

数学B 等比数列の和 ()年()組()番()

等比数列の和

初項が a, 公比が r の等比数列の初項から第n 項まで和 S_n として求める。

S_n = a + ar + ar² + ar³ + ... + arⁿ⁻² + arⁿ⁻¹ ...

r ≠ 1 のとき、両 辺に r を掛けた式を作る。

rS_n = ar + ar² + ar³ + ... + arⁿ⁻² + arⁿ⁻¹ + arⁿ ...

- より、S_n - rS_n = (-) よって、(1 - r)S_n = a(-)

r ≠ 1 より両 辺を 1 - r で割ると S_n = $\frac{a(-)}{1 - r}$ = $\frac{a(-)}{r - 1}$

r = 1 のとき S_n = a + a + a + a + ... + a + a = ()

問題 A 等比数列 1, 3, 9, 27, 81, 243 の和 S を次の手 順 で求めよ。

S = (+ + + + +) ...

3S = (+ + + + +) ...

- より

3S = (+ + + + +)

-) S = (+ + + + +)

2S =

よって、S = ()

問題 B 等比数列 64, 32, 16, 8, 4, 2 の和 S を次の手 順 で求めよ。

S = (+ + + + +) ...

0.5 S = (+ + + + +) ...

- より

S = (+ + + + +)

-) 0.5 S = (+ + + + +)

0.5 S =

よって、S = ()

問題 C 次の等比数列の和 S を求めよ。

(1) 初項 2, 公比 3, 項数 4

(2) 初項 2, 公比 - 1, 項数 5

(3) 初項 5, 公比 2, 項数 6

問題 D 次の等比数列の初項から第n 項までの和 S_n を求めよ。

(1) a_n = 2ⁿ⁻¹ (2) 1, - 1, 1, - 1, ...

発展問題 E 初項 a, 公比 r の等比数列の和 S₃ と S₆ の関係を示せ。

発展問題 F 等比数列 a_n = 2ⁿ⁻¹ の第 n 項までの和 S_n が 1000 を越える n を求めよ。