

数学B 漸化式

( )年( )組( )番( )

数列  $\{a_n\}$  において, [1]  $a_1 = 1$ , [2]  $a_{n+1} = 2a_n + 1$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) とすると, この 2 つの条件によって, 数列  $\{a_n\}$  が定まる。具体的に  $n$  を代入してみよう。

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 2a_1 + 1 = 2 \times ( ) + 1 = ( )$$

$$a_3 = 2a_2 + 1 = 2 \times ( ) + 1 = ( )$$

$$a_4 = 2a_3 + 1 = 2 \times ( ) + 1 = ( )$$

このように各項の値が一通りに定まる。[2]のように数列の前後の項の関係を表す式を( )式という。

問題 A 次の条件によって定義される数列  $\{a_n\}$  の第 4 項を求めよ。

$$(1) a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + 2$$

$$(2) a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n$$

$$a_2 =$$

$$a_2 =$$

$$a_3 =$$

$$a_3 =$$

$$a_4 =$$

$$a_4 =$$

$$(3) a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + n$$

$$(4) a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + 2^n$$

$$a_2 =$$

$$a_2 =$$

$$a_3 =$$

$$a_3 =$$

$$a_4 =$$

$$a_4 =$$

等差数列・等比数列の漸化式

公差を  $d$  とするとき, 等差数列  $\{a_n\}$  の漸化式は  $(a_{n+1} = )$ ,  
公比を  $r$  とするとき, 等比数列  $\{a_n\}$  の漸化式は  $(a_{n+1} = )$  になる。

問題 B 次の条件で定義される数列  $\{a_n\}$  の一般項  $a_n$  を求めよ。

$$(1) a_1 = 2, a_{n+1} = a_n + 3$$

$$(2) a_1 = 2, a_{n+1} = 3 \times a_n$$

階差数列の漸化式

漸化式が  $a_{n+1} = a_n + f(n)$  の形の漸化式は階差数列を利用して一般項を求める。

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} f(k) \quad (n \geq 2)$$

問題 C 次の条件で定義される数列  $\{a_n\}$  の一般項  $a_n$  を求めよ。

$$(1) a_{n+1} = a_n + n, a_1 = 1$$

$$(2) a_{n+1} = a_n + 2^n, a_1 = 1$$

$$a_{n+1} - a_n = ( ) \text{ より,}$$

$$a_{n+1} - a_n = ( ) \text{ より}$$

$$\text{階差数列は} ( ) \text{ になる。}$$

$$\text{階差数列は} ( ) \text{ になる。}$$

$$n \geq 2 \text{ のとき}$$

$$n \geq 2 \text{ のとき}$$

$$a_n = ( ) + \sum_{k=1}^{n-1} ( )$$

$$a_n = ( ) + \sum_{k=1}^{n-1} ( )$$

$$a_n = ( ) + \frac{1}{2}n(n-1)$$

$$a_n = ( ) + \frac{( )}{2}$$

$$a_n = \left( \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n \right)$$

$$a_n = ( )$$

$$a_1 = 1 \text{ より } n = 1 \text{ のときも成り立つ。} \quad a_1 = 1 \text{ より } n = 1 \text{ のときも成り立つ。}$$

$a_{n+1} = pa_n + q$  の漸化式

特性方程式  $X = pX + q$  の解を用いて  $a_{n+1} - \alpha = p(a_n - \alpha)$  に変形する。

$$a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 1 \text{ の特性方程式 } X = 2X + 1 \text{ より } X = ( )$$

$$(a_{n+1} - \alpha) = 2(a_n - \alpha) \text{ より}$$

$$(a_n - \alpha) \text{ は初項 } \alpha, \text{ 公比 } 2 \text{ の等比数列になる。}$$

$$(a_n - \alpha) = (2^{n-1}(\alpha - a_1)) \text{ より } (a_n = 2^{n-1}(\alpha - a_1) + \alpha)$$

問題 C  $a_1 = 2, a_{n+1} = 3a_n - 2$  で定まる数列  $\{a_n\}$  の一般項  $a_n$  を求めよ。