

数学B 等比数列の和 課題

( )年( )組( )番( )

1. [ ]を埋めて、次の文章を完成せよ。  
Fill in the blanks to complete the sentences.

① 数列{ $a_n$ }の各数を [ ] , 最初の項  $a_1$  を [ ] という。  
sequence term the first term

② 数列の項の数が有限であるとき、その項の個数を [ ] , 最後の項を [ ] という。  
limited number of terms the last term

③ 初項 $a$ に一定の数 $r$ を次々と掛けて得られる数列を [ ] 数列といい、一定の数を [ ] という。  
common ratio

④ 初項  $a$  , 公比  $r$  の等比数列の一般項は  
geometric progressions  $n$ -th term  
 $a_n =$  [ ]

2. 次のことを示せ。  
Show the following.

初項  $a$  , 末項  $l$  , 公比  $r$  , 項数  $n$  の等比数列の和は  
the first term the last term common ratio number of terms sum of geometric progressions

$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$   
※  $r < 1$  のとき      ※  $r > 1$  のとき

$a_1 =$  [ ] ,  $a_2 =$  [ ] ,  $a_n =$  [ ]

$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$

$S_n =$  [ ] + [ ] +  $\cdots$  + [ ]

$rS_n =$  [ ] +  $\cdots$  + [ ] + [ ]

$(1-r)S_n =$  [ ] - [ ]

よって、 $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$

3. 次の等比数列の初項から第4項までを求めよ。  
Find the first to fourth terms of the following geometric progression.

例題	問題
<p>① 2 から始めて、 次々に 4 を掛ける。</p> <p>2, 8, 32, 128 ×4   ×4   ×4</p> <p>Start with 2 Multiply by 4 one after another</p>	<p>① 6 から始めて、 次々に 2 を掛ける。</p>
<p>② 96 から始めて、 次々に <math>\frac{1}{2}</math> を掛ける。</p> <p>96, 48, 24, 12 × <math>\frac{1}{2}</math>   × <math>\frac{1}{2}</math>   × <math>\frac{1}{2}</math></p> <p>Start with 96 Multiply by a half one after another</p>	<p>② 54 から始めて、 次々に <math>\frac{1}{3}</math> を掛ける。</p>

4. 次の等比数列の和  $S$  を求めよ。  
Find the sum  $S$  of the following geomtric progressions.

例題	問題
<p>① 初項 6   公比 2 the first term common ratio 項数 4 number of terms</p> <p><math>S = \frac{6(2^4-1)}{2-1}</math></p> <p><math>= \underline{90}</math></p> <p>※ <math>S = 6+12+24+48</math></p>	<p>① 初項 2   公比 3 項数 4</p>
<p>② 1, 2, 4, 8, 16, 32 初項 1   公比 2 the first term common ratio 項数 6 number of terms</p> <p><math>S = \frac{1(2^6-1)}{2-1}</math></p> <p><math>= \underline{63}</math></p> <p>※ <math>S = 1+2+4+8+16+32</math></p>	<p>② 3, 12, 48, 192</p>
<p>③ 32, 16, 8, 4, 2 初項 32   公比 <math>\frac{1}{2}</math> 項数 5</p> <p><math>S = \frac{32\{1-(\frac{1}{2})^5\}}{1-\frac{1}{2}}</math></p> <p><math>= \underline{62}</math></p> <p>※ <math>S = 32+16+8+4+2</math></p>	<p>③ 64, 32, 16, 8, 4</p>
<p>④ 3, 6, 12, <math>\cdots</math>, 96 初項 3   公比 2</p> <p><math>a_n = 3 \times 2^{n-1}</math></p> <p><math>3 \times 2^{n-1} = 96</math></p> <p><math>2^{n-1} = 32 = 2^5</math></p> <p><math>n-1 = 5</math></p> <p><math>n = 6</math></p> <p>項数 6</p> <p><math>S = \frac{3(2^6-1)}{2-1}</math></p> <p><math>= \underline{189}</math></p> <p>※ <math>S = 3+6+12+24+48+96</math></p>	<p>④ 2, 4, 8, <math>\cdots</math>, 128</p>

数学B 等比数列の和 2 課題

( )年( )組( )番( )

1. [ ]を埋めて、次の文章を完成せよ。  
Fill in the blanks to complete the sentences.

① 数列{ $a_n$ }の各数を [ ] , 最初の項  $a_1$  を [ ]  
sequence term the first term

② 数列の項の数が有限であるとき、その項の個数を [ ] , 最後の項を [ ] という。  
number of terms last term

③ 初項 $a$ に一定の数 $r$ を次々と掛けて得られる数列を [ ] 数列といい、一定の数を [ ] という。  
common ratio

④ 初項  $a$  , 公比  $r$  の等比数列の一般項は  
geometric progressions  $n$ -th term  
 $a_n =$  [ ]

2. 次のことを示せ。  
Show the following.

初項  $a$  , 末項  $l$  , 公比  $r$  , 項数  $n$  の等比数列の和は  
the first term the last term common ratio number of terms sum of geometric progressions

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$$

※  $r < 1$  のとき      ※  $r > 1$  のとき

$a_1 =$  [ ] ,  $a_2 =$  [ ] ,  $a_n =$  [ ]

$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$

$S_n =$  [ ] + [ ] +  $\cdots$  + [ ]

$rS_n =$  [ ] +  $\cdots$  + [ ] + [ ]

$(1-r)S_n =$  [ ] - [ ]

よって、 $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$

3. 次の等比数列の初項から第4項までを求めよ。  
Find the first to fourth terms of the following geometric progression.

例題	問題
<p>① 4 から始めて、 次々に3を掛ける。</p> <p>4, 12, 36, 108 ×3   ×3   ×3</p> <p>Start with 4 Multiply by 3 one after another</p>	<p>① 1 から始めて、 次々に2を掛ける。</p>
<p>② 1 から始めて、 次々に-2を掛ける。</p> <p>1, -2, 4, -8 ×(-2)   ×(-2)   ×(-2)</p> <p>Start with 1 Multiply by -3 one after another</p>	<p>② 1 から始めて、 次々に-4を掛ける。</p>

4. 次の等比数列の和  $S$  を求めよ。  
Find the sum  $S$  of the following geomtric progressions.

例題	問題
<p>① 初項 2 公比 3 the first term common ratio 項数 5 number of terms</p> $S = \frac{2(3^5-1)}{3-1}$ <p><math>=</math> <u>242</u></p> <p>※ <math>S = 2+6+18+54+162</math></p>	<p>① 初項 3 公比 2</p> <p>項数 5</p>
<p>② 1, 3, 9, 27 初項 1 公比 3 the first term common ratio 項数 4 number of terms</p> $S = \frac{1(3^4-1)}{3-1}$ <p><math>=</math> <u>40</u></p> <p>※ <math>S = 1+3+9+27</math></p>	<p>② 6, 18, 54, 162</p>
<p>③ 64, 32, 16, 8, 4 初項 64 公比 <math>\frac{1}{2}</math> 項数 5</p> $S = \frac{64\{1-(\frac{1}{2})^5\}}{1-\frac{1}{2}}$ <p><math>=</math> <u>124</u></p> <p>※ <math>S = 64+32+16+8+4</math></p>	<p>③ 54, 18, 6, 2</p>
<p>④ 3, 6, 12, <math>\cdots</math>, 48 初項 3 公比 2</p> $a_n = 3 \times 2^{n-1}$ $3 \times 2^{n-1} = 48$ $2^{n-1} = 16 = 2^4$ $n-1 = 4$ $n = 5$ <p>項数 5</p> $S = \frac{3(2^5-1)}{2-1}$ <p><math>=</math> <u>93</u></p> <p>※ <math>S = 3+6+12+24+48</math></p>	<p>④ 2, 6, 18, <math>\cdots</math>, 162</p>

数学B 等比数列の和 3 課題

( )年( )組( )番( )

1. [ ]を埋めて、次の文章を完成せよ。  
Fill in the blanks to complete the sentences.

① 初項 $a$ に一定の数 $r$ を次々と掛けて得られる数列を  
[ ]数列といい、一定の数を[ ]という。  
common ratio

② 初項 $a$ 、公比 $r$ の等比数列の一般項は  
 $a_n =$  [ ]  
n-th term

③ 初項 $a$ 、公比 $r$ 、項数 $n$ の等比数列の和は  
 $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ であることを示す。  
sum  
※ $r < 1$  のとき  
 $a_1 =$  [ ],  $a_2 =$  [ ],  $a_n =$  [ ]  
 $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$   
 $S_n =$  [ ] + [ ] +  $\cdots$  + [ ]  
 $rS_n =$  [ ] +  $\cdots$  + [ ] + [ ]  
 $(1-r)S_n =$  [ ] - [ ]  
よって、 $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$

2. 次の等比数列の一般項 $a_n$ を求めよ。  
Find the n-th term of the following geomtric progressions.

例題 第3項が12、第4項が24

$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
3	6	12	24	48

$a_3 = ar^2 = 12 \quad \cdots \textcircled{1}$   
 $a_4 = ar^3 = 24 \quad \cdots \textcircled{2}$   
 $\textcircled{2} \div \textcircled{1}$ より  $r = 2$   
 $\textcircled{1}$ に代入して  $a \times 2^2 = 12 \quad \therefore a = 3$   
 $a_n = \underline{3 \times 2^{n-1}}$

問題 第2項が8、第3項が16

$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
	8	16		

3. 次の等比数列の和 $S$ を求めよ。  
Find the sum  $S$  of the following geomtric progressions.

例題	問題
① 初項 3 公比 2 the first term common ratio 項数 4 number of terms $S = \frac{3(2^4-1)}{2-1}$ $= \underline{45}$ ※ $S = 3+6+12+24$	① 初項 1 公比 2 the first term common ratio 項数 4 number of terms
② 3, 12, 48, 192, 768 the first term common ratio 項数 5 number of terms $S = \frac{3(4^5-1)}{4-1}$ $= \underline{1023}$ ※ $S = 3+12+48+192+768$	② 2, 6, 18, 54
③ $a_n = 3 \times 2^{n-1}$ 項数 5 $a_1 = 3 \times 2^{1-1} = 3$ $a_2 = 3 \times 2^{2-1} = 6$ $r = 6 \div 3 = 2$ $S = \frac{3(2^5-1)}{2-1}$ $= \underline{93}$ ※ $S = 3+6+12+24+48$	③ $a_n = 4 \times 3^{n-1}$ 項数 4
④ 2, 6, 18, ..., 162 the first term common ratio $a_n = 2 \times 3^{n-1}$ $2 \times 3^{n-1} = 162$ $3^{n-1} = 81 = 3^4$ $n-1 = 4$ $n = 5$ 項数 5 $S = \frac{2(3^5-1)}{3-1}$ $= \underline{242}$ ※ $S = 2+6+18+54+162$	④ 2, 4, 8, ..., 64

1. を埋めて、次の文章を完成せよ。

Fill in the blanks to complete the sentences.

① 初項  $a$  , 公比  $r$  の等比数列の一般項は

$$a_n = \text{}$$

② 初項  $a$  , 公比  $r$  , 項数  $n$  の等比数列の和は

$$S_n = \frac{\text{

( 1 - )

}}{\text{

1 -

}} = \frac{\text{

( - 1 )

}}{\text{

- 1

}}$$

2. 次の等比数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。

Find the  $n$ -th term of the following geometric progression  $\{a_n\}$ .

例題 初項から第3項までの和が28 ,  
第4項から第6項までの和が224

初項  $a$  , 公比  $r$  とすると

初項から第3項までの和が28であるから

$$a + ar + ar^2 = a(1 + r + r^2) = 28$$

第4項から第6項までの和が224であるから

$$ar^3 + ar^4 + ar^5 = ar^3(1 + r + r^2) = 224$$

$$\frac{ar^3(1 + r + r^2)}{a(1 + r + r^2)} = r^3 = \frac{224}{28} = 8$$

$$r^3 = 8 \text{ より } r = 2$$

$$a(1 + 2 + 2^2) = 28 \text{ より } a = 4$$

一般項  $a_n = 4 \times 2^{n-1} = 2^{n+1}$

問題 初項から第3項までの和が21 ,  
第4項から第6項までの和が168

3. 次の等比数列  $\{a_n\}$  の第  $n$  項までの和  $S_n$  を求めよ。

Find the sum  $S_n$  up to the  $n$ -th term of the following geometric progression  $\{a_n\}$ .

例題 初項から第3項までの和が9 ,  
第3項から第5項までの和が36

初項  $a$  , 公比  $r$  とすると

$$a + ar + ar^2 = a(1 + r + r^2) = 9$$

$$ar^2 + ar^3 + ar^4 = ar^2(1 + r + r^2) = 36$$

$$\frac{ar^2(1 + r + r^2)}{a(1 + r + r^2)} = r^2 = \frac{36}{9} = 4$$

$$r^2 = 4 \text{ より } r = -2, 2$$

$$r = -2 \text{ のとき}$$

$$a\{1 + (-2) + (-2)^2\} = 9 \text{ より } a = 3$$

$$S_n = \frac{3\{1 - (-2)^n\}}{1 - (-2)} = 1 - (-2)^n$$

$$r = 2 \text{ のとき}$$

$$a\{1 + 2 + 2^2\} = 9 \text{ より } a = \frac{9}{7}$$

$$S_n = \frac{\frac{9}{7}(2^n - 1)}{2 - 1} = \frac{9}{7}(2^n - 1)$$

問題 初項から第3項までの和が14 ,  
第3項から第5項までの和が126

数学B とう ひ すうれつ 等比数列の和 わ (性質) せいしつ 2 か だい 課題

1. 等比数列  $\{a_n\}$  の一般項と第  $n$  項までの和  $S_n$  を求めよ。

Find the  $n$ -th term and the sum  $S_n$  up to the  $n$ -th term of the following geometric progression  $\{a_n\}$ .

例題  $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} = 3$  のとき、 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} + a_{11} + a_{12} + a_{13} + a_{14} + a_{15} = -6$  のとき、 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} + a_{11} + a_{12} + a_{13} + a_{14} + a_{15}$  の値を求めよ。

初項  $a$ ，公比  $r$  とすると

初項と第2項の和が3であるから

$$a + ar = a(1 + r) = 3$$

第2項と第3項の和が $-6$ であるから

$$ar + ar^2 = ar(1+r) = -6$$

$$\frac{ar(1+r)}{a(1+r)} = r = \frac{-6}{3} = -2$$

$$a \{ 1 + (-2) \} = 3 \quad \therefore a = -3$$

一般項  $a_n = -3 \times (-2)^{n-1}$

$$S_n = \frac{-3 \{ (-2)^n - 1 \}}{(-2) - 1} = (-2)^n - 1$$

問題 初項と第2項の和が10，  
第2項と第3項の和が40

( )年( )組( )番( )

2. 等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

Find the  $n$ -th term of the following geometric progression  $\{a_n\}$ .

例題  $\overset{\text{だい}}{\text{第}} \overset{\text{こう}}{\text{2項}} \text{が } 6, \overset{\text{だい}}{\text{第}} \overset{\text{こう}}{\text{2項}} \text{からまで } \overset{\text{だい}}{\text{第}} \overset{\text{こう}}{\text{4項}} \text{の和が } 78$

初項  $a$  , 公比  $r$  とすると

$$a \ r = 6$$

$$a\,r + a\,r^2 + a\,r^3$$

$$= a r ( 1 + r + r^2 ) = 6 ( 1 + r + r^2 ) = 78$$

したがって  $1 + r + r^2 = 13$

$$r^2 + r - 12 = (r - 3)(r + 4) = 0$$

$$r = 3, -4$$

$r=3$  のとき,  $ar=6$  より  $a=2$

一般項  $a_n = 2 \times 3^{n-1}$

$$r = -4 \text{ のとき, } \quad a \mid r = 6 \quad \text{より} \quad a = -\frac{3}{2}$$

いっぱんこう  
 一般項  $a_n = -\frac{3}{2} \times (-4)^{n-1}$

問題 第2項が8, 第2項から第4項の和が56

1. 等比数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。  
Find the  $n$ -th term of the following geometric progression  $\{a_n\}$ .
2. 次の等比数列  $\{a_n\}$  の第  $n$  項までの和  $S_n$  を求めよ。  
Find the sum  $S_n$  up to the  $n$ -th term of the following geometric progression  $\{a_n\}$ .

例題 第 2 項が 6 , 第 2 項からまで第 4 項の和が 78

初項  $a$  , 公比  $r$  とすると  
第 2 項が 6 より

$$ar = 6$$

第 2 項からまで第 4 項の和が 78 より ,

$$ar + ar^2 + ar^3 = ar(1 + r + r^2) = 6(1 + r + r^2) = 78$$

したがって  $1 + r + r^2 = 13$

$$r^2 + r - 12 = (r - 3)(r + 4) = 0$$

$$r = 3, -4$$

$$r = 3 \text{ のとき, } ar = 6 \text{ より } a = 2$$

$$\text{一般項 } a_n = 2 \times 3^{n-1}$$

$$r = -4 \text{ のとき, } ar = 6 \text{ より } a = -\frac{3}{2}$$

$$\text{一般項 } a_n = -\frac{3}{2} \times (-4)^{n-1}$$

問題 第 2 項が 8 , 第 2 項からまで第 4 項の和が 56

例題 第 2 項から第 4 項の和が 42 , 第 3 項が 12

初項  $a$  , 公比  $r$  とすると

$$ar + ar^2 + ar^3 = ar(1 + r + r^2) = 42$$

$$ar^2 = 12$$

$$\frac{ar(1 + r + r^2)}{ar^2} = \frac{1 + r + r^2}{r} = \frac{42}{12} = \frac{7}{2}$$

$$2(1 + r + r^2) = 7r$$

$$2r^2 - 5r + 2 = (2r - 1)(r - 2) = 0$$

$$r = \frac{1}{2}, 2$$

$$r = \frac{1}{2} \text{ のとき, } ar^2 = 12 \text{ より, } a = 48$$

$$S_n = \frac{48 \{1 - (\frac{1}{2})^n\}}{1 - \frac{1}{2}} = 96 \{1 - (\frac{1}{2})^n\}$$

$$r = 2 \text{ のとき } ar^2 = 12 \text{ より, } a = 3$$

$$S_n = \frac{3(2^n - 1)}{2 - 1} = 3 \times 2^n - 3$$

問題 第 2 項から第 4 項の和が 78 , 第 3 項が 18