

数学B 等比数列の和 ()年()組()番()

等比数列の和

初項が a, 公比が r の等比数列の初項から第 n 項まで和 S_n として求める。

$$S_n = a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-2} + ar^{n-1} \dots$$

r ≠ 1 のとき、両辺に r を掛けた式を作る。

$$rS_n = ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-2} + ar^{n-1} + ar^n \dots$$

- より, $S_n - rS_n = (a - ar^n)$ よって, $(1-r)S_n = a(1 - r^n)$

r ≠ 1 より両辺を 1 - r で割ると $S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} = \frac{a(1 - r^n)}{r - 1}$

r = 1 のとき $S_n = a + a + a + a + \dots + a + a = (n \cdot a)$

問題 A 等比数列 1, 3, 9, 27, 81, 243 の和 S を次の手順で求めよ。

$$S = (1 + 3 + 9 + 27 + 81 + 243) \dots$$

$$3S = (3 + 9 + 27 + 81 + 243 + 729) \dots$$

- より

$$3S = (3 + 9 + 27 + 81 + 243 + 729) \dots$$

$$-) S = (1 + 3 + 9 + 27 + 81 + 243) \dots$$

$$2S =$$

よって, $S = (1 + 3 + 9 + 27 + 81 + 243) \dots$

問題 B 等比数列 64, 32, 16, 8, 4, 2 の和 S を次の手順で求めよ。

$$S = (64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2) \dots$$

$$0.5 S = (32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1) \dots$$

- より

$$S = (64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1) \dots$$

$$-) 0.5 S = (32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1) \dots$$

$$0.5 S =$$

よって, $S = (64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1) \dots$

問題 C 次の等比数列の和 S を求めよ。

(1) 初項 2, 公比 3, 項数 4

(2) 初項 2, 公比 -1, 項数 5

(3) 初項 5, 公比 2, 項数 6

問題 D 次の等比数列の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

(1) $a_n = 2^{n-1}$

(2) 1, -1, 1, -1, ...

発展問題 E 初項 a, 公比 r の等比数列の和 S_3 と S_6 の関係を示せ。

発展問題 F 等比数列 $a_n = 2^{n-1}$ の第 n 項までの和 S_n が 1000 を越える n を求めよ。