

1 .  $\sum_{k=1}^n k = \frac{1}{2}n(n+1)$  を示せ。

2 .  $k^3 - (k-1)^3 = 3k^2 - 3k + 1$  を利用して  $\sum_{k=1}^n k^2$  を求めよ。

$k=1$  のとき ,  $1^3 - 0^3 =$

$k=2$  のとき ,  $2^3 - 1^3 =$

$k=3$  のとき ,  $3^3 - 2^3 =$   
...

$k=n$  のとき ,  $n^3 - (n-1)^3 =$

これらの等式の辺々を加えると

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \left( \sum_{k=1}^n k^2 + \sum_{k=1}^n k + \sum_{k=1}^n 1 \right)$$

よって

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{3} \left( \sum_{k=1}^n k^3 + \sum_{k=1}^n k + \sum_{k=1}^n 1 \right)$$

$$= \frac{1}{3} \left( \sum_{k=1}^n k^3 + n + n \right)$$

$$= \frac{1}{6}n(2n^2 + 3n + 2)$$

$$= \frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$$

3 . 次の和を求めよ。

(1)  $\sum_{k=1}^{10} k$

(2)  $\sum_{k=1}^{10} k^2$

(3)  $\sum_{k=1}^{10} k(k+2)$

4 . 次の和を求めよ。

(1)  $\sum_{k=1}^n (2k-1)$

(2)  $\sum_{k=1}^n 3^{k-1}$

(3)  $\sum_{k=1}^n 3 \times 4^{k-1}$

5 .  $k^4 - (k-1)^4 = 4k^3 - 6k^2 + 4k - 1$  を利用して  $\sum_{k=1}^n k^3$  を求めよ。

$k=1$  のとき ,  $1^4 - 0^4 =$

$k=2$  のとき ,  $2^4 - 1^4 =$

$k=3$  のとき ,  $3^4 - 2^4 =$   
...

$k=n$  のとき ,  $n^4 - (n-1)^4 =$

これらの等式の辺々を加えると

$$\sum_{k=1}^n k^4 = \left( \sum_{k=1}^n k^3 + \sum_{k=1}^n k^2 + \sum_{k=1}^n k - \sum_{k=1}^n 1 \right)$$

よって

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{1}{4} \left( \sum_{k=1}^n k^4 + \sum_{k=1}^n k^2 + \sum_{k=1}^n k - \sum_{k=1}^n 1 \right)$$

4 . 次の数列の初項から第 10 項までの和を求めなさい。

$1 \times 2 \times 3, 2 \times 3 \times 4, 3 \times 4 \times 5, 4 \times 5 \times 6, \dots$