数学B　等比数列　課題　　　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　)

1．$\boxed{\quad}$を埋めて，次の文章を完成せよ。
Fill in the blanks to complete the sentences.

問題
① ある規則によって並べられた数を$\boxed{\quad}$という。 numbers arranged according to a certain rule ※ $a_1,\ a_2,\ a_3,\ \dots,\ a_n$
② 数列$\{a_n\}$の各数を$\boxed{\quad}$，最初の項 a_1 を$\boxed{\quad}$という。 term　the first term
③ 第 n 項 a_n が nの式で表されるとき，数列$\{a_n\}$の$\boxed{\quad}$という。 expressed by the formula n　the nth term
④ 数列の項の数が有限であるとき，その項の個数を$\boxed{\quad}$，最後の項を$\boxed{\quad}$という。 number of terms　last term
⑤ 初項aに一定の数rを次々と掛けて得られる数列を$\boxed{\quad}$数列といい，一定の数を$\boxed{\quad}$という。 common ratio
⑥ 初項 a，公比 r の等比数列の一般項は geometric sequence $a_n = \boxed{\quad r \quad}$

2．次の等比数列の初項，末項，項数，公比を求めよ。
Find the first term, last term, number of terms, and common ratio of the following geometric sequence.

例題	問題
① 1, 2, 4, 8, 16, 32 初項 1　末項 32 the first term　the last term 項数 6　公比 2 number of terms　common ratio	① 3, 6, 12, 24, 48 初項　末項 項数　公比
② 2, −2 , 2, −2, 2 初項 2　末項 2 the first term　the last term 項数 5　公比 −1 number of terms　common ratio	② 1, −3, 9, −27 初項　末項 項数　公比

3．次の等比数列の初項から第 4 項までを求めよ。
Find the first to fourth terms of the following geometric sequence.

例題	問題
① 2 から始めて，次々に 3 を掛ける。 2, 6, 18, 54 ×3　×3　×3 Start with 2 Multiply by 3 one after another	① 2 から始めて，次々に 2 を掛ける。
② 16 から始めて，次々に $\frac{1}{2}$ を掛ける。 16, 8, 4, 1 $\times\frac{1}{2}$　$\times\frac{1}{2}$　$\times\frac{1}{2}$ Start with 16 Multiply by a half one after another	② 9 から始めて，次々に $\frac{1}{3}$ を掛ける。

4．次の等比数列の初項から第 4 項までを求めよ。
Find the first to fourth terms of the following geomtric sequence.

例題	問題
一般項 $a_n = 4 \times 2^{n-1}$ ※ $2^0 = 1$ $a_1 = 4 \times 2^{1-1} = 4 \times 2^0$ $= 4 \times 1 = 4$ $a_2 = 4 \times 2^{2-1} = 4 \times 2^1$ $= 4 \times 2 = 8$ $a_3 = 4 \times 2^{3-1} = 4 \times 2^2$ $= 4 \times 4 = 16$ $a_4 = 4 \times 2^{4-1} = 3 \times 2^3$ $= 4 \times 8 = 32$	一般項 $a_n = -2 \times 3^{n-1}$ ※ $3^0 = 1$

5．次の等比数列の一般項 a_nを求めよ。
Find the nth term of the following geomtric sequence.

例題	問題
第 3 項が 12，第 5 項が 48 The 3rd term is 12. The 5th term is 48. 第3項が 8 であるから $a_3 = a \times r^{3-1}$ $= a \times r^2 = 12$　…① 第5項が 48 であるから $a_5 = a \times r^{5-1}$ $= a \times r^4 = 48$　…② ②÷①より $\frac{a \times r^4}{a \times r^2} = \frac{48}{12}$ $r^2 = 4$ $r > 0$ のとき，$r = 2$ ①に代入して $a \times 2^2 = 12$　∴ $a = 3$ $a_n = \underline{3 \times 2^{n-1}}$ $r < 0$ のとき，$r = -2$ ①に代入して $a \times (-2)^2 = 12$ ∴ $a = 3$ $a_n = \underline{3 \times (-2)^{n-1}}$	第 4 項が 8，第 6 項が 32

数学B　等比数列 2 課題　　　　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　)

1．[　　]を埋めて，次の文章を完成せよ。

問題
① ある規則によって並べられた数を[　　　　]という。 ※ $a_1,\ a_2,\ a_3,\ \dots,\ a_n$
② 数列$\{a_n\}$の各数を[　　　], 最初の項 a_1 を[　　　　]という。
③ 第 n 項 a_n が n の式で表されるとき，数列$\{a_n\}$の[　　　　　　]という。
④ 数列の項の数が有限であるとき，その項の個数を[　　　　]，最後の項を[　　　　]という。
⑤ 初項aに一定の数rを次々と掛けて得られる数列を[　　　　数列]といい，一定の数を[　　　　]という。
⑥ 初項 a，公比 r の等比数列の一般項は $a_n =$ [　　r　　]

2．次の等比数列の初項，末項，項数，公比を求めよ。

例題	問題
① 81，27，9，3，1 初項 80　　末項 1 項数 5　　公比 $\frac{1}{3}$	① 64，32，16，8，4，2 初項　　末項 項数　　公比
② 1，−1，1，−1，1，−1 初項 1　　末項 −1 項数 6　　公比 −1	② 1，−4，16，−64 初項　　末項 項数　　公比

3．次の等比数列の初項から第 4 項までを求めよ。

例題	問題
① 3 から始めて，次々に 2 を掛ける。 3，6，12，24 ×2　×2　×2	① 2 から始めて，次々に 3 を掛ける。
② 1 から始めて，次々に −3 を掛ける。 1，−3，9，−27 ×(−3)　×(−3)　×(−3)	② 1 から始めて，次々に −2 を掛ける。
③ 64 から始めて，次々に $\frac{1}{2}$ を掛ける。 64，32，16，8 $\times\frac{1}{2}$　$\times\frac{1}{2}$　$\times\frac{1}{2}$	③ 27 から始めて，次々に $\frac{1}{3}$ を掛ける。

4．次の等比数列の初項から第 4 項までを求めよ。

例題	問題
一般項 $a_n = 3 \times 2^{n-1}$ ※ $2^0 = 1$ $a_1 = 3 \times 2^{1-1} = 3 \times 2^0$ $= 3 \times 1 = 3$ $a_2 = 3 \times 2^{2-1} = 3 \times 2^1$ $= 3 \times 2 = 6$ $a_3 = 3 \times 2^{3-1} = 3 \times 2^2$ $= 3 \times 4 = 12$ $a_4 = 3 \times 2^{4-1} = 3 \times 2^3$ $= 3 \times 8 = 24$	一般項 $a_n = 2 \times 3^{n-1}$ ※ $3^0 = 1$

5．次の等比数列の一般項 a_n を求めよ。

例題	問題
第 3 項が 18，第 5 項が 162 第 3 項が 18 であるから $a_3 = a \times r^{3-1}$ $= a \times r^2 = 18$ …① 第 5 項が 162 であるから $a_5 = a \times r^{5-1}$ $= a \times r^4 = 162$ …② ②÷①より $\frac{a \times r^4}{a \times r^2} = \frac{162}{18}$ $r^2 = 9$ $r > 0$ のとき，$r = 3$ ①に代入して $a \times 3^2 = 18$　∴ $a = 2$ $a_n = 2 \times 3^{n-1}$ $r < 0$ のとき，$r = -3$ ①に代入して $a \times (-3)^2 = 18$ ∴ $a = 2$ $a_n = \underline{2 \times (-3)^{n-1}}$	第 3 項が 16，第 5 項が 64

数学B　等比数列 3 課題　　　　　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　)

1. [　　]を埋めて，次の文章を完成せよ。

問題
① ある規則によって並べられた数を[　　　　]という。 ※ $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$
② 数列$\{a_n\}$の各数を[　　], 最初の項 a_1 を[　　　　]という。
③ 第 n 項 a_n が n の式で表されるとき，数列$\{a_n\}$の[　　　　　]という。
④ 数列の項の数が有限であるとき，その項の個数を[　　　　]，最後の項を[　　　　]という。
⑤ 初項aに一定の数rを次々と掛けて得られる数列を[　　　　]数列といい，一定の数を[　　　　]という。
⑥ 初項 a , 公比 r の等比数列の一般項は $a_n =$ [　　　r　　]

2. 次の等比数列の初項，末項，項数，公比を求めよ。

例題	問題
① 125,　25,　5,　1 初項　125　　末項　1 項数　4　　公比　$\frac{1}{5}$	① 256,　64,　16,　4 初項　　　末項 項数　　　公比
② 1, −2 , 4, −8, 16 初項　1　　末項　16 項数　5　　公比　−2	② 1, −4, 16, −64 , 256 初項　　　末項 項数　　　公比

3. 次の等比数列の初項から第 4 項までを求めよ。

例題	問題
① 2 から始めて， 次々に 4 を掛ける。 2,　8,　32,　128 ×4　×4　×4	① 3 から始めて， 次々に 2 を掛ける。
② 2 から始めて， 次々に −3 を掛ける。 2,　−6,　18,　−54 ×(−3)　×(−3)　×(−3)	② 1 から始めて， 次々に −1 を掛ける。
③ 128 から始めて， 次々に $\frac{1}{2}$ を掛ける。 128,　64,　32,　16 $\times\frac{1}{2}$　$\times\frac{1}{2}$　$\times\frac{1}{2}$	③ 81 から始めて， 次々に $\frac{1}{3}$ を掛ける。

4. 次の等比数列の初項 a_1 と公比 r を求めよ。

例題	問題
一般項　$a_n = 2 \times 4^{n-1}$ ※ $4^0 = 1$ $a_1 = 2 \times 4^{1-1} = 2 \times 4^0$ $= 2 \times 1 = 2$ $a_2 = 2 \times 4^{2-1} = 2 \times 4^1$ $= 2 \times 4 = 8$ $r = \dfrac{a_2}{a_1} = \dfrac{8}{2} = 4$	一般項　$a_n = 2 \times 3^{n-1}$ ※ $3^0 = 1$

5. 次の等比数列の一般項 a_n を求めよ。

例題	問題
第 4 項が 24，第 6 項が 96 第 4 項が 24 であるから $a_4 = a \times r^{4-1}$ $= a \times r^3 = 24$　…① 第 6 項が 96 であるから $a_6 = a \times r^{6-1}$ $= a \times r^5 = 96$　…② ②÷①より $\dfrac{a \times r^5}{a \times r^3} = \dfrac{96}{24}$ $r^2 = 4$ $r > 0$ のとき，$r = 2$ ①に代入して $a \times 2^3 = 24$　$\therefore a = 3$ $a_n = 3 \times 2^{n-1}$ $r < 0$ のとき，$r = -2$ ①に代入して $a \times (-2)^3 = 24$ $\therefore a = -3$ $a_n = \underline{-3 \times (-2)^{n-1}}$	第 4 項が 54, 第 6 項が 486

数学B　等比数列(性質)　課題　　　(　)年(　)組(　)番(　　　　　)

1．次の等比数列{ a_n }の初項，公比，一般項を求めよ。

例題　3，6，12，24，48，・・・

初項 3，公比 2，一般項　$a_n = 3 \times 2^{n-1}$

問題　2，6，18，54，162，・・・

2．等比数列であることを示し，初項と公比を求めよ。

例題　$a_n = 3 \times 2^{n-1}$

$a_{n+1} = 3 \times 2^{(n+1)-1} = 3 \times 2^n$

$\dfrac{a_{n+1}}{a_n} = \dfrac{3 \times 2^n}{3 \times 2^{n-1}} = 2$

$\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$ が一定なので a_n は等比数列である。

初項 $a_1 = 3 \times 2^0 = 3$，公比 $r = 2$

問題　$a_n = 5 \times 3^{n-1}$

3．次の等比数列をなす数を求めよ。

例題①　10，20，x

公比 $r = \dfrac{20}{10} = 2$，$x = 20 \times 2 = 40$

問題①　5，15，x

例題②　3，x，12

x が等比中項なので　$x^2 = 3 \times 12 = 36$，$x = \pm 6$

別解　公比を r とする。

$x = 3 \times r$，$x \times r = 3 \times r^2 = 12$

$r^2 = 4$　$\therefore r = \pm 2$，$x = \pm 6$

問題②　6，x，54

4．次の等比数列をなす数を求めよ。

例題　等比数列をなす3数の積が216，その和が26である。この3数を求めよ。

3数を a，b，c とすると $b^2 = a \times c$

積が216より，$a \times b \times c = b^3 = 216$

$\therefore b = 6$，$a \times c = 36$

和が26より，$a + b + c = a + 6 + c = 26$

$\therefore a + c = 20$

$a + c = 20$，$a \times c = 36$ となる2数を求める。

$x^2 - 20x + 36 = 0$

$(x - 2)(x - 18) = 0$ より $x = 2, 18$

求める3数は　(2，6，18)，(18，6，2)

別解　初項を a，公比を r とすると，

3数は a，ar，ar^2 になる。

積が216より $a \times ar \times ar^2 = a^3 r^3 = 216$，$ar = 6$

和が26より　$a + ar + ar^2 = a(1 + r + r^2) = 26$

$ar(1 + r + r^2) = 26r$

$6(1 + r + r^2) = 26r$

$6r^2 - 20r + 6 = 2(r - 3)(3r - 1) = 0$

$\therefore r = 3,\ \dfrac{1}{3}$

$r = 3$ のとき，$a = 2$，$ar^2 = 18$

$r = \dfrac{1}{3}$ のとき，$a = 18$，$ar^2 = 2$

求める3数は　(2，6，18)，(18，6，2)

問題　等比数列をなす3数の積が216でその和が21である。この3数を求めよ。

数学B　等比数列(性質) 2 課題　　( )年( )組( )番( )

1．次の等比数列{ a_n }の初項，公比，一般項を求めよ。

例題　1，4，16，64，256，・・・

初項 1， 公比 4， 一般項　$a_n = 1 \times 4^{n-1} = 4^{n-1}$

問題　1，5，25，125，625，・・・

2．等比数列であることを示し，初項と公比を求めよ。

例題　$a_n = 3^{n-1}$

$a_{n+1} = 3^{(n+1)-1} = 3^n$

$\dfrac{a_{n+1}}{a_n} = \dfrac{3^n}{3^{n-1}} = 3$

$\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$ が一定なので a_n は等比数列である。

初項 $a_1 = 3^0 = 1$, 公比 $r = 3$

問題　$a_n = 2^{n-1}$

3．次の等比数列をなす数を求めよ。

例題①　1 , 6 , x

公比 $r = \dfrac{6}{1} = 6$， $x = 6 \times 6 = 36$

問題①　1 , 3 , x

例題②　1 , x , 3

x が等比中項なので　$x^2 = 1 \times 3 = 3$, $x = \pm\sqrt{3}$

別解　公比を r とする。

$x = 1 \times r$， $x \times r = 1 \times r^2 = 3$

$r^2 = 3$ $\therefore r = \pm\sqrt{3}$ ， $x = \pm\sqrt{3}$

問題②　1 , x , 5

4．次の等比数列をなす数を求めよ。

例題　等比数列をなす 3 数の積が 125 , その和が 31 である。この 3 数を求めよ。

3 数を a , b , c とすると $b^2 = a \times c$

積が 125 より， $a \times b \times c = b^3 = 125$

$\therefore b = 5$， $a \times c = 25$

和が 31 より， $a + b + c = a + 5 + c = 31$

$\therefore a + c = 26$

$a + c = 26$, $a \times c = 25$ となる 2 数を求める。

$x^2 - 26x + 25 = 0$

$(x - 1)(x - 25) = 0$ より $x = 1 , 25$

求める 3 数は （1 , 5 , 25）,（25 , 5 , 1）

別解　初項を a , 公比を r とすると，

3 数は a , ar , ar^2 になる。

積が 125 より $a \times ar \times ar^2 = a^3 r^3 = 125$， $ar = 5$

和が 31 より　$a + ar + ar^2 = a(1 + r + r^2) = 31$

$ar(1 + r + r^2) = 31r$

$5(1 + r + r^2) = 31r$

$5r^2 - 26r + 5 = (r - 5)(5r - 1) = 0$

$\therefore r = 5 , \dfrac{1}{5}$

$r = 5$ のとき， $a = 1$， $ar^2 = 25$

$r = \dfrac{1}{5}$ のとき， $a = 25$， $ar^2 = 1$

求める 3 数は （1 , 5 ,25）,（25 , 5 , 1）

問題　等比数列をなす 3 数の積が 64 でその和が 21 である。この 3 数を求めよ。

数学B　等比数列(性質) 3 課題　　( )年( )組( )番( )

1．次の等比数列$\{a_n\}$の初項，公比，一般項を求めよ。

例題　2，4，8，16，32，･･･

初項 2，公比 2，一般項 $a_n = 2 \times 2^{n-1} = 2^n$

問題　3，9，27，81，243，･･･

2．等比数列であることを示し，初項と公比を求めよ。

例題　$a_n = 4^n$

$a_{n+1} = 4^{n+1}$

$\dfrac{a_{n+1}}{a_n} = \dfrac{4^{n+1}}{4^n} = 4$

$\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$が一定なのでa_nは等比数列である。

初項 $a_1 = 4^1 = 4$，公比 $r = 4$

問題　$a_n = 5^n$

3．次の等比数列をなす数を求めよ。

例題①　5，25，x

公比 $r = \dfrac{25}{5} = 5$，$x = 25 \times 5 = 125$

問題①　4，16，x

例題②　2，x，6

xが等比中項なので $x^2 = 2 \times 6 = 12$，$x = \pm 2\sqrt{3}$

別解　公比をrとする。

$x = 2 \times r$，$x \times r = 2 \times r^2 = 6$

$r^2 = 3$　$\therefore r = \pm\sqrt{3}$，$x = \pm 2\sqrt{3}$

問題②　2，x，4

4．次の等比数列をなす数を求めよ。

例題　等比数列をなす3数の積が729，その和が39である。この3数を求めよ。

3数をa，b，cとすると $b^2 = a \times c$

積が729より，$a \times b \times c = b^3 = 729$

$\therefore b = 9$，$a \times c = 81$

和が31より，$a + b + c = a + 9 + c = 39$

$\therefore a + c = 30$

$a + c = 30$，$a \times c = 81$となる2数を求める。

$x^2 - 30x + 81 = 0$

$(x - 3)(x - 27) = 0$より$x = 3, 27$

求める3数は $(3, 9, 27)$，$(27, 9, 3)$

別解　初項をa，公比をrとすると，

3数はa，ar，ar^2になる。

積が729より $a \times ar \times ar^2 = a^3 r^3 = 729$，$ar = 9$

和が39より　$a + ar + ar^2 = a(1 + r + r^2) = 39$

$ar(1 + r + r^2) = 39r$

$9(1 + r + r^2) = 39r$

$9r^2 - 30r + 9 = 3(r - 3)(3r - 1) = 0$

$\therefore r = 3, \dfrac{1}{3}$

$r = 3$ のとき，$a = 3$，$ar^2 = 27$

$r = \dfrac{1}{3}$のとき，$a = 27$，$ar^2 = 3$

求める3数は $(3, 9, 27)$，$(27, 9, 3)$

問題　等比数列をなす3数の積が64でその和が14である。この3数を求めよ。