数学B　等差数列の和　課題

(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　　　)

1．［　　］を埋めて，次の文章を完成せよ。
Fill in the blanks to complete the sentences.

① 数列$\{a_n\}$の各数を［　　］，最初の項 a_1 を［　　］という。 sequence　term　the first term
② 数列の項の数が有限であるとき，その項の個数を［　　］，最後の項を［　　］という。 number of terms　last term
③ 初項aに一定の数dを次々と足して得られる数列を［　　］数列といい，一定の数を［　　］という。 common difference
④ 初項 a，公差 d の等差数列の一般項は arithmetic progressions $a_n=$［　　+(　　　)］

2．次のことを示せ。　Show the following.

初項 a，末項 l，公差 d，項数 n の等差数列の和は

$$S_n=\frac{n(a+l)}{2}=\frac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$$

$a_1=$［　］, $a_2=$［　+　］, $a_{n-1}=$［　−　］, $a_n=$［　］

$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_{n-1}+a_n$

$S_n=$［　］+［　+　］+…+［　−　］+［　］…①

①の順序を逆にすると　Reversing the order

$S_n=$［　］+［　−　］+…+［　+　］+［　］…②

①+②を計算すると

$$2S_n=\underbrace{[\ \ +\ \ ]+[\ \ +\ \ ]+\cdots+[\ \ +\ \ ]+[\ \ +\ \ ]}_{n\text{個}}$$

よって，$S_n=\dfrac{n(a+l)}{2}$

末項 l に $a_n=$［　+(　　　)］を代入すると
Substituting

$$S_n=\frac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$$

3．次の等差数列の和 S を求めよ。
Find the sum S of the following arithmetic progression.

例題	問題
① 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19 $S=\dfrac{7(1+19)}{2}$ $=\underline{70}$	① 1,　3,　5,　7,　9,　11
② 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 $S=\dfrac{7(2+14)}{2}$ $=\underline{36}$	② 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35

4．次の等差数列の和 S を求めよ。
Find the sum S of the following arithmetic progressions.

例題	問題
① 初項 4, 末項 40, 項数 10 $S=\dfrac{10(4+40)}{2}$ $=\underline{220}$	① 初項 3, 末項 30, 項数 10
② 初項 3, 公差 2, 項数 5 $a_n=3+(n-1)\times 2$ $a_5=3+(5-1)\times 2$ $=11$ $S=\dfrac{5(3+11)}{2}$ $=\underline{35}$	② 初項 2, 公差 3, 項数 6
③ $a_n=2n-1$，項数 6 $a_1=2\times 1-1=1$ $a_6=2\times 6-1=11$ $S=\dfrac{6(1+11)}{2}$ $=\underline{36}$	③ $a_n=2n+1$，項数 7
④ 1, 3, 5, 7, 9,…, 49 初項 1　公差 2 $a_n=1+(n-1)\times 2$ $=2n-1$ $2n-1=49$ より $n=25$　※項数 $S=\dfrac{25(1+49)}{2}$ $=\underline{625}$	④ 1, 2, 3, 4, 5,…, 50

数学B　等差数列の和 2　課題　　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　)

1. ［　　］を埋めて，次の文章を完成せよ。

①	数列$\{a_n\}$の各数を［　　］，最初の項 a_1 を［　　　］という。
②	数列の項の数が有限であるとき，その項の個数を［　　　］，最後の項を［　　　］という。
③	初項a に一定の数d を次々と足して得られる数列を［　　　数列］といい，一定の数を［　　　］という。
④	初項 a，公差 d の等差数列の一般項は $a_n =$［　　＋(　　　)］

2. 次のことを示せ。

初項 a，末項 l，公差 d，項数 n の等差数列の和は

$$S_n=\frac{n(a+l)}{2}=\frac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$$

$a_1=$［　］，$a_2=$［　＋　］，$a_{n-1}=$［　－　］，$a_n=$［　］

$$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_{n-1}+a_n$$

$S_n=$［　］＋［　＋　］＋・・・＋［　－　］＋［　］・・・①

①の順序を逆にすると

$S_n=$［　］＋［　－　］＋・・・＋［　＋　］＋［　］・・・②

①＋②を計算すると

$2S_n=\underbrace{［\ ＋\ ］＋［\ ＋\ ］＋\cdots＋［\ ＋\ ］＋［\ ＋\ ］}_{n\text{個}}$

よって，$S_n=\dfrac{n(a+l)}{2}$

末項 l に $a_n=$［　　＋(　　　)］を代入すると

$$S_n=\frac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$$

3. 次の等差数列の和 S を求めよ。

例題	問題
① 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19 $S=\dfrac{7(1+19)}{2}$ $=\underline{70}$	① 2,　4,　6,　8,　10,　12
② 3,　6,　9,　12,　15,　18 $S=\dfrac{6(3+18)}{2}$ $=\underline{63}$	② 10,　8,　6,　4,　2,　0

4. 次の等差数列の和 S を求めよ。

例題	問題
① 初項 2，末項 18，項数 9 $S=\dfrac{9(2+18)}{2}$ $=\underline{90}$	① 初項 20，末項 2，項数 10
② 初項 4，公差 2，項数 7 $a_n=4+(n-1)\times 2$ $a_7=4+(7-1)\times 2$ $=16$ $S=\dfrac{7(4+16)}{2}$ $=\underline{70}$	② 初項 2，公差 4，項数 6
③ $a_n=3n-1$，項数 5 $a_1=3\times 1-1=2$ $a_5=3\times 5-1=14$ $S=\dfrac{5(2+14)}{2}$ $=\underline{40}$	③ $a_n=3n-2$，項数 6
④ 1, 4, 7, 10, 13,・・・, 40 初項 1　公差 3 $a_n=1+(n-1)\times 3$ $=3n-2$ $3n-2=40$ より $n=14$　　※項数 $S=\dfrac{14(1+40)}{2}$ $=\underline{287}$	④ 3, 6, 9, 12, 15,・・・, 30

数学B　等差数列の和 3 課題　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　)

1. $\boxed{\quad}$を埋めて，次の文章を完成せよ。

① 初項aに一定の数dを次々と足して得られる数列を$\boxed{\quad\quad}$数列といい，一定の数を$\boxed{\quad\quad}$という。

② 初項 a，公差 d の等差数列の一般項は

$$a_n = \boxed{\quad + (\quad\quad\quad)}$$

③ 初項 a，末項 l，公差 d，項数 n の等差数列の和は

$S_n = \dfrac{n(a+l)}{2}$ であることを示す。

$a_1 = \boxed{\quad}$, $a_2 = \boxed{\quad + \quad}$, $a_{n-1} = \boxed{\quad - \quad}$, $a_n = \boxed{\quad}$

$$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n$$

$$S_n = \boxed{\quad} + \boxed{\quad + \quad} + \cdots + \boxed{\quad - \quad} + \boxed{\quad} \quad \cdots①$$

①の順序を逆にすると

$$S_n = \boxed{\quad} + \boxed{\quad - \quad} + \cdots + \boxed{\quad + \quad} + \boxed{\quad} \quad \cdots②$$

①＋②を計算すると

$$2S_n = \underbrace{\boxed{\quad + \quad} + \boxed{\quad + \quad} + \cdots + \boxed{\quad + \quad} + \boxed{\quad + \quad}}_{n \text{個}}$$

よって，$S_n = \dfrac{n(a+l)}{2}$

2. 次の等差数列の一般項 a_n を求めよ。

例題　第 2 項が 3，第 4 項が 7

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
1	3	5	7	9

$a_2 = a + d = 3 \quad \cdots①$

$a_4 = a + 3d = 7 \quad \cdots②$

②−①より $2d = 4$　　$\therefore d = 2$

①に代入して $a + 2 = 3$　　$\therefore a = 1$

$a_n = 1 + (n-1) \times 2 = \underline{2n-1}$

問題　第 2 項が 5，第 5 項が 14

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
	5			14

3. 次の等差数列の和 S を求めよ。

例題	問題
① 4, 7, 10, 13, 16 $S = \dfrac{5(4+16)}{2}$ $= \underline{50}$ ※ S ＝ 4+7+10+13+16	① 1,　3,　5,　7,　9
② 初項 2, 末項 20, 項数 10 $S = \dfrac{10(2+20)}{2}$ $= \underline{110}$ ※ S ＝ 2+ 4+ 6+ 8+ 10 +12+14+16+18+10	② 初項 3, 末項 30, 項数 10
③ 初項 3, 公差 2, 項数 8 $a_n = 3 + (n-1) \times 2$ $a_8 = 3 + (8-1) \times 2$ $= 17$ $S = \dfrac{8(3+17)}{2}$ $= \underline{80}$ ※ S ＝ 3+ 5+ 7+ 9 +11+13+15+17	③ 初項 5, 公差 2, 項数 6
④ $a_n = 3n - 1$，項数 13 $a_1 = 3 \times 1 - 1 = 2$ $a_{13} = 3 \times 13 - 1$ $= 38$ $S = \dfrac{13(2+38)}{2}$ $= \underline{260}$	④ $a_n = 3n - 2$，項数 7

数学B　等差数列の和（性質）課題　　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　)

1．次の等差数列$\{a_n\}$の第 n 項までの和 S_n を求めよ。

例題　3，5，7，9，11，・・・

初項 3，公差 2，

一般項　$a_n = 3 + (n-1) \times 2 = 2n + 1$

$S_n = \dfrac{1}{2} \times n \times \{3 + (2n+1)\} = n^2 + 2n$

問題　2，5，8，11，14，・・・

2．次の数列の和 S_n の最大値を求めよ。

例題　初項 69，公差 -5 の等差数列$\{a_n\}$の和 S_n の最大値を求めよ。

一般項 $a_n = 69 + (n-1) \times (-5) = -5n + 74$

一般項が正になるのは

$-5n + 74 > 0$　より　$n < \dfrac{74}{5} = 14.8$

n は自然数なので，第 14 項までが正である。

$a_{14} = = -5 \times 15 + 74 = 4$

第 14 項までの和が最大になるので

$S_{14} = \dfrac{1}{2} \times 14 \times (69 + 4) = 511$

問題　初項 30，公差 -4 の等差数列$\{a_n\}$の和 S_n の最大値を求めよ。

3．次の等差数列$\{a_n\}$の一般項と和 S_n を求めよ。

例題　初項から第 5 項までの和が 25，第 6 項から第 10 項までの和が 75

初項 a，公差 d とすると

初項から第 5 項までの和が 25 より

$S_5 = \dfrac{1}{2} \times 5 \times (2a + 4d)$

$= 5a + 10d = 25$

$\therefore\ a + 2d = 5$　・・・①

初項から第 10 項までの和は $25 + 75 = 100$

$S_{10} = \dfrac{1}{2} \times 10 \times (2a + 9d)$

$= 10a + 45d = 100$

$\therefore\ 2a + 9d = 20$　・・・②

①，②の連立方程式を解き，$a = 1$，$d = 2$

一般項 $a_n = 1 + (n-1) \times 2 = 2n - 1$

$S_n = \dfrac{1}{2} \times n \times \{2 \times 1 + (n-1) \times 2\} = n^2$

問題　初項から第 4 項までの和が 20，第 5 項から第 10 項までの和が 90

数学B　等差数列の和(性質) 2 課題　　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　)

1．次の等差数列$\{a_n\}$の第 n 項までの和 S_nを求めよ。

例題　2，5，8，11，13，･･･

初項 2，公差 3，

$S_n = \frac{1}{2} \times n \times \{ 2 \times 2 + (n - 1) \times 3 \}$

$= \frac{1}{2} n (3n + 1)$

問題　1，4，7，10，13，･･･

2．次の数列の和 S_nの最大値を求めよ。

例題　初項 72，公差−4 の等差数列$\{a_n\}$の和 S_nの最大値を求めよ。

一般項 $a_n = 72 + (n - 1) \times (-4) = -4n + 76$

一般項が 0 以上になるのは

$-4n + 72 \geqq 0$　より　$n \leqq \frac{76}{4} = 19$

第 19 項までが 0 以上である。

$a_{19} = = -4 \times 19 + 76 = 0$

第 18 項または第 19 項までの和が最大になるので

$S_{19} = \frac{1}{2} \times 19 \times (72 + 0) = 684$

問題　初項 40，公差−5 の等差数列$\{a_n\}$の和 S_nの最大値を求めよ。

3．次の等差数列$\{a_n\}$の一般項と和 S_n を求めよ。

例題　初項から第 6 項までの和が 69，第 5 項が 16

初項 a，公差 d とすると

初項から第 6 項までの和が 69 より

$S_5 = \frac{1}{2} \times 6 \times (2a + 5d)$

$= 6a + 15d = 69$

$\therefore\ 2a + 5d = 23$　　･･･①

第 5 項が 16 より

$a_5 = a + 4d = 16$　　･･･②

①，②の連立方程式を解き，$a = 4$，$d = 3$

$$\left(\begin{array}{llll} & ①\ \cdots & 2a + 5d = 23 & \therefore d = 3 \\ -) & ② \times 2 \cdots & 2a + 8d = 32 & \\ & & -3d = -9 & a = 4 \end{array}\right)$$

一般項 $a_n = 4 + (n - 1) \times 3 = 3n + 1$

和 $S_n = \frac{1}{2} n \times \{ 2 \times 4 + (n - 1) \times 3 \}$

$= \frac{1}{2} n (3n + 5)$

問題　初項から第 8 項までの和が 100，第 3 項が 8

数学B　等差数列の和(性質) 3 課題

(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　)

1. $\boxed{}$を埋めて，次の文章を完成せよ。

① 初項 a，公差 d の等差数列の一般項は

$$a_n = \boxed{\quad + (\quad\quad)}$$

② 初項 a，末項 l の等差数列の初項から第 n 項までの和は

$$S_n = \frac{\boxed{n(\quad + \quad)}}{2}$$

2. 次の等差数列の第 n 項までの和 S_n について答えよ。

例題　初項 69，公差 −3 の等差数列 $\{a_n\}$ の和 S_n が初めて負になるのは第何項か求めよ。

一般項 $a_n = 69 + (n-1) \times (-3) = -3n + 72$

$$S_n = \frac{1}{2} \times n \times \{69 + (-3n + 72)\}$$

$$= \frac{1}{2} \times n \times (-3n + 141) < 0$$

$$-3n \times \left(n - \frac{141}{3}\right) < 0$$

$$n\left(n - \frac{141}{3}\right) > 0$$

$$n < 0 \text{ または } n > \frac{141}{3} = 47$$

S_nが初めて負になるのは第 48 項である。

問題　初項 47，公差 −3 の等差数列 $\{a_n\}$ の和 S_n が初めて負になるのは第何項か求めよ。

3. 等差数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

例題　初項から第 8 項までの和が 100，初項から第 12 項までの和が 222

初項 a，公差 d とすると

初項から第 8 項までの和が 100 より

$$S_8 = \frac{1}{2} \times 8 \times (2a + 7d)$$

$$= 8a + 28d = 100 \quad \cdots ①$$

初項から第 12 項までの和が 222 より

$$S_{12} = \frac{1}{2} \times 12 \times (2a + 11d)$$

$$= 12a + 66d = 222 \quad \cdots ②$$

①，②の連立方程式を解き，$a = 2$，$d = 3$

$$\begin{array}{lrl} & ① \times 3 \quad \cdots 24a + 84d = & 300 \quad \therefore d = 3 \\ -) & ② \times 2 \quad \cdots 24a + 132d = & 444 \\ & -48d = & -144 \quad a = 2 \end{array}$$

和 $S_n = \frac{1}{2} n \times \{2 \times 2 + (n-1) \times 3\}$

$$= \frac{1}{2} n \times (3n + 1)$$

問題　初項から第 14 項までの和が 777，初項から第 16 項までの和が 1000