数学B 漸化式 課題　　( )年( )組( )番( )

1．次の数列{ a_n }の第 2 項から第 4 項までを求めよ。
Find the third to fourth terms of the following sequence { a_n }.

例題	問題
① $a_{n+1}= a_n + 3$ $a_1 = 1$ $a_2 = a_1+3$ $=1+3=4$ $a_3 = a_2+3$ $=4+3=7$ $a_4 = a_3+3$ $=7+3=10$	① $a_{n+1}= a_n + 2$ $a_1 = 1$
② $a_{n+1}= 3a_n$ $a_1 = 1$ $a_2 =3a_1$ $=3\times 1=3$ $a_3 =3a_2$ $=3\times 3=9$ $a_4 =3a_3$ $=3\times 9=27$	② $a_{n+1}= 2a_n$ $a_1 = 1$
③ $a_{n+1}= a_n + n$ $a_1 = 1$ $a_2 = a_1+1$ $=1+1=2$ $a_3 = a_2+2$ $=2+2=4$ $a_4 = a_3+3$ $=4+3=7$	③ $a_{n+1}= a_n + 2n$ $a_1 = 1$

2．次の数列{ a_n }の一般項 a_nを求めよ。
Find the nth term of the following sequence { a_n }.

例題	問題
$a_{n+1}= a_n+ 3,\ a_1 = 1$ 初項 1，公差 3 $a_n =1+(n-1)\times 3$ $= 3n-2$	$a_{n+1}= a_n+ 2,\ a_1 = 2$

3．次の数列{ a_n }の一般項 a_nを求めよ。
Find the nth term of the following sequence { a_n }.

例題	問題
$a_{n+1}= 3a_n,\ a_1 = 2$ 初項 2，公比 3 $a_n = 2\times 3^{n-1}$	$a_{n+1}= 2a_n,\ a_1 = 3$

4．次の数列{ a_n }の一般項 a_nを求めよ。
Find the nth term of the following sequence { a_n }.

例題	問題
$a_1 = 1$ $a_{n+1}= a_n+ n$ 階差数列は n になる。 $n\geqq 2$のとき $a_n= a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} k$ c $=1+\dfrac{(n-1)n}{2}$ $=\dfrac{n^2-n+2}{2}$ この式は $n=1$のときも なりたつので $a_n=\dfrac{n^2-n+2}{2}$	$a_1 = 1$ $a_{n+1}= a_n+ 2n$

5．次の数列{ a_n }の一般項 a_nを求めよ。
Find the nth term of the following sequence { a_n }.

例題	問題
$a_{n+1}= 3a_n- 2,\ a_1 = 2$ 特性方程式 $x=3x-2$ を解き，$x=1$ $a_{n+1}-1=3(a_n-1)$ a_n-1 は初項1，公比3 の等比数列であるから $a_n-1=1\times 3^{n-1}$ $a_n= 3^{n-1}+1$	$a_{n+1} = 4a_n- 1,\ a_1 = 3$

数学B　漸化式 2 課題

(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　　　　　)

1．次の数列{ a_n }の第 2 項から第 4 項までを求めよ。

例題	問題
① $a_{n+1}=a_n+4$ $a_1=4$ $a_2=a_1+4$ $=4+4=8$ $a_3=a_2+4$ $=8+4=12$ $a_4=a_3+4$ $=12+4=16$	① $a_{n+1}=a_n+5$ $a_1=5$
② $a_{n+1}=-3a_n$ $a_1=1$ $a_2=-3a_1$ $=-3\times1=-3$ $a_3=-3a_2$ $=-3\times(-3)=9$ $a_4=-3a_3$ $=-3\times9=-27$	② $a_{n+1}=4a_n$ $a_1=1$
③ $a_{n+1}=a_n+2n+1$ $a_1=1$ $a_2=a_1+2\times1+1$ $=1+3=4$ $a_3=a_2+2\times2+1$ $=4+5=9$ $a_4=a_3+2\times3+1$ $=9+7=16$	③ $a_{n+1}=a_n+n+1$ $a_1=1$

2．次の数列{ a_n }の一般項 a_nを求めよ。

例題	問題
$a_{n+1}=a_n+2,\ a_1=1$ 初項 1，公差 2 $a_n=1+(n-1)\times2$ $=\underline{\underline{2n-1}}$	$a_{n+1}=a_n+3,\ a_1=2$

3．次の数列{ a_n }の一般項 a_nを求めよ。

例題	問題
$a_{n+1}=2a_n$，$a_1=4$ 初項 4，公比 2 $a_n=\underline{\underline{4\times2^{n-1}}}$	$a_{n+1}=3a_n$，$a_1=2$

4．次の数列{ a_n }の一般項 a_nを求めよ。

例題	問題
$a_1=1$ $a_{n+1}=a_n+n+1$ 階差数列は $n+1$ $n\geqq2$ のとき $a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}(k+1)$ $=1+\frac{(n-1)n}{2}+n-1$ $=\frac{n^2+n}{2}$ この式は $n=1$ のときも なりたつので $\underline{\underline{a_n=\frac{n^2+n}{2}}}$	$a_1=1$ $a_{n+1}=a_n+2n+1$

5．次の数列{ a_n }の一般項 a_nを求めよ。

例題	問題
$a_{n+1}=4a_n+3$，$a_1=2$ 特性方程式 $x=4x+3$ を解き，$x=-1$ $a_{n+1}+1=4(a_n+1)$ a_n+1 は初項 3，公比 4 の等比数列であるから $a_n+1=3\times4^{n-1}$ $a_n=\underline{\underline{3\times4^{n-1}-1}}$	$a_{n+1}=2a_n+2$，$a_1=3$

数学B　漸化式 3 課題　　　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　)

1．次の数列{ a_n }の第 2 項から第 4 項までを求めよ。

例題	問題
① $a_{n+1} = a_n - 2$ $a_1 = 10$ $a_2 = a_1 - 2$ $= 10 - 2 = 8$ $a_3 = a_2 - 2$ $= 8 - 2 = 6$ $a_4 = a_3 - 2$ $= 6 - 2 = 4$	① $a_{n+1} = a_n - 3$ $a_1 = 9$
② $a_{n+1} = \frac{1}{2}\ a_n$ $a_1 = 8$ $a_2 = \frac{1}{2} a_1$ $= \frac{1}{2} \times 8 = 4$ $a_3 = \frac{1}{2} a_2$ $= \frac{1}{2} \times 4 = 2$ $a_3 = \frac{1}{2} a_2$ $= \frac{1}{2} \times 2 = 1$	② $a_{n+1} = \frac{1}{3}\ a_n$ $a_1 = 27$
③ $a_{n+1} = a_n + 2^n$ $a_1 = 1$ $a_2 = a_1 + 2^1$ $= 1 + 2 = 3$ $a_3 = a_2 + 2^2$ $= 3 + 4 = 7$ $a_4 = a_3 + 2^3$ $= 7 + 8 = 16$	③ $a_{n+1} = a_n + 3^n$ $a_1 = 1$

2．次の数列{ a_n }の一般項 a_n を求めよ。

例題	問題
$a_{n+1} = a_n - 2,\ \ a_1 = 10$ 初項 10, 公差 -2 $a_n = 10 + (n-1) \times (-2)$ $= \underline{-2n + 12}$	$a_{n+1} = a_n - 3,\ \ a_1 = 9$

3．次の数列{ a_n }の一般項 a_n を求めよ。

例題	問題
$a_{n+1} = \frac{1}{2} a_n,\ \ a_1 = 8$ 初項 8 , 公比 $\frac{1}{2}$ $\underline{a_n = 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}}$	$a_{n+1} = \frac{1}{3} a_n,\ \ a_1 = 27$

4．次の数列{ a_n }の一般項 a_n を求めよ。

例題	問題
$a_1 = 1$ $a_{n+1} = a_n + 3^n$ 階差数列は 3^n $n \geqq 2$ のとき $a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} 3^k$ $= 1 + \frac{3(3^{n-1} - 1)}{3 - 1}$ $= \frac{3^n - 1}{2}$ この式は $n = 1$ のときも なりたつので $\underline{a_n = \frac{3^n - 1}{2}}$	$a_1 = 1$ $a_{n+1} = a_n + 2^n$

5．次の数列{ a_n }の一般項 a_n を求めよ。

例題	問題
$a_{n+1} = 3a_n - 4 ,\ a_1 = 3$ 特性方程式 $X = 3X - 4$ を解き, $X = 2$ $a_{n+1} - 2 = 3(a_n - 2)$ $a_n - 2$ は初項 1 , 公比 3 の等比数列であるから $a_n - 2 = 1 \times 3^{n-1}$ $a_n = \underline{3^{n-1} + 2}$	$a_{n+1} = 4a_n - 3 ,\ a_1 = 2$

数学B 漸化式(隣接3項間) 課題

( )年( )組( )番( )

1. 次の数列{ a_n }の第 3 項から第 4 項までを求めよ。

例題 $a_{n+2} = 4a_{n+1} - 3a_n$ $a_1 = 4$, $a_2 = 10$

$a_3 = 4 \times a_2 - 3 \times a_1 = 4 \times 10 - 3 \times 4 = 28$

$a_4 = 4 \times a_3 - 3 \times a_2 = 4 \times 28 - 3 \times 10 = 82$

問題 $a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n$ $a_1 = 3$, $a_2 = 5$

2. 次の漸化式で表された数列{ a_n }を求めよ。

例題 $a_{n+2} = 4a_{n+1} - 3a_n$ $a_1 = 4$, $a_2 = 10$

特性方程式 $X^2 = 4X - 3$ を解くと $X = 1, 3$

$X^2 - 4X + 3 = 0$, $(X - 1)(X - 3) = 0$

$a_{n+2} - a_{n+1} = 3(a_{n+1} - a_n)$

$a_2 - a_1 = 10 - 4 = 6$

$a_{n+1} - a_n$ は初項 6 , 公比 3 の等比数列より

$a_{n+1} - a_n = 6 \times 3^{n-1} = 2 \times 3^n$

よって $a_n = a_1 + 2\sum_{k=1}^{n-1} 3^k$

$= 4 + 2 \times \dfrac{3(3^{n-1} - 1)}{3 - 1} = 3^n + 1$

問題 $a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n$ $a_1 = 3$, $a_2 = 5$

3. 次の漸化式で表された数列{ a_n }を求めよ。

例題 $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n$, $a_1 = 1$, $a_2 = 4$

特性方程式 $X^2 = 5X - 6$ を解くと $X = 2, 3$

$X^2 - 5X + 6 = 0$, $(X - 2)(X - 3) = 0$

$a_{n+2} - 2a_{n+1} = 3(a_{n+1} - 2a_n)$

$a_2 - 2a_1 = 4 - 2 \times 1 = 2$

$a_{n+1} - 2a_n$ は初項 2 , 公比 3 の等比数列

$a_{n+1} - 2a_n = 2 \times 3^{n-1}$ …①

$a_{n+2} - 3a_{n+1} = 2(a_{n+1} - 3a_n)$

$a_2 - 3a_1 = 4 - 3 \times 1 = 1$

$a_{n+1} - 3a_n$ は初項 1 , 公比 2 の等比数列

$a_{n+1} - 3a_n = 2^{n-1}$ …②

①－②より

$a_n = 2 \times 3^{n-1} - 2^{n-1}$

問題 $a_{n+2} = 7a_{n+1} - 12a_n$ $a_1 = 1$, $a_2 = 2$

数学B　漸化式(隣接3項間) 2 課題　　(　)年(　)組(　)番(　　　　)

1．次の数列の第 3 項から第 4 項までを求めよ。

例題　$a_{n+2} = 2a_{n+1} + 3a_n$，　$a_1 = 1$，$a_2 = 3$

$a_3 = 2 \times a_2 + 3 \times a_1 = 2 \times 3 + 3 \times 1 = 9$

$a_4 = 2 \times a_3 + 3 \times a_2 = 2 \times 9 + 3 \times 3 = 27$

問題　$a_{n+2} = 3a_{n+1} + 4a_n$　$a_1 = 1$，$a_2 = 4$

2．次の漸化式で表された数列$\{a_n\}$を求めよ。

例題　$a_{n+2} = 2a_{n+1} + 3a_n$，　$a_1 = 1$，$a_2 = 3$

特性方程式 $X^2 = 2X + 3$ を解くと $X = -1, 3$

$X^2 - 2X - 3 = 0$　，　$(X + 1)(X - 3) = 0$

$a_{n+2} - 3a_{n+1} = -(a_{n+1} - 3a_n)$

$a_2 - 3a_1 = 3 - 3 \times 1 = 0$

$a_{n+1} - 3a_n = 0$

$a_{n+1} = 3a_n$　より

a_n は初項 1，公比 3 の等比数列であるから

$a_n = 3^{n-1}$

問題　$a_{n+2} = 3a_{n+1} + 4a_n$，　$a_1 = 1$，$a_2 = 4$

4．次の漸化式で表された数列$\{a_n\}$を求めよ。

例題　$a_{n+2} = 6a_{n+1} - 8a_n$，$a_1 = 1$，$a_2 = 3$

特性方程式 $X^2 = 5X - 6$ を解くと $X = 2, 4$

$X^2 - 6X + 8 = 0$　，　$(X - 2)(X - 4) = 0$

$a_{n+2} - 2a_{n+1} = 4(a_{n+1} - 2a_n)$

$a_2 - 2a_1 = 3 - 2 \times 1 = 1$

$a_{n+1} - 2a_n$ は初項 1，公比 4 の等比数列

$a_{n+1} - 2a_n = 4^{n-1}$　　…①

$a_{n+2} - 4a_{n+1} = 2(a_{n+1} - 4a_n)$

$a_2 - 4a_1 = 3 - 4 \times 1 = -1$

$a_{n+1} - 4a_n$ は初項-1，公比 2 の等比数列

$a_{n+1} - 4a_n = -2^{n-1}$　　…②

①－②より　$2a_n = 4^{n-1} + 2^{n-1}$

$a_n = \dfrac{4^{n-1} + 2^{n-1}}{2}$

問題　$a_{n+2} = 7a_{n+1} - 10a_n$　$a_1 = 1$，$a_2 = 3$

数学B　漸化式(隣接3項間) 3 課題

(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　)

1. 次の漸化式で表された数列$\{a_n\}$を求めよ。

例題　$a_{n+2}=a_{n+1}+6a_n$，$a_1=0$，$a_2=1$

特性方程式 $x^2=x+6$ を解くと $x=3,-2$

$x^2-x-6=0$　，　$(x-3)(x+2)=0$

$a_{n+2}+2a_{n+1}=3(a_{n+1}+2a_n)$

$a_2+2a_1=1+2\times 0=1$

$a_{n+1}+2a_n$ は初項 1，公比 3 の等比数列

$a_{n+1}+2a_n=3^{n-1}$　　　　・・・①

$a_{n+2}-3a_{n+1}=-2(a_{n+1}-3a_n)$

$a_2-3a_1=1-3\times 0=1$

$a_{n+1}-3a_n$ は初項 1，公比 -2 の等比数列

$a_{n+1}-3a_n=(-2)^{n-1}$　　　　・・・②

(①－②)÷ 5　より

$$a_n=\frac{3^{n-1}-(-2)^{n-1}}{5}$$

問題　$a_{n+2}=2a_{n+1}+8a_n$　$a_1=0$，$a_2=1$

2. 次の漸化式で表された数列$\{a_n\}$を求めよ。

例題　$a_{n+2}=4a_{n+1}-4a_n$，$a_1=0$，$a_2=4$

特性方程式 $x^2=4x-4$ を解くと $x=2$

$x^2-4x+4=0$　，　$(x-2)^2=0$

$a_{n+2}-2a_{n+1}=2(a_{n+1}-2a_n)$

$a_2-2a_1=4-0=4$

$a_{n+1}-2a_n$ は初項 4，公比 2 の等比数列より

$a_{n+1}-2a_n=4\times 2^{n-1}=2^{n+1}$

両辺を 2^{n+1} で割ると　$\dfrac{a_{n+1}}{2^{n+1}}-\dfrac{a_n}{2^n}=1$

$\dfrac{a_n}{2^n}$ を b_n とすると，$b_1=0$，　$b_2=2$

$b_{n+1}-b_n$ は公差 1 の等差数列より

$b_n=b_1+\sum_{k=1}^{n-1}1=n-1$

よって，$a_n=(n-1)\times 2^n$

問題　$a_{n+2}=6a_{n+1}-9a_n$，$a_1=0$，$a_2=9$

数学B　漸化式　$a_{n+1} = p\,a_n + f(n)$　課題　　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　　　)

数列　$a_{n+1} = 2a_n + n$，$a_1 = 1$ について答えよ。

例題①　数列$\{a_n\}$の第 2 項から第 4 項まで求めよ。

$n = 1$ のとき　$a_2 = 2a_1 + 1 = 3$

$n = 2$ のとき　$a_3 = 2a_2 + 2 = 8$

$n = 3$ のとき　$a_4 = 2a_3 + 3 = 8$

例題②　階差数列$\{b_n\}$を用いて，数列$\{a_n\}$を求めよ。

$a_{n+1} = 2a_n + n$ より，$a_{n+2} = 2a_{n+1} + n + 1$

$a_{n+2} - a_{n+1} = 2(a_{n+1} - a_n) + 1$

$b_n = a_{n+1} - a_n$ とすると

$b_{n+1} = 2b_n + 1$，$b_1 = a_2 - a_1 = 2$

$b_{n+1} + 1 = 2(b_n + 1)$，$b_1 + 1 = 3$

$b_n + 1$ は初項 3，公比 2 の等比数列であるから

$b_n = 3 \times 2^{n-1} - 1$

b_n は a_n の階差数列 であるから，$n \geqq 2$ のとき

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1}(3 \times 2^{n-1} - 1)$$

$$= 1 + 3\sum_{k=1}^{n-1} 2^{n-1} - \sum_{k=1}^{n-1} 1$$

$$= 1 + 3 \times \frac{2^{n-1} - 1}{2 - 1} - (n - 1)$$

$$= 3 \times 2^{n-1} - n - 1$$

この式は $n = 1$ のときも成り立つ。

$a_n = 3 \times 2^{n-1} - n - 1$

例題③　$a_{n+1} + g(n+1) = 2(a_n + g(n))$となる一次式 $g(x)$ を利用して，数列$\{a_n\}$を求めよ。

$g(x) = ax + b$ とおくと

$a_{n+1} + a(n+1) + b = 2(a_n + an + b)$

$a_{n+1} = 2a_n + an - a + b$　$\therefore a = 1$，$b = 1$

$a_{n+1} + (n+2) = 2(a_n + n + 1)$，$a_1 + 2 = 3$

数列$\{a_n + n + 1\}$は初項 3，公比 2 の等比数列

$a_n + n + 1 = 3 \times 2^{n-1}$

$a_n = 3 \times 2^{n-1} - n - 1$

数列　$a_{n+1} = 3a_n + 2n$，$a_1 = 0$ について答えよ。

問題①　数列$\{a_n\}$の第 2 項から第 4 項まで求めよ。

問題②　数列$\{a_n\}$を求めよ。

数学B 漸化式 $a_{n+1}=pa_n+f(n)$ 2 課題　　(　)年(　)組(　)番(　　　)

数列 $a_{n+1}=3a_n+2n-1$, $a_1=1$ について答えよ。

例題① 数列$\{a_n\}$の第2項から第4項まで求めよ。

$n=1$ のとき　$a_2=3a_1+2-1=4$

$n=2$ のとき　$a_3=3a_2+4-1=15$

$n=3$ のとき　$a_4=3a_3+6-1=50$

例題② 階差数列$\{b_n\}$を用いて，数列$\{a_n\}$を求めよ。

$a_{n+1}=3a_n+2n-1$ より，$a_{n+2}=3a_{n+1}+2n+1$

$a_{n+2}-a_{n+1}=3(a_{n+1}-a_n)+2$

$b_n=a_{n+1}-a_n$ とすると

$b_{n+1}=3b_n+2$，$b_1=a_2-a_1=3$

$b_{n+1}+1=3(b_n+1)$，$b_1+1=4$

b_n+1 は初項 4，公比 3 の等比数列であるから

$b_n=4\times3^{n-1}-1$

b_n は a_n の階差数列 であるから，$n\geqq2$ のとき

$$a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}(4\times3^{n-1}-1)$$

$$=1+4\sum_{k=1}^{n-1}3^{n-1}-\sum_{k=1}^{n-1}1$$

$$=1+4\times\frac{3^{n-1}-1}{3-1}-(n-1)$$

$$=2\times3^{n-1}-n$$

この式は $n=1$ のときも成り立つ。

$a_n=2\times3^{n-1}-n$

例題③ $a_{n+1}+g(n+1)=3(a_n+g(n))$となる一次式 $g(x)$ を利用して，数列$\{a_n\}$を求めよ。

$g(x)=ax+b$ とおくと

$a_{n+1}+a(n+1)+b=3(a_n+an+b)$

$a_{n+1}=3a_n+2an-a+2b$　$\therefore a=1, b=0$

$a_{n+1}+n+1=3(a_n+n)$，$a_1+1=2$

数列$\{a_n+n\}$は初項2，公比3の等比数列

$a_n+n=2\times3^{n-1}$

$a_n=2\times3^{n-1}-n$

数列 $a_{n+1}=2a_n+n+1$，$a_1=1$ について答えよ。

問題① 数列$\{a_n\}$の第2項から第4項まで求めよ。

問題② 数列$\{a_n\}$を求めよ。

数学B　漸化式　$a_{n+1} = p\,a_n + f(n)$　3 課題　　　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　)

数列　$a_{n+1}=-a_n+2n$，$a_1=1$　について答えよ。

例題①　数列$\{a_n\}$の第 2 項，第 3 項を求めよ。

$n=1$ のとき　$a_2=-a_1+2=1$

$n=2$ のとき　$a_3=-a_2+4=3$

例題②　階差数列$\{b_n\}$を用いて，数列$\{a_n\}$を求めよ。

$a_{n+1}=-a_n+2n$ より，$a_{n+2}=-a_{n+1}+2n+2$

$a_{n+2}-a_{n+1}=-(a_{n+1}-a_n)+2$

$b_n=a_{n+1}-a_n$　とすると

$b_{n+1}=-b_n+2$，$b_1=a_2-a_1=0$

$b_{n+1}-1=-(b_n-1)$，$b_1-1=-1$

b_n-1 は初項-1，公比-1 の等比数列であるから

$b_n=-1\times(-1)^{n-1}+1=-(-1)^{n-1}+1$

b_n　は　a_n の階差数列　であるから，$n\geqq 2$ のとき

$$a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}\left\{-(-1)^{n-1}+1\right\}$$

$$=1-\sum_{k=1}^{n-1}(-1)^{n-1}+\sum_{k=1}^{n-1}1$$

$$=1-\frac{(-1)^{n-1}-1}{-1-1}+(n-1)$$

$$=\frac{(-1)^{n-1}-1}{2}+n$$

この式は $n=1$ のときも成り立つ。

$$a_n=\frac{(-1)^{n-1}-1}{2}+n$$

例題③　$a_{n+1}+g(n+1)=-(a_n+g(n))$となる
一次式 $g(x)$ を利用して，数列$\{a_n\}$を求めよ。

$g(x)=ax+b$ とおくと

$a_{n+1}+a(n+1)+b=-(a_n+an+b)$

$a_{n+1}=-a_n-2an-a-2b$　∴ $a=-1$，$b=\frac{1}{2}$

$a_{n+1}-n+\frac{1}{2}=-\left(a_n-n+\frac{1}{2}\right)$

数列$\left\{a_n-n+\frac{1}{2}\right\}$は初項 $\frac{1}{2}$，公比-1
の等比数列であるから

$a_n-n+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}(-1)^{n-1}$

$a_n=\frac{1}{2}(-1)^{n-1}-\frac{1}{2}+n$

数列　$a_{n+1}=-a_n+2n+3$，$a_1=1$ について答えよ。

問題①　数列$\{a_n\}$の第 2 項，第 3 項を求めよ。

問題②　数列$\{a_n\}$を求めよ。

数学B　漸化式　指数と対数　課題

(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　　　)

数列　$a_{n+1} = 3a_n + 3^{n+1}$，$a_1 = 3$ について答えよ。

例題①　数列$\{a_n\}$の第 2 項，第 3 項を求めよ。

$n = 1$ のとき　$a_2 = 3a_1 + 3^2 = 18$

$n = 2$ のとき　$a_3 = 3a_2 + 3^3 = 81$

例題②　数列$\{a_n\}$の一般項 a_n を求めよ。

両 辺を 3^{n+1} で割り，$b_n = \dfrac{a_n}{3^n}$ とおくと

$$\frac{a_{n+1}}{3^{n+1}} = \frac{a_n}{3^n} + 1 \text{ より}$$

$b_{n+1} = b_n + 1$，$b_1 = \dfrac{a_1}{3} = 1$

数列$\{b_n\}$は初項 1, 公差 1 の等差数列となり，

$b_n = 1 + (n-1) \times 1 = n$

よって　$a_n = 3^n \times n$

数列　$a_{n+1} = 3a_n{}^2$，$a_1 = 1$ について答えよ。

例題③　数列$\{a_n\}$の第 2 項，第 3 項を求めよ。

$n = 1$ のとき　$a_2 = 3a_1 \times a_1 = 9$

$n = 2$ のとき　$a_3 = 3a_2 \times a_2 = 243$

例題④　数列$\{a_n\}$の一般項 a_n を求めよ。

$a_{n+1} = 3a_n{}^2$，$a_1 = 1 > 0$　より

a_n はすべての自然数において正である。

漸化式の両 辺を底を 3 とする対数をとると

$$\log_3 a_{n+1} = \log_3 3a_n{}^2 = \log_3 a_n{}^2 + \log_3 3$$

$$= 2\log_3 a_n + 1$$

$b_n = \log_3 a_n$ とおくと，$a_n = 3^{b_n}$

$b_{n+1} = 2b_n + 1$，$b_1 = \log_3 a_1 = 1$

$b_{n+1} + 1 = 2(b_n + 1)$

数列$\{b_n + 1\}$は初項 2, 公比 2 の等比数列となり，

$b_n = 2 \times 2^{n-1} - 1 = 2^n - 1$

よって　$a_n = 3^{2^n - 1}$

問題①　数列 $a_{n+1} = 4a_n + 4^{n+1}$，$a_1 = 4$ の一般項 a_n を求めよ。

問題②　数列 $a_{n+1} = 4a_n{}^2$，$a_1 = 1$ の一般項 a_n を求めよ。

数学B　連立漸化式　課題

(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　)

例題　$a_{n+1} = 2a_n + b_n$，　$b_{n+1} = 3a_n + 4b_n$

$a_1 = 2$, $b_1 = 6$ について答えよ。

(1)　a_2, b_2 を求めよ。

$a_2 = 2a_1 + b_1 = 2 \times 2 + 6 = 10$

$b_2 = 3a_1 + 4b_1 = 3 \times 2 + 4 \times 6 = 30$

(2)　数列$\{a_n\}$の漸化式を作れ。

$b_n = a_{n+1} - 2a_n$

$b_{n+1} = a_{n+2} - 2a_{n+1}$

$b_{n+1} = 3a_n + 4b_n$ に代入する。

$a_{n+2} - 2a_{n+1} = 3a_n + 4(a_{n+1} - 2a_n)$

$a_{n+2} - 6a_{n+1} + 5a_n = 0$

(3)　数列$\{a_n\}$，数列$\{b_n\}$の一般項を求めよ。

特性方程式 $X^2 - 6X + 5 = 0$ を解き，$X = 1, 5$

$a_{n+2} - a_{n+1} = 5(a_{n+1} - a_n)$

$a_2 - a_1 = 10 - 2 = 8$

$a_{n+1} - a_n = 8 \times 5^{n-1}$　　・・・①

$a_{n+2} - 5a_{n+1} = (a_{n+1} - 5a_n)$

$a_2 - 5a_1 = 10 - 2 \times 5 = 0$

$a_{n+1} - 5a_n = 0$　　・・・②

②－①より　$4a_n = 8 \times 5^{n-1}$

$a_n = 2 \times 5^{n-1}$

$b_n = a_{n+1} - 2a_n$ に代入して

$b_n = 2 \times 5^n - 2 \times 2 \times 5^{n-1}$

$= 2 \times 5 \times 5^{n-1} - 4 \times 5^{n-1}$

$= 6 \times 5^{n-1}$

よって　$a_n = 2 \times 5^{n-1}$

$b_n = 6 \times 5^{n-1}$

問題　$a_{n+1} = 3a_n + b_n$，　$b_{n+1} = 2a_n + 4b_n$

$a_1 = 2$, $b_1 = 4$ について答えよ。

(1)　a_2, b_2 を求めよ。

(2)　数列$\{a_n\}$の漸化式を作れ。

(3)　数列$\{a_n\}$，数列$\{b_n\}$の一般項を求めよ。

数学B　連立漸化式 2 課題　　(　)年(　)組(　)番(　　　　　　)

例題　$a_{n+1} = 3a_n + b_n$，　$b_{n+1} = 2a_n + 4b_n$

$a_1 = 2$, $b_1 = 4$ について答えよ。

(1)　a_2 , b_2 を求めよ。

$a_2 = 3a_1 + b_1 = 3 \times 2 + 4 = 10$

$b_2 = 2a_1 + 4b_1 = 2 \times 2 + 4 \times 4 = 20$

(2)　数列$\{a_n + kb_n\}$が等比数列になる k を求めよ。

数列$\{a_n + kb_n\}$が等比数列になる条件は

$a_{n+1} + kb_{n+1} = l(a_n + kb_n)$

となる k, l が存在することである。

a_{n+1} , b_{n+1} を代入して

$(3a_n + b_n) + k(2a_n + 4b_n)$

$= l(a_n + kb_n)$

$3 + 2k = l$，$1 + 4k = kl$　より

$1 + 4k = k(3 + 2k)$

$2k^2 - k - 1 = (2k + 1)(k - 1) = 0$

$k = 1, -\dfrac{1}{2}$

(3)　数列$\{a_n\}$，数列$\{b_n\}$の一般項を求めよ。

$k = 1$ のとき，$l = 5$ より

$a_n + b_n = 5^{n-1}(2 + 4) = 6 \times 5^{n-1}$

$k = -\dfrac{1}{2}$ のとき，$l = 1 + 2 \times \left(-\dfrac{1}{2}\right) = 0$

$a_n - \dfrac{1}{2}b_n = 0^{n-1}\left(2 - \dfrac{1}{2} \times 4\right) = 0$

$b_n = 2a_n$　より

$a_n + b_n = a_n + 2a_n = 3a_n = 6 \times 5^{n-1}$

$a_n = 2 \times 5^{n-1}$

$b_n = 4 \times 5^{n-1}$

問題　$a_{n+1} = 2a_n + b_n$，　$b_{n+1} = 2a_n + 3b_n$

$a_1 = 2$, $b_1 = 4$ について答えよ。

(1)　a_2 , b_2 を求めよ。

(2)　数列$\{a_n + kb_n\}$が等比数列になる k を求めよ。

(3)　数列$\{a_n\}$，数列$\{b_n\}$の一般項を求めよ。

数学B　連立漸化式 3 課題　　　　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　)

例題　$a_{n+1} = 3a_n + b_n$,　$b_{n+1} = 2a_n + 2b_n$

$a_1 = 1$, $b_1 = 4$ について答えよ。

(1)　a_2 , b_2 を求めよ。

$a_2 = 3a_1 + b_1 \quad = 3 \times 1 + 4 = 7$

$b_2 = 2a_1 + 2b_1 \quad = 2 \times 1 + 2 \times 4 = 10$

(2)　数列$\{a_n\}$の漸化式を作れ。

$b_n = a_{n+1} - 3a_n$

$b_{n+1} = a_{n+2} - 3a_{n+1}$

$b_{n+1} = 2a_n + 2b_n$ に代入する。

$a_{n+2} - 3a_{n+1} = 2a_n + 2(a_{n+1} - 3a_n)$

$a_{n+2} - 5a_{n+1} + 4a_n = 0$

(3)　数列$\{a_n\}$，数列$\{b_n\}$の一般項を求めよ。

特性方程式 $X^2 - 5X + 4 = 0$ を解き，$X = 1 , 4$

$a_{n+2} - 4a_{n+1} = (a_{n+1} - 4a_n)$

$a_2 - 4a_1 = 7 - 4 \times 1 = 3$

$a_{n+1} - 4a_n = 3 \qquad \cdots$①

$a_{n+2} - a_{n+1} = 4(a_{n+1} - a_n)$

$a_2 - a_1 = 7 - 1 = 6$

$a_{n+1} - a_n = 6 \times 4^{n-1} \qquad \cdots$②

②−①より　$3a_n = 6 \times 4^{n-1} - 3$

$a_n = 2 \times 4^{n-1} - 1$

$b_n = a_{n+1} - 3a_n$ に代入して

$b_n = (2 \times 4^n - 1) - 3(2 \times 4^{n-1} - 1)$

$= 8 \times 4^{n-1} - 1 - 6 \times 4^{n-1} + 3$

$= 2 \times 4^{n-1} + 2$

よって

$a_n = 2 \times 4^{n-1} - 1$

$b_n = 2 \times 4^{n-1} + 2$

問題　$a_{n+1} = 2a_n + b_n$,　$b_{n+1} = a_n + 2b_n$

$a_1 = 1$, $b_1 = 3$ について答えよ。

(1)　a_2 , b_2 を求めよ。

(2)　数列$\{a_n\}$の漸化式を作れ。

(3)　数列$\{a_n\}$，数列$\{b_n\}$の一般項を求めよ。

数学B 連立漸化式 4 課題 (発展)

(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　)

例題 $a_{n+1}=2a_n+b_n$, $b_{n+1}=2a_n+3b_n$

$a_1=2$, $b_1=4$ の一般項を求めよ。

(1) a_{n+1} , b_{n+1} を行列で表せ。行列を A とする。

$$\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}$$

(2) 行列 A の固有値を求めよ。

$$det\left(A-\lambda I\right)=det\begin{pmatrix} 2-\lambda & 1 \\ 2 & 3-\lambda \end{pmatrix}$$

$$=(2-\lambda)(3-\lambda)-1\times 2=\lambda^2-5\lambda+4=0$$

よって，固有値は $\lambda=1, 4$

(3) 行列 A の固有ベクトルを求めよ。

$\lambda=1$ のとき $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ より

$x+y=0$ よって $x=1$ のとき $y=-1$

$\lambda=4$ のとき $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ より

$-2x+y=0$ よって $x=1$ のとき $y=2$

よって，$x_1\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $x_2\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $x_1, x_2\neq 0$

(3) 行列 A を対角化せよ。

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1}=\frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

$P=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ とすると $P^{-1}=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

$P^{-1}AP$ を求める。

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} ap+br & aq+bs \\ cp+dr & cq+ds \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 12 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

(4) A^n を求めよ。

$P^{-1}AP=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ より $P^{-1}A^nP=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4^n \end{pmatrix}$

$$A^n=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4^n \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}\times\frac{1}{3}$$

$$=\begin{pmatrix} 1 & 4^n \\ -1 & 2\times 4^n \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}\times\frac{1}{3}$$

$$=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2+4^{n+1} & -1+4^{n+1} \\ -2+2\times 4^{n+1} & 1+2\times 4^{n+1} \end{pmatrix}$$

(5) 数列 $\{a_n\}$, 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

$$\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2+4^{n-1} & -1+4^{n-1} \\ -2+2\times 4^{n-1} & 1+2\times 4^{n-1} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 2\times 4^{n-1} \\ 4^n \end{pmatrix}$$

問題 $a_{n+1}=2a_n+b_n$, $b_{n+1}=3a_n+4b_n$

$a_1=1$, $b_1=3$ の一般項を求めよ。

数学B　漸化式(分数)　課題

(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　　　　　)

1．次の数列$\{a_n\}$の一般項a_nを求めよ。

例題　$a_1=1,\quad \dfrac{1}{a_{n+1}}-\dfrac{1}{a_n}=4^{n-1}$

$b_n=\dfrac{1}{a_n}$ とおくと $b_1=\dfrac{1}{1}=1$

$b_{n+1}-b_n=4^{n-1}$ より $n\geqq 2$ のとき

$b_n=b_1+\sum_{k=1}^{n-1}4^{k-1}=1+\dfrac{1(4^{n-1}-1)}{4-1}=\dfrac{4^{n-1}+2}{3}$

$b_1=1$ より，この式は $n=1$ でも成り立つ。

よって　$a_n=\dfrac{3}{4^{n-1}+2}$

問題①　$a_1=1,\quad \dfrac{1}{a_{n+1}}-\dfrac{1}{a_n}=2^{n-1}$

問題②　$a_1=1,\quad \dfrac{1}{a_{n+1}}-\dfrac{1}{a_n}=2^{n}$

2．次の数列$\{a_n\}$の一般項a_nを求めよ。

例題　$a_1=1,\quad a_{n+1}=\dfrac{a_n}{3a_n+2}$

$a_1=1$ と漸化式の形から $a_n>0$ になる。

漸化式の両辺の逆数をとると

$\dfrac{1}{a_{n+1}}=\dfrac{3a_n+2}{a_n}=3+\dfrac{2}{a_n}$

$b_n=\dfrac{1}{a_n}$ とおくと $b_1=\dfrac{1}{1}=1$

$b_{n+1}=2b_n+3$

特性方程式 $x=2x+3$ を解き，$x=-3$

$b_{n+1}+3=2(b_n+3)$

$\{b_n+3\}$ は初項 4，公比 2 の等比数列になる。

$b_n+3=4\times 2^{n-1}=2^{n+1}$

$b_n=2^{n+1}-3$

よって　$a_n=\dfrac{1}{2^{n+1}-3}$

問題　$a_1=1,\quad a_{n+1}=\dfrac{a_n}{a_n+2}$

数学B　漸化式(分数)　2 課題　　　　(　)年(　)組(　)番(　　　　　　)

1．次の数列$\{a_n\}$の一般項 a_nを求めよ。

例題　$a_1 = 1,\ \dfrac{1}{a_{n+1}} - \dfrac{1}{a_n} = 2n$

$b_n = \dfrac{1}{a_n}$ とおくと $b_1 = \dfrac{1}{1} = 1$

$b_{n+1} - b_n = 2n$ より $n \geqq 2$ のとき

$b_n = b_1 + \sum_{k=1}^{n-1} 2k = 1 + 2 \times \dfrac{(n-1)n}{2} = n^2 - n + 1$

$b_1 = 1$ より，この式は $n = 1$ でも成り立つ。

よって　$a_n = \dfrac{1}{n^2 - n + 1}$

問題①　$a_1 = 1,\ \dfrac{1}{a_{n+1}} - \dfrac{1}{a_n} = 4n$

問題②　$a_1 = 1,\ \dfrac{1}{a_{n+1}} - \dfrac{1}{a_n} = 2n + 1$

2．次の数列$\{a_n\}$の一般項 a_nを求めよ。

例題　$a_1 = 1,\ a_{n+1} = \dfrac{a_n}{2a_n + 1}$

$a_1 = 1$ と漸化式の形から $a_n > 0$ になる。

漸化式の両辺の逆数をとると

$\dfrac{1}{a_{n+1}} = \dfrac{2a_n + 1}{a_n} = 2 + \dfrac{1}{a_n}$

$b_n = \dfrac{1}{a_n}$ とおくと $b_1 = \dfrac{1}{1} = 1$

$b_{n+1} = b_n + 2,\ b_{n+1} - b_n = 2$

b_n は初項 1，公差 2 の等差数列になる。

$b_n = 1 + (n-1) \times 2 = 2n - 1$

よって　$a_n = \dfrac{1}{2n-1}$

問題①　$a_1 = 1,\ a_{n+1} = \dfrac{a_n}{3a_n + 1},\ a_n > 0$

問題②　$a_1 = 1,\ a_{n+1} = \dfrac{2a_n}{a_n + 2},\ a_n > 0$

数学B　漸化式(分数)　3　課題

(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　)

例題　次の数列$\{a_n\}$の一般項 a_nを求めよ。

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 4 - \frac{3}{a_n}$$

特性方程式 $x = 4 - \dfrac{3}{x}$ より $x = 1, 3$

$x^2 - 4x + 3 = (x-1)(x-3) = 0$

$$\frac{a_{n+1} - 1}{a_{n+1} - 3} = \frac{4 - \dfrac{3}{a_n} - 1}{4 - \dfrac{3}{a_n} - 3}$$

$$= \frac{3 - \dfrac{3}{a_n}}{1 - \dfrac{3}{a_n}}$$

$$= \frac{3(a_n - 1)}{a_n - 3}$$

$\dfrac{a_n - 1}{a_n - 3} = b_n$ とすると $b_1 = \dfrac{2-1}{2-3} = -1$

$b_{n+1} = 3b_n$ より $b_n = -3^{n-1}$

$$\frac{a_n - 1}{a_n - 3} = -3^{n-1}$$

$$a_n - 1 = -3^{n-1}(a_n - 3)$$

$$= -3^{n-1}a_n + 3^n$$

$$(1 + 3^{n-1})a_n = 1 + 3^n$$

$$a_n = \frac{1 + 3^n}{1 + 3^{n-1}}$$

問題　次の数列$\{a_n\}$の一般項 a_nを求めよ。

$$a_1 = 6, \quad a_{n+1} = 6 - \frac{5}{a_n}$$

数学B　漸化式(S_nとa_n) 課題

(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　　　)

例題①　$S_n = 2a_n + n + 1$ の一般項 a_n を求めよ。

$S_1 = a_1 = 2a_1 + 1 + 1$　より　$a_1 = -2$

$S_n = 2a_n + n + 1$　より

$S_{n+1} = 2a_{n+1} + (n+1) + 1 = 2a_{n+1} + n + 2$

$S_{n+1} - S_n = (2a_{n+1} + n + 2) - (2a_n + n + 1)$

$= 2a_{n+1} - 2a_n + 1 = a_{n+1}$

したがって　$a_{n+1} - 2a_n + 1 = 0$

特性方程式　$x^2 - 2x + 1 = 0$ を解き，$x = 1$

$a_{n+1} - 1 = 2(a_n - 1)$

$\{a_n - 1\}$ は初項-3，公比 2 の等比数列

$a_n = -3 \times 2^{n-1} + 1$

例題②　$S_n = 2a_n - 2^n$

$S_1 = a_1 = 2a_1 - 2^1$ より　$a_1 = 2$

$S_n = 2a_n - 2^n$ より　$S_{n+1} = 2a_{n+1} - 2^{n+1}$

$S_{n+1} - S_n$

$= (2a_{n+1} - 2^{n+1}) - (2a_n - 2^n)$

$= 2a_{n+1} - 2a_n - 2^n = a_{n+1}$

したがって　$a_{n+1} - 2a_n - 2^n = 0$

両辺を 2^{n+1} で割り整理すると

$$\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} - \frac{a_n}{2^n} - \frac{1}{2} = 0$$

$\frac{a_n}{2^n} = b_n$　とすると　$b_1 = \frac{2}{2} = 1$

$$b_{n+1} - b_n - \frac{1}{2} = 0$$

$$b_{n+1} - b_n = \frac{1}{2}$$

b_{n+1} は初項 1，公差 $\frac{1}{2}$ の等差数列

$$b_n = \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}$$

$$a_n = \left(\frac{1}{2}n + \frac{1}{2}\right) \times 2^n$$

$$= 2^{n-1}(n+1)$$

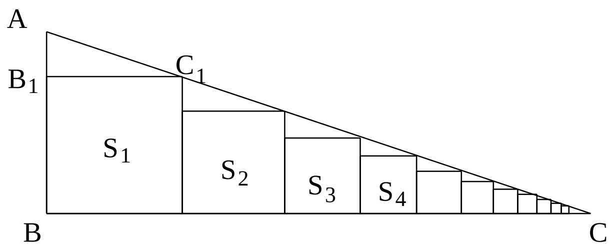
問題①　$S_n = 2a_n + n - 1$ の一般項 a_n を求めよ。

問題②　$S_n = 2a_n + 2^n$

数学B　漸化式(応用)　課題　　(　)年(　)組(　)番(　　　　)

1．次の図形図形について答えよ。

例題　$AB = 4$, $BC = 12$, $\angle ABC = 90^\circ$ の直角三角形の内部に辺 BC に接するように正方形 $S_1, S_2, \cdots$ をおく。正方形の一辺の長さを $a_1, a_2, a_3, \cdots$ とする。a_n の値を n の式で表せ。



S_1 の 1 辺の長さ a_1 は，$\triangle AB_1C_1 \backsim \triangle ABC$ より

$AB_1 : B_1C_1 = AB : BC$

$4 - a_1 : a_1 = 4 : 12 \quad \therefore \quad a_1 = 3$

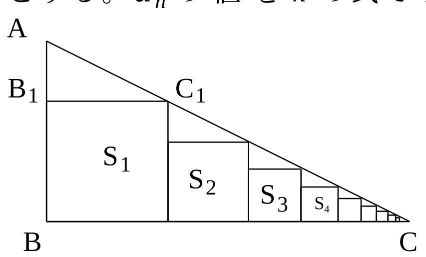
S_2 の 1 辺の長さ a_2 も同様に

$3 - a_2 : a_2 = 4 : 12 \quad \therefore \quad a_2 = \dfrac{9}{4}$

$\{a_n\}$ は初項 3, 公比 $\dfrac{3}{4}$ の等比数列になる。

$$a_n = 3\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$$

問題　$AB = 3$, $BC = 6$, $\angle ABC = 90^\circ$ の直角三角形の内部に辺 BC に接するように正方形 $S_1, S_2, \cdots$ をおく。正方形の一辺の長さを $a_1, a_2, a_3, \cdots$ とする。a_n の値を n の式で表せ。



2．次の図形について答えよ。

例題　平面上に n 本の直線があり，平行な直線はなく，どの 3 本も同一の点を通らない。これらの直線によってできる交点の個数 a_n を n の式で表せ。

1 本は交点がなく，$a_1 = 0$

2 本は 1 本目との交点ができ，$a_2 = 1$

3 本は 1, 2 本目との交点が追加され，

$a_3 = 1 + 2 = 3$

n 本の直線に，1 本追加すると，

n 本との交点が追加される。

したがって，$a_{n+1} = a_n + n$

$a_{n+1} - a_n = n$ ，$a_1 = 0$

$n \geqq 2$ のとき

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} k = 0 + \frac{(n-1)n}{2}$$

$$= \frac{n(n-1)}{2}$$

この式は $n = 1$ のときも成り立つ。

$$a_n = \frac{n(n-1)}{2}$$

問題　平面上に n 本の直線があり，平行な直線はなく，どの 3 本も同一の点を通らない。これらの n 本の直線によって，平面は何個に分割されるか。