

1. [ ]を埋めて、次の文章を完成せよ。  
Fill in the blanks to complete the sentence.

① 数列{ $a_n$ }の各数を[ ], 最初の項  $a_1$  を[ ]  
sequence term the first term  
という。

② 数列の項の数が有限であるとき、その項の個数を[ ], 最後の項を[ ]  
number of terms last term  
という。

③ 初項 $a$ に一定の数 $d$ を次々と足して得られる数列を[ ]  
すうれつ  
数列]といい、一定の数を[ ]  
common difference  
という。

④ 初項  $a$  , 公差  $d$  の等差数列の一般項は  
arithmetic progressions  
 $a_n =$  [ ] + ( [ ] )

2. 次のことを示せ。  
Show the following.

初項  $a$  , 末項  $l$  , 公差  $d$  , 項数  $n$  の等差数列の和は  
$$S_n = \frac{n(a+l)}{2} = \frac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$$
$$a_1 = [ ], a_2 = [ ] + [ ], a_{n-1} = [ ] - [ ], a_n = [ ]$$
$$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n$$
$$S_n = [ ] + [ ] + \cdots + [ ] - [ ] + [ ] \cdots \textcircled{1}$$

①の順序を逆にすると  
Reversing the order  
$$S_n = [ ] + [ ] - [ ] + \cdots + [ ] + [ ] \cdots \textcircled{2}$$

①+②を計算すると  
$$2S_n = [ ] + [ ] + [ ] + \cdots + [ ] + [ ] + [ ]$$

よって、
$$S_n = \frac{n(a+l)}{2}$$

末項  $l$  に  $a_n = [ ] + ( [ ] )$  を代入すると  
the last term Substituting  
$$S_n = \frac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$$

3. 次の等差数列の和  $S$  を求めよ。  
Find the sum  $S$  of the following arithmetic progression.

例題	問題
① 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19 $S = \frac{7(1+19)}{2}$ $= \underline{\underline{70}}$	① 1, 3, 5, 7, 9, 11
② 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 $S = \frac{7(2+14)}{2}$ $= \underline{\underline{36}}$	② 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35

4. 次の等差数列の和  $S$  を求めよ。  
Find the sum  $S$  of the following arithmetic progressions.

例題	問題
① 初項 4, 末項 40, 項数 10 the first term the last term number of terms $S = \frac{10(4+40)}{2}$ $= \underline{\underline{220}}$	① 初項 3, 末項 30, 項数 10
② 初項 3, 公差 2, 項数 5 $a_n = 3 + (n-1) \times 2$ $a_5 = 3 + (5-1) \times 2$ $= 11$ $S = \frac{5(3+11)}{2}$ $= \underline{\underline{35}}$	② 初項 2, 公差 3, 項数 6
③ $a_n = 2n - 1$ , 項数 6 $a_1 = 2 \times 1 - 1 = 1$ $a_6 = 2 \times 6 - 1 = 11$ $S = \frac{6(1+11)}{2}$ $= \underline{\underline{36}}$	③ $a_n = 2n + 1$ , 項数 7
④ 1, 3, 5, 7, 9, $\cdots$ , 49 初項 1 公差 2 the first term common difference $a_n = 1 + (n-1) \times 2$ $= 2n - 1$ $2n - 1 = 49 \text{ より}$ $n = 25 \quad \text{※項数}$ $S = \frac{25(1+49)}{2}$ $= \underline{\underline{625}}$	④ 1, 2, 3, 4, 5, $\cdots$ , 50

1. を埋めて、次の文章を完成せよ。  
Fill in the blanks to complete the sentence.

① 数列{ $a_n$ }の各数を  , 最初の項  $a_1$  を  という。

② 数列の項の数が有限であるとき、その項の個数を  , 最後の項を  という。

③ 初項 $a$ に一定の数 $d$ を次々と足して得られる数列を  数列といい、一定の数を  という。

④ 初項  $a$  , 公差  $d$  の等差数列の一般項は  $a_n = \div + ( \div )$

2. 次のことを示せ。  
Show the following.

初項  $a$  , 末項  $l$  , 公差  $d$  , 項数  $n$  の等差数列の和は

$$S_n = \frac{n(a+l)}{2} = \frac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$$

$a_1 = \div , a_2 = \div + \div , a_{n-1} = \div - \div , a_n = \div$

$$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n$$

$$S_n = \div + \div + \cdots + \div - \div + \div \cdots \textcircled{1}$$

①の順序を逆にすると  Reversing the order

$$S_n = \div + \div - \div + \cdots + \div + \div \cdots \textcircled{2}$$

①+②を計算すると

$$2S_n = \underbrace{\div + \div + \cdots + \div + \div}_{n\text{個}}$$

よって、 $S_n = \frac{n(a+l)}{2}$

末項  $l$  に  $a_n = \div + ( \div )$  を代入すると  Substituting

$$S_n = \frac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$$

3. 次の等差数列の和  $S$  を求めよ。  
Find the sum  $S$  of the following arithmetic progression.

例題	問題
① 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19 $S = \frac{7(1+19)}{2}$ $= \underline{\underline{70}}$	① 2, 4, 6, 8, 10, 12
② 3, 6, 9, 12, 15, 18 $S = \frac{6(3+18)}{2}$ $= \underline{\underline{63}}$	② 10, 8, 6, 4, 2, 0

4. 次の等差数列の和  $S$  を求めよ。  
Find the sum  $S$  of the following arithmetic progressions.

例題	問題
① 初項 2, 末項 18, 項数 9 $S = \frac{9(2+18)}{2}$ $= \underline{\underline{90}}$	① 初項 20, 末項 2, 項数 10
② 初項 4, 公差 2, 項数 7 $a_n = 4 + (n-1) \times 2$ $a_7 = 4 + (7-1) \times 2$ $= 16$ $S = \frac{7(4+16)}{2}$ $= \underline{\underline{70}}$	② 初項 2, 公差 4, 項数 6
③ $a_n = 3n - 1$ , 項数 5 $a_1 = 3 \times 1 - 1 = 2$ $a_5 = 3 \times 5 - 1 = 14$ $S = \frac{5(2+14)}{2}$ $= \underline{\underline{40}}$	③ $a_n = 3n - 2$ , 項数 6
④ 1, 4, 7, 10, 13, $\cdots$ , 40 初項 1 公差 3 the first term common difference $a_n = 1 + (n-1) \times 3$ $= 3n - 2$ $3n - 2 = 40 \text{ より}$ $n = 14 \quad \text{※項数}$ $S = \frac{14(1+40)}{2}$ $= \underline{\underline{287}}$	④ 3, 6, 9, 12, 15, $\cdots$ , 30

1. [ ]を埋めて、次の文章を完成せよ。  
Fill in the blanks to complete the sentence.

① 初項 $a$ に一定の数 $d$ を次々と足して得られる数列を  
[ ]数列といい、一定の数を[ ]という。  
common difference

② 初項 $a$ 、公差 $d$ の等差数列の一般項は  
 $a_n = [ ] + ( [ ] )$   
arithmetic progressions

③ 初項 $a$ 、末項 $l$ 、公差 $d$ 、項数 $n$ の等差数列の和は  
 $S_n = \frac{n(a+l)}{2}$ であることを示す。  
 $a_1 = [ ], a_2 = [ ] + [ ], a_{n-1} = [ ] - [ ], a_n = [ ]$   
 $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n$   
 $S_n = [ ] + [ ] + \cdots + [ ] + [ ] \cdots \textcircled{1}$   
①の順序を逆にすると  
 $S_n = [ ] + [ ] + \cdots + [ ] + [ ] \cdots \textcircled{2}$   
①+②を計算すると  
 $2S_n = [ ] + [ ] + \cdots + [ ] + [ ]$   
よって、 $S_n = \frac{n(a+l)}{2}$   $n$ 個

2. 次の等差数列の一般項 $a_n$ を求めよ。  
Find the  $n$ -th term of the following arithmetic progressions.

例題 第2項が3、第4項が7

$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
1	3	5	7	9

$a_2 = a + d = 3 \cdots \textcircled{1}$   
 $a_4 = a + 3d = 7 \cdots \textcircled{2}$   
②-①より  $2d = 4 \therefore d = 2$   
①に代入して  $a + 2 = 3 \therefore a = 1$   
 $a_n = 1 + (n-1) \times 2 = \underline{2n-1}$

問題 第2項が5、第5項が14

$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
	5			14

3. 次の等差数列の和 $S$ を求めよ。  
Find the sum  $S$  of the following arithmetic progressions.

例題	問題
① 4, 7, 10, 13, 16 $S = \frac{5(4+16)}{2}$ $= \underline{50}$ ※ $S = 4+7+10+13+16$	① 1, 3, 5, 7, 9
② 初項2、末項20、項数10 $S = \frac{10(2+20)}{2}$ $= \underline{110}$ ※ $S = 2+4+6+8+10+12+14+16+18+10$	② 初項3、末項30、項数10
③ 初項3、公差2、項数8 $a_n = 3 + (n-1) \times 2$ $a_8 = 3 + (8-1) \times 2$ $= 17$ $S = \frac{8(3+17)}{2}$ $= \underline{80}$ ※ $S = 3+5+7+9+11+13+15+17$	③ 初項5、公差2、項数6
④ $a_n = 3n - 1$ , 項数13 $a_1 = 3 \times 1 - 1 = 2$ $a_{13} = 3 \times 13 - 1$ $= 38$ $S = \frac{13(2+38)}{2}$ $= \underline{260}$	④ $a_n = 3n - 2$ , 項数7

1. 次の等差数列{*a<sub>n</sub>*}の第*n*項までの和*S<sub>n</sub>*を求めよ。  
Find the sum *S<sub>n</sub>* up to *n*-th term of the following arithmetic progression {*a<sub>n</sub>*}.

例題

3, 5, 7, 9, 11, ...  
初項 3, 公差 2,  
一般項  $a_n = 3 + (n - 1) \times 2 = 2n + 1$   
 $S_n = \frac{1}{2} \times n \times \{ 3 + (2n + 1) \} = n^2 + 2n$

問題

2, 5, 8, 11, 14, ...

2. 次の数列の和*S<sub>n</sub>*の最大値を求めよ。  
Find the maximum value of the sum *S<sub>n</sub>* of the following sequence.

例題

初項 69, 公差 −5 の等差数列{*a<sub>n</sub>*}の和*S<sub>n</sub>*の最大値を求めよ。  
Find the maximum value of the sum *S<sub>n</sub>* of the arithmetic sequence {*a<sub>n</sub>*} with first term 69 and common difference −5.  
一般項  $a_n = 69 + (n - 1) \times (-5) = -5n + 74$   
一般項が正になるのは  
 $-5n + 74 > 0$  より  $n < \frac{74}{5} = 14.8$   
*n* は自然数なので, 第14項までが正である。  
 $a_{14} = -5 \times 14 + 74 = 4$   
第14項までの和が最大になるので  
 $S_{14} = \frac{1}{2} \times 14 \times (69 + 4) = 511$

問題

初項 30, 公差 −4 の等差数列{*a<sub>n</sub>*}の和*S<sub>n</sub>*の最大値を求めよ。

3. 次の等差数列{*a<sub>n</sub>*}の一般項と和*S<sub>n</sub>*を求めよ。  
Find the *n*-th term and the sum *S<sub>n</sub>* of the following arithmetic progression {*a<sub>n</sub>*}.

例題

初項から第5項までの和が 25,  
第6項から第10項までの和が 75  
The sum of the first through fifth terms is 25,  
and the sum of the sixth through tenth terms is 75.  
初項 *a*, 公差 *d* とすると  
初項から第5項までの和が25より  
 $S_5 = \frac{1}{2} \times 5 \times (2a + 4d)$   
 $= 5a + 10d = 25$   
 $\therefore a + 2d = 5 \quad \cdots \textcircled{1}$   
初項から第10項までの和は25+75=100  
 $S_{10} = \frac{1}{2} \times 10 \times (2a + 9d)$   
 $= 10a + 45d = 100$   
 $\therefore 2a + 9d = 20 \quad \cdots \textcircled{2}$   
①, ②の連立方程式を解き,  $a = 1$ ,  $d = 2$   
一般項  $a_n = 1 + (n - 1) \times 2 = 2n - 1$   
 $S_n = \frac{1}{2} \times n \times \{ 2 \times 1 + (n - 1) \times 2 \} = n^2$

問題

初項から第4項までの和が 20,  
第5項から第10項までの和が 90

1. 次の等差数列{ $a_n$ }の第  $n$  項までの和  $S_n$ を求めよ。  
Find the sum  $S_n$  up to  $n$ -th term of the following arithmetic progression { $a_n$ }.

例題

2, 5, 8, 11, 13, ...

初項 2, 公差 3

$$S_n = \frac{1}{2} \times n \times \{ 2 \times 2 + (n - 1) \times 3 \}$$
$$= \frac{1}{2} n ( 3 n + 1 )$$

問題

1, 4, 7, 10, 13, ...

2. 次の数列の和  $S_n$ の最大値を求めよ。  
Find the maximum value of the sum  $S_n$  of the following sequence.

例題

初項 72, 公差 -4 の等差数列{ $a_n$ }の和  $S_n$ の最大値を求めよ。  
Find the maximum value of the sum  $S_n$  of the arithmetic sequence { $a_n$ } with first term 72 and common difference -4.

一般項  $a_n = 72 + (n - 1) \times (-4) = -4 n + 76$

一般項が0以上になるのは  
 $-4 n + 72 \geq 0$  より  $n \leq \frac{76}{4} = 19$   
第19項までが0以上である。  
 $a_{19} = -4 \times 19 + 76 = 0$   
第18項または第19項までの和が最大になるので  
$$S_{19} = \frac{1}{2} \times 19 \times ( 72 + 0 ) = 684$$

問題

初項 40, 公差 -5 の等差数列{ $a_n$ }の和  $S_n$ の最大値を求めよ。

3. 次の等差数列{ $a_n$ }の 一般項と和  $S_n$ を求めよ。  
Find the  $n$ -th term and the sum  $S_n$  of the following arithmetic progression { $a_n$ }.

例題

初項から第6項までの和が69, 第5項が16  
The sum of the first through sixth terms is 69, and the 5th terms is 16.

初項  $a$ , 公差  $d$  とすると

初項から第6項までの和が69 より

$$S_5 = \frac{1}{2} \times 6 \times ( 2 a + 5 d )$$
$$= 6 a + 15 d = 69$$
$$\therefore 2 a + 5 d = 23 \qquad \cdots \textcircled{1}$$

第5項が16 より

$$a_5 = a + 4 d = 16 \qquad \cdots \textcircled{2}$$

①, ②の連立方程式を解き,  $a = 4$  ,  $d = 3$

$$\left( \begin{array}{lll} \textcircled{1} & \cdots & 2 a + 5 d = 23 \qquad \therefore d = 3 \\ -) \textcircled{2} \times 2 \cdots & 2 a + 8 d = 32 & \\ & -3 d = -9 & a = 4 \end{array} \right)$$

一般項  $a_n = 4 + (n - 1) \times 3 = 3 n + 1$

和  $S_n = \frac{1}{2} n \times \{ 2 \times 4 + (n - 1) \times 3 \}$ 
$$= \frac{1}{2} n ( 3 n + 5 )$$

問題

初項から第8項までの和が100, 第3項が8

数学B 等差数列の和(性質) 3 課題

( )年( )組( )番( )

1. を埋めて、次の文章を完成せよ。  
Fill in the blanks to complete the sentence.

① 初項  $a$  , 公差  $d$  の等差数列の一般項は  
$$a_n = \text{ } + ( \text{ } )$$

② 初項  $a$  , 末項  $l$  の等差数列の初項から第  $n$  項までの和は  
$$S_n = \frac{n ( \text{ } + \text{ } )}{2}$$

2. 次の等差数列の第  $n$  項までの和  $S_n$  について答えよ。  
Answer the sum  $S_n$  up to the  $n$ -th term of the following arithmetic progression.

例題 初項 69 , 公差  $-3$  の等差数列  $\{ a_n \}$  の和  $S_n$   
が初めて負になるのは第何項か求めよ。  
What term in the sum  $S_n$  of an arithmetic sequence  $\{ a_n \}$  with first term 69 and common difference  $-3$  first becomes negative?

一般項  $a_n = 69 + (n - 1) \times (-3) = -3n + 72$

$$S_n = \frac{1}{2} \times n \times \{ 69 + (-3n + 72) \}$$
$$= \frac{1}{2} \times n \times (-3n + 141) < 0$$
$$-3n \times (n - \frac{141}{3}) < 0$$
$$n ( n - \frac{141}{3} ) > 0$$
$$n < 0 \text{ または } n > \frac{141}{3} = 47$$
$$S_n \text{ が初めて負になるのは第 } 48 \text{ 項である。}$$

問題 初項 47 , 公差  $-3$  の等差数列  $\{ a_n \}$  の和  $S_n$   
が初めて負になるのは第何項か求めよ。

3. 等差数列  $\{ a_n \}$  の初項から第  $n$  項までの和  $S_n$  を求めよ。  
Find the sum  $S_n$  up to the  $n$ -th term of the following arithmetic progression  $\{ a_n \}$ .

例題 初項から第 8 項までの和が 100 ,  
初項から第 12 項までの和が 222  
The sum of the first through 8th terms is 100,  
and the sum of the first through 12th terms is 222.

初項  $a$  , 公差  $d$  とすると

初項から第 8 項までの和が 100 より  
$$S_8 = \frac{1}{2} \times 8 \times ( 2a + 7d )$$
$$= 8a + 28d = 100 \quad \cdots \text{①}$$

初項から第 12 項までの和が 222 より  
$$S_{12} = \frac{1}{2} \times 12 \times ( 2a + 11d )$$
$$= 12a + 66d = 222 \quad \cdots \text{②}$$

①, ② の連立方程式を解き,  $a = 2$  ,  $d = 3$

$$\left( \begin{array}{l} \text{①} \times 3 \quad \cdots 24a + 84d = 300 \quad \therefore d = 3 \\ -) \text{②} \times 2 \quad \cdots 24a + 132d = 444 \\ \hline \phantom{-) } -48d = -144 \quad \phantom{a} = 2 \end{array} \right)$$
$$\text{和 } S_n = \frac{1}{2} n \times \{ 2 \times 2 + (n - 1) \times 3 \}$$
$$= \frac{1}{2} n \times ( 3n + 1 )$$

問題 初項から第 14 項までの和が 777 ,  
初項から第 16 項までの和が 1000