

数学B 空間のベクトル ()年()組()番()

空間の座標

ジャングルジムで遊んでいる子供の位置を表すことを考える。
前後、左右の2方向で水平面での位置が決まる。さらに上下方向を加えた3方向で子供の位置を表すことができる。

空間の1点Oで互いに直交する3つの数直線を定める。

このとき、点Oを原点、3つの数直線を座標軸といい、それぞれ(軸, 軸, 軸)という。

また、x軸とy軸で定まる平面を(平面),
y軸とz軸で定まる平面を(平面),
z軸とx軸で定まる平面を(平面)といい、まとめて座標平面という。

空間内に点Pがあるとき、Pを通り各平面に平行な平面とx軸、y軸、z軸との交点をそれぞれA、B、Cとする。

A、B、Cのそれぞれの軸上の座標をa、b、cとしたとき、点PをP(a, b, c)で表し、(a, b, c)を点Pの座標という。

また、a、b、cをそれぞれ点Pのx座標、y座標、z座標という。

問題A 上の図におけるA、B、Cの座標を求めよ。

空間のベクトル

空間においても、向きと大きさに着目し、ベクトルを考えることができる。

有向線分ABで表されるベクトルを()と表す。

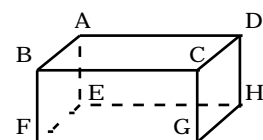
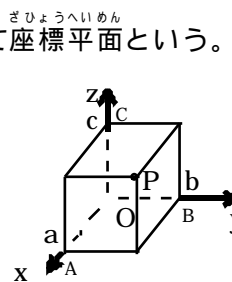
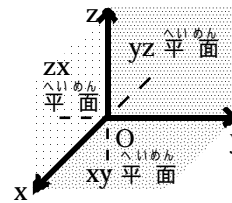
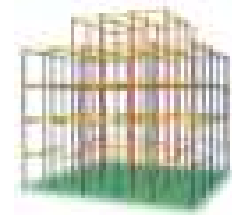
2つのベクトル \vec{a} と \vec{b} の大きさと向きがともに等しいとき、 \vec{a} と \vec{b} は()と

といい、(\vec{a} \vec{b})と表す。また、零ベクトルを()で表す。

\vec{a} と大きさが等しく、向きが反対のベクトルを \vec{a} の()といい、

()で表す。

問題B 次の直方体において、 \vec{AB} 、 \vec{AE} と等しいベクトルをそれぞれ求めなさい。



空間のベクトルの計算法則

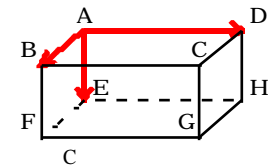
空間のベクトルの加法や減法、実数倍は平面と同じように定めることができる。

ベクトルの計算法則

(交換法則)	(1) $\vec{a} + \vec{b} =$	
(結合法則)	(2) $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} =$	
	(3) $k(l\vec{a}) =$	
k, l を実数とするとき、	(4) $(k + l)\vec{a} =$	
	(5) $k(\vec{a} + \vec{b}) =$	

問題C 次の直方体において、 $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AD} = \vec{b}$, $\vec{AE} = \vec{c}$ とするとき、次のベクトルを \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ。

- (1) \vec{AF} (2) \vec{CH} (3) \vec{EC}



ベクトルの分解

同じ平面上にない4点O、A、B、Cが与えられたとき、次のことが成り立つ。

$\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$ とすると、この空間のベクトルは、適当な実数 s, t, u を用いて $\vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b} + u\vec{c}$ の形でただ1通りに表すことができる。

$\vec{p} = \vec{OP}$ とする。点Pを通り、直線OCの平行な直線を引き、3点O、A、Bを通る平面OABとの交点をQとすると、次のことが成り立つ。

- [1] $\vec{OP} = \vec{OQ} + \vec{QP}$
 [2] 点Qが平面OAB上にあることから、 $\vec{OQ} = s\vec{a} + t\vec{b}$ となる実数 s, t がただ1通りに定まる。
 [3] $\vec{OC} \parallel \vec{QP}$ であるから、 $\vec{QP} = u\vec{c}$ となる実数 u がただ1つ定まる。
 [1], [2], [3]より $\vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b} + u\vec{c}$ となる実数 s, t, u がただ1通りに定まる。

