めなさい。

$$(1) \vec{a} = (1, 1, 0), \vec{b} = (2, 1, 2) \quad (2) \vec{a} = (1, 2, 3), \vec{b} = (2, -3, -1)$$

$$\begin{aligned} (a_1, a_2, a_3) + (b_1, b_2, b_3) &= \quad \\ (a_1, a_2, a_3) - (b_1, b_2, b_3) &= \quad \\ k(a_1, a_2, a_3) &= \quad \end{aligned}$$

ベクトルの内積ないせき

平面と同様に, $\vec{0}$ でない 2 つのベクトル \vec{a}, \vec{b} のなす角を とすれば, 内積は

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta \quad \text{ただし, } 0^\circ \leq \theta < 180^\circ$$

と定義される。また, $\vec{a} = \vec{0}$ または $\vec{b} = \vec{0}$ のとき, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ とする。

平面のベクトルの内積と同様に, 空間のベクトルの内積も成分で表すことができる。

$$\begin{aligned} \vec{a} &= (a_1, a_2, a_3), \vec{b} = (b_1, b_2, b_3) \text{ のとき} \\ \vec{a} \cdot \vec{b} &= \quad \end{aligned}$$

問題 C 次のベクトル \vec{a}, \vec{b} の内積を求めなさい。

$$(1) \vec{a} = (1, 1, 0), \vec{b} = (2, 1, 2) \quad (2) \vec{a} = (1, 2, 3), \vec{b} = (2, -3, -1)$$

ベクトルのなす角かく

$\vec{0}$ でない 2 つのベクトル \vec{a}, \vec{b} のなす角が θ のとき,

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta \quad \text{より, } \cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$

問題 D 次のベクトル \vec{a}, \vec{b} のなす角 θ を求めよ。

$$(1) \vec{a} = (1, 1, 0), \vec{b} = (2, 1, 2) \quad (2) \vec{a} = (1, 2, 3), \vec{b} = (2, -3, -1)$$