数学B　等比数列の和　課題　　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　)

1．□を埋めて，次の文章を完成せよ。
Fill in the blanks to complete the sentences.

① 数列$\{a_n\}$の各数を□，最初の項 a_1 を□
sequence　term　the first term
という。

② 数列の項の数が有限であるとき，その項の個数を
number of terms
□，最後の項を□という。
last term

③ 初項aに一定の数rを次々と掛けて得られる数列を
□数列といい，一定の数を□という。
common ratio

④ 初項 a，公比 r の等比数列の一般項は
geometric progressions
$a_n =$ □

2．次のことを示せ。　Show the following.

初項 a，末項 l，公比 r，項数 n の等比数列の和は

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$$

※ $r<1$ のとき　　※ $r>1$ のとき

$a_1 =$ □，$a_2 =$ □，$a_n =$ □

$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$

$S_n =$ □ $+$ □ $+ \cdots +$ □

$rS_n =$ 　　□ $+ \cdots +$ □ $+$ □

$(1-r)S_n =$ □ $-$ □

よって，$S_n = \dfrac{a(1-r^n)}{1-r} = \dfrac{a(r^n-1)}{r-1}$

3．次の等比数列の初項から第4項までを求めよ。
Find the first to fourth terms of the following geometric progression.

例題	問題
① 2から始めて，次々に4を掛ける。 2，8，32，128 ×4　×4　×4	6から始めて，次々に2を掛ける。
② 1から始めて，次々に−1を掛ける。 1，−1，1，−1 ×(−1)　×(−1)　×(−1)	1から始めて，次々に−3を掛ける。
③ 96から始めて，次々に$\frac{1}{2}$を掛ける。 96，48，24，12 $\times\frac{1}{2}$　$\times\frac{1}{2}$　$\times\frac{1}{2}$	54から始めて，次々に$\frac{1}{3}$を掛ける。

4．次の等比数列の和 S を求めよ。
Find the sum S of the following geomtric progressions.

例題	問題
① 初項　6　公比　2 項数　4 $S = \dfrac{6(2^4-1)}{2-1}$ $= \underline{90}$ ※ S ＝ 6+12+24+48	① 初項　2　公比　3 項数　4
② 1, 2, 4, 8, 16, 32 初項　1　公比　2 項数　6 $S = \dfrac{1(2^6-1)}{2-1}$ $= \underline{63}$ ※ S ＝ 1+2+4+8+16+32	② 3，12，48，192
③ 32, 16, 8, 4, 2 初項32　公比　$\frac{1}{2}$ 項数　5 $S = \dfrac{32\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^5\right\}}{1-\frac{1}{2}}$ $= \underline{62}$ ※ S ＝ 32+16+8+4+2	③ 64，32，16，8，4
④ 3, 6, 12, ･･･, 96 初項　3　公比　2 $a_n = 3 \times 2^{n-1}$ $3 \times 2^{n-1} = 96$ $2^{n-1} = 32 = 2^5$ $n-1=5$ $n=6$ 項数　6 $S = \dfrac{3(2^6-1)}{2-1}$ $= \underline{189}$ ※ S ＝ 3+6+12+24+48+96	④ 2，4，8，･･･，128

数学B　等比数列の和 2 課題　　　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　)

1．□を埋めて，次の文章を完成せよ。

① 数列$\{a_n\}$の各数を□，最初の項 a_1 を□という。
② 数列の項の数が有限であるとき，その項の個数を□，最後の項を□という。
③ 初項aに一定の数rを次々と掛けて得られる数列を□数列といい，一定の数を□という。
④ 初項 a，公比 r の等比数列の一般項は $a_n =$ □

2．次のことを示せ。

初項 a，公比 r，項数 n の等比数列の和は

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$$

※ $r < 1$ のとき　　※ $r > 1$ のとき

$a_1 =$ □，$a_2 =$ □，$a_n =$ □

$$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

$S_n =$ □ + □ + ⋯ + □

$rS_n =$ 　　□ + ⋯ + □ + □

$(1-r)S_n =$ □ − □

よって，$S_n = \dfrac{a(1-r^n)}{1-r} = \dfrac{a(r^n-1)}{r-1}$

3．次の等比数列の初項から第 4 項までを求めよ。

例題	問題
① 4 から始めて， 次々に 3 を掛ける。 4,　12,　36,　108 ×3　×3　×3	① 1 から始めて， 次々に 2 を掛ける。
② 1 から始めて， 次々に −2 を掛ける。 1,　−2,　4,　−8 ×(−2)　×(−2)　×(−2)	② 1 から始めて， 次々に −4 を掛ける。
③ 54 から始めて， 次々に $\frac{1}{3}$ を掛ける。 54,　18,　6,　2 $\times\frac{1}{3}$　$\times\frac{1}{3}$　$\times\frac{1}{3}$	③ 32 から始めて， 次々に $\frac{1}{2}$ を掛ける。

4．次の等比数列の和 S を求めよ。

例題	問題
① 初項　2　公比　3 項数　5 $S = \dfrac{2(3^5-1)}{3-1}$ $= 242$ ※ S ＝ 2+6+18+54+162	① 初項　3　公比　2 項数　5
② 1, 3, 9, 27 初項　1　公比　3 項数　4 $S = \dfrac{1(3^4-1)}{3-1}$ $= 40$ ※ S ＝ 1+3+9+27	② 6,　18,　54,　162
③ 64, 32, 16, 8, 4 初項 64　公比　$\frac{1}{2}$ 項数　5 $S = \dfrac{64\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^5\right\}}{1-\frac{1}{2}}$ $= 124$ ※ S ＝ 64+32+16+8+4	③ 54,　18,　6,　2
④ 3, 6, 12, ⋯, 48 初項　3　公比　2 $a_n = 3 \times 2^{n-1}$ $3 \times 2^{n-1} = 48$ $2^{n-1} = 16 = 2^4$ $n - 1 = 4$ $n = 5$ 項数　5 $S = \dfrac{3(2^5-1)}{2-1}$ $= 93$ ※ S ＝ 3+6+12+24+48	④ 2,　6,　18,　⋯, 162

数学B　等比数列の和 3 課題　　　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　)

1．$\boxed{\quad}$を埋めて，次の文章を完成せよ。

① 初項aに一定の数rを次々と掛けて得られる数列を $\boxed{\quad\quad}$数列といい，一定の数を$\boxed{\quad\quad}$という。

② 初項 a , 公比 r の等比数列の一般項は

$a_n = \boxed{\quad\quad}$

③ 初項 a , 公比 r, 項数 n の等比数列の和は

$S_n = \dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$ であることを示す。

※ $r < 1$ のとき

$a_1 = \boxed{\quad}$, $a_2 = \boxed{\quad\quad}$, $a_n = \boxed{\quad\quad\quad}$

$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$

$S_n = \boxed{\quad} + \boxed{\quad\quad} + \cdots + \boxed{\quad\quad\quad}$

$rS_n = \quad\quad \boxed{\quad\quad} + \cdots + \boxed{\quad\quad\quad} + \boxed{\quad\quad\quad}$

$(1-r)S_n = \boxed{\quad} - \boxed{\quad\quad\quad}$

よって，$S_n = \dfrac{a(1-r^n)}{1-r} = \dfrac{a(r^n-1)}{r-1}$

2．次の等比数列の一般項 a_n を求めよ。

例題　第 3 項が 12，第 4 項が 24

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
3	6	12	24	48

$a_3 = a r^2 = 12$　…①

$a_4 = a r^3 = 24$　…②

②÷①より　$r = 2$

①に代入して　$a \times 2^2 = 12$　∴ $a = 3$

$a_n = 3 \times 2^{n-1}$

問題　第 2 項が 8，第 3 項が 16

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
	8	16		

3．次の等比数列の和 S を求めよ。

例題	問題
①　初項　3　公比　2 項数　4 $S = \dfrac{3(2^4-1)}{2-1}$ $= 45$ ※ S ＝ 3+6+12+24	①　初項　1　公比　2 項数　4
②　3, 12, 48, 192, 768 初項　3　公比　4 項数　5 $S = \dfrac{3(4^5-1)}{4-1}$ $= 1023$ ※ S ＝ 3+12+48+192+768	②　2，6，18，54
③　$a_n = 3 \times 2^{n-1}$　項数　5 $a_1 = 3 \times 2^{1-1} = 3$ $a_2 = 3 \times 2^{2-1} = 6$ $r = 6 \div 3 = 2$ $S = \dfrac{3(2^5-1)}{2-1}$ $= 93$ ※ S ＝ 3+6+12+24+48	③　$a_n = 4 \times 3^{n-1}$　項数　4
④　2, 6, 18, …, 162 初項　2　公比　3 $a_n = 2 \times 3^{n-1}$ $2 \times 3^{n-1} = 162$ $3^{n-1} = 81 = 3^4$ $n - 1 = 4$ $n = 5$ 項数　5 $S = \dfrac{2(3^5-1)}{3-1}$ $= 242$ ※ S ＝ 2+6+18+54+162	④　2，4，8，…，64

数学B　等比数列の和（性質）　課題

（　　）年（　　）組（　　）番（　　　　　　　　　　）

1．$\boxed{}$を埋めて，次の文章を完成せよ。

① 初項 a , 公比 r の等比数列の一般項は

$a_n = \boxed{}$

② 初項 a , 公比 r, 項数 n の等比数列の和は

$$S_n = \frac{\boxed{(1 -)}}{\boxed{1 - }} = \frac{\boxed{(- 1)}}{\boxed{} - 1}$$

2．次の等比数列$\{a_n\}$の一般項を求めよ。

例題　初項から第 3 項までの和が 28 ,
第 4 項から第 6 項までの和が 224

初項 a , 公比 r とすると
初項から第 3 項までの和が 28 であるから

$a + ar + ar^2 = a(1 + r + r^2) = 28$

第 4 項から第 6 項までの和が 224 であるから

$ar^3 + ar^4 + ar^5 = ar^3(1 + r + r^2) = 224$

$$\frac{ar^3(1 + r + r^2)}{a(1 + r + r^2)} = r^3 = \frac{224}{28} = 8$$

$r^3 = 8$ より　$r = 2$

$a(1 + 2 + 2^2) = 28$　より　$a = 4$

一般項 $a_n = 4 \times 2^{n-1} = 2^{n+1}$

問題　初項から第 3 項までの和が 21 ,
第 4 項から第 6 項までの和が 168

3．次の等比数列$\{a_n\}$の第 n 項までの和 S_nを求めよ。

例題　初項から第 3 項までの和が 9 ,
第 3 項から第 5 項までの和が 36

初項 a , 公比 r とすると

$a + ar + ar^2 = a(1 + r + r^2) = 9$

$ar^2 + ar^3 + ar^4 = ar^2(1 + r + r^2) = 36$

$$\frac{ar^2(1 + r + r^2)}{a(1 + r + r^2)} = r^2 = \frac{36}{9} = 4$$

$r^2 = 4$　より　　$r = -2, 2$

$r = -2$ のとき

$a\{1 + (-2) + (-2)^2\} = 9$　より　$a = 3$

$$S_n = \frac{3\{1 - (-2)^n\}}{1 - (-2)} = 1 - (-2)^n$$

$r = 2$ のとき

$a\{1 + 2 + 2^2\} = 9$　より　$a = \frac{9}{7}$

$$S_n = \frac{\frac{9}{7}(2^n - 1)}{2 - 1} = \frac{9}{7}(2^n - 1)$$

問題　初項から第 3 項までの和が 14 ,
第 3 項から第 5 項までの和が 126

数学B　等比数列の和（性質）2 課題　　　　（　）年（　）組（　）番（　　　　）

1．等比数列{ a_n }の一般項と第 n 項までの和 S_n を求めよ。

例題　初項と第 2 項の和が 3,
第 2 項と第 3 項の和が−6

初項 a , 公比 r とすると

初項と第 2 項の和が 3 であるから

$a + ar = a(1+r) = 3$

第 2 項と第 3 項の和が−6 であるから

$ar + ar^2 = ar(1+r) = -6$

$\dfrac{ar(1+r)}{a(1+r)} = r = \dfrac{-6}{3} = -2$

$a\{1+(-2)\} = 3 \quad \therefore a = -3$

一般項 $a_n = -3\times(-2)^{n-1}$

$S_n = \dfrac{-3\{(-2)^n - 1\}}{(-2)-1} = (-2)^n - 1$

問題　初項と第 2 項の和が 10 ,
第 2 項と第 3 項の和が 40

2．等比数列{ a_n }の一般項を求めよ。

例題　第 2 項が 6 , 第 2 項からまで第 4 項の和が 78

初項 a , 公比 r とすると

$ar = 6$

$ar + ar^2 + ar^3$

$= ar(1+r+r^2) = 6(1+r+r^2) = 78$

したがって　$1+r+r^2 = 13$

$r^2 + r - 12 = (r-3)(r+4) = 0$

$r = 3, -4$

$r = 3$ のとき，$ar = 6$ より $a = 2$

一般項 $a_n = 2\times 3^{n-1}$

$r = -4$ のとき，$ar = 6$ より $a = -\dfrac{3}{2}$

一般項 $a_n = -\dfrac{3}{2}\times(-4)^{n-1}$

問題　第 2 項が 8 , 第 2 項からまで第 4 項の和が 56

数学B　等比数列の和（性質）３　課題　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　)

1．等比数列$\{a_n\}$の一般項を求めよ。

例題　第２項が６，第２項からまで第４項の和が７８

初項a，公比rとすると

第２項が６より

$ar = 6$

第２項からまで第４項の和が７８より，

$ar + ar^2 + ar^3$

$= ar(1 + r + r^2) = 6(1 + r + r^2) = 78$

したがって　$1 + r + r^2 = 13$

$r^2 + r - 12 = (r - 3)(r + 4) = 0$

$r = 3, -4$

$r = 3$のとき，$ar = 6$　より　$a = 2$

一般項　$a_n = 2 \times 3^{n-1}$

$r = -4$のとき，　$ar = 6$　より　$a = -\dfrac{3}{2}$

一般項　$a_n = -\dfrac{3}{2} \times (-4)^{n-1}$

問題　第２項が８，第２項からまで第４項の和が５６

2．次の等比数列$\{a_n\}$の第n項までの和S_nを求めよ。

例題　第２項から第４項の和が４２，第３項が１２

初項a，公比rとすると

$ar + ar^2 + ar^3 = ar(1 + r + r^2) = 42$

$ar^2 = 12$

$\dfrac{ar(1 + r + r^2)}{ar^2} = \dfrac{1 + r + r^2}{r} = \dfrac{42}{12} = \dfrac{7}{2}$

$2(1 + r + r^2) = 7r$

$2r^2 - 5r + 2 = (2r - 1)(r - 2) = 0$

$r = \dfrac{1}{2}, \ 2$

$r = \dfrac{1}{2}$のとき，$ar^2 = 12$より，$a = 48$

$S_n = \dfrac{48\{1 - (\frac{1}{2})^n\}}{1 - \frac{1}{2}} = 96\{1 - (\frac{1}{2})^n\}$

$r = 2$のとき　$ar^2 = 12$より，$a = 3$

$S_n = \dfrac{3(2^n - 1)}{2 - 1} = 3 \times 2^n - 3$

問題　第２項から第４項の和が７８，第３項が１８