数学B　数学的帰納法 課題

(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　　)

1．数学的帰納法を用いて，次の等式を証明せよ。
Prove the following equation using mathematical induction.

例題　$2+4+6+\cdots+2n=n(n+1)$　・・・(A)

[1] $n=1$ のとき
　左辺＝2，　右辺＝$1(1+1)=2$
　よって，(A)が成り立つ。

[2] $n=k$ のとき，　(A)が成り立つと仮定すると
　$2+4+6+\cdots+2k=k(k+1)$
　$n=k+1$ のとき，
　(A)の左辺は
　$2+4+6+\cdots+2k+2(k+1)$
　$=k(k+1)+2(k+1)=(k+1)(k+2)$
　(A)の右辺は　$(k+1)(k+2)$
　よって，$n=k+1$ のときも(A)が成り立つ。

[1], [2] から
　すべての自然数 n について(A)が成り立つ。　Q.E.D

問題　$1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$　・・・(A)

2．数学的帰納法を用いて，次の不等式を証明せよ。
Prove the following inequality using mathematical induction.

例題　n を 3 以上の自然数とするとき，
　$3^n>8n$　・・・(A)

[1] $n=3$ のとき
　左辺＝$3^3=27$，右辺＝$8\times 3=24$
　よって，(A)が成り立つ。

[2] $n\geqq 3$ として $n=k$ のとき(A)が成り立つと仮定すると　$3^k>8k$
　$n=k+1$ のとき，　(A)の両辺の差は
　$3^{k+1}-8(k+1)$
　$=3\times 3^k-8(k+1)$
　$>3\times 8k-8(k+1)=8(2k-1)>0$
すなわち　$3^{k+1}>8(k+1)$
よって　$n=k+1$ のときも(A)が成り立つ。

[1], [2] から 3 以上のすべての自然数 n について
　(A)が成り立つ。　Q.E.D

問題　n を 3 以上の自然数とするとき，
　$4^n>8n$　・・・(A)

数学B　数学的帰納法 2 課題　　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　)

1．数学的帰納法を用いて，次の等式を証明せよ。

Prove the following equation using mathematical induction.

例題　$4+8+12+\cdots+4n=2n(n+1)$　･･･(A)

[1] $n=1$ のとき

左辺$=4$，右辺$=2(1+1)=4$

よって，(A)が成り立つ。

[2] $n=k$ のとき，(A)が成り立つと仮定すると

$4+8+12+\cdots+4k=2k(k+1)$

$n=k+1$ のとき，

(A)の左辺は

$4+8+12+\cdots+4k+4(k+1)$

$=2k(k+1)+4(k+1)$

$=2(k+1)(k+2)$

(A)の右辺は　$2(k+1)(k+2)$

よって，$n=k+1$ のときも(A)が成り立つ。

[1], [2] から

すべての自然数 n　について(A)が成り立つ。　Q.E.D

問題　$3+5+7+\cdots+(2n+1)=n(n+2)$　･･･(A)

2．数学的帰納法を用いて証明せよ。

Prove the following using mathematical induction.

例題　「7^n-2^n が 5 の倍数である」ことを数学的帰納法を用いて証明せよ。

[1] $n=1$ のとき

$7^1-2^1=5$　になり，5 の倍数である

[2] $n=k$　のとき

「7^k-2^k が 5 の倍数である」と仮定すると

$7^k-2^k=5m$　になる。(m は整数)

$n=k+1$ のとき

$7^{k+1}-2^{k+1}=7\times7^k-2\times2^k$

$=5\times7^k+2\times7^k-2\times2^k$

$=5\times7^k+2(7^k-2^k)$

$=5\times7^k+2\times5m\ =5(7^k+2m)$

7^k+2m が整数であるから

$7^{k+1}-2^{k+1}$ は 5 の倍数である。

[1], [2] から，「7^n-2^n が 5 の倍数である」　Q.E.D

問題　「8^n-3^n が 5 の倍数である」ことを数学的帰納法を用いて証明せよ。

数学B　数学的帰納法 3 課題　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　)

1．数学的帰納法を用いて，次の等式を証明せよ。

Prove the following equation using mathematical induction.

例題　$2+6+18+\cdots+2\times3^{n-1}=3^n-1$　…(A)

[1] $n=1$ のとき，　左辺 $=2$，右辺 $=3^1-1=2$

よって，(A)が成り立つ。

[2] $n=k$ のとき，(A)が成り立つとすると

$2+6+18+\cdots+2\times3^{k-1}=3^k-1$

$n=k+1$ のとき，

(A)の左辺は

$2+6+18+\cdots+2\times3^{k-1}+2\times3^k$

$=3^k-1+2\times3^k=3^{k+1}-1$

(A)の右辺は $3^{k+1}-1$

よって，$n=k+1$ のときも(A)が成り立つ。

[1], [2] から，すべての自然数 n について

(A)が成り立つ。　　Q.E.D

問題　$3+12+48+\cdots+3\times4^{n-1}=4^n-1$　…(A)

2．数学的帰納法を用いて証明せよ。

Prove the following using mathematical induction.

例題　n を自然数とするとき，5^n-1 が 4 の倍数であることを数学的帰納法によって証明せよ。

[1] $n=1$ のとき

$5^1-1=4$ になり，4 の倍数である

[2] $n=k$ のとき

5^n-1 が 4 の倍数であると仮定とすると

$5^k-1=4m$ になる。(m は整数)

$5^k=4m+1$ とおける。

$n=k+1$ のとき

$5^{k+1}-1$

$=5\times5^k-1=5\times(4m+1)-1$

$=20m+4=4(5m+1)$

$5m+1$ が整数であるから

$5^{k+1}-1$ は 4 の倍数である。

[1], [2] から，すべての自然数 n について，

5^n-1 は 4 の倍数である。　　Q.E.D

問題　n を自然数とするとき，6^n-1 が 5 の倍数であることを数学的帰納法によって証明せよ。

数学B　数学的帰納法 4 課題

(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　)

1．数学的帰納法を用いて，次の等式を 証 明せよ。

Prove the following equation using mathematical induction.

例題　$1^3+2^3+3^3+\cdots\cdots+n^3=\dfrac{1}{4}n^2(n+1)^2$　･･･(A)

[1] $n=1$ のとき，

左辺$=1^3=1$，右辺$=\dfrac{1}{4}\times1^2\times(1+1)^2=1$

よって，(A)が成り立つ。

[2] $n=k$ のとき，(A)が成り立つとすると

$1^3+2^3+3^3+\cdots\cdots+k^3=\dfrac{1}{4}k^2(k+1)^2$

$n=k+1$ のとき，

(A)の左辺は

$1^3+2^3+3^3+\cdots\cdots+k^3+(k+1)^3$

$=\dfrac{1}{4}k^2(k+1)^2+(k+1)^3$

$=\dfrac{1}{4}k^2(k+1)^2+\dfrac{1}{4}(k+1)^2\times4(k+1)$

$=\dfrac{1}{4}(k+1)^2\{k^2+4k+4\}=\dfrac{1}{4}(k+1)^2(k+2)^2$

(A)の右辺は $\dfrac{1}{4}(k+1)^2(k+2)^2$

よって，$n=k+1$ のときも(A)が成り立つ。

[1], [2] から，すべての自然数 n について

(A)が成り立つ。　Q.E.D

問題　$1^2+2^2+3^2+\cdots\cdots+n^2=\dfrac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$　･･･(A)

2．数学的帰納法を用いて 証 明せよ。

Prove the following using mathematical induction.

例題　n を自然数とするとき，n^3+5n が 6の倍数

であることを 数学的帰納法によって 証 明せよ。

[1] $n=1$ のとき，

$n^3+5n=1^3+5\times1=6$

$n=1$ のとき，n^3+5n は 6 の倍数である。

[2] $n=k$ のとき，k^3+5k が 6 の倍数であるとすると

整数 m を用いると，$k^3+5k=6m$　とおける。

$n=k+1$ のとき

$(k+1)^3+5(k+1)$

$=(k^3+3k^2+3k+1)+5(k+1)$

$=(k^3+5k)+(3k^2+3k+6)$

$=6m+3(k^2+k+2)$

$k^2+k+2=k(k+1)+2$ は偶数より，

$3(k^2+k+2)$ が 6 の倍数になるので

$n=k+1$ のときも 6 の倍数になる。

[1], [2]より，すべての自然数 n において

n^3+5n が 6の倍数になる。　Q.E.D

問題　n を自然数とするとき，n^3+2n が 3の倍数

であることを 数学的帰納法によって 証 明せよ。