

数学B 等比数列 課題

( )年( )組( )番( )

1. [ ]を埋めて、次の文章を完成せよ。  
Fill in the blanks to complete the sentences.

問題
ある規則によって並べられた数を [ ] という。 numbers arranged according to a certain rule $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$
数列 $\{a_n\}$ の各数を [ ] , 最初の項 $a_1$ を [ ] という。 term the first term
第 $n$ 項 $a_n$ が $n$ の式で表されるとき , 数列 $\{a_n\}$ の [ ] という。 expressed by the formula $n$ the $n$ th term
数列の項の数が有限であるとき , その項の個数を [ ] , 最後の項を [ ] という。 number of terms last term
初項 $a$ に一定の数 $r$ を次々と掛けて得られる数列を [ ] 数列といい , 一定の数を [ ] という。 common ratio
初項 $a$ , 公比 $r$ の等比数列の一般項は geometric sequence $a_n = [ ] r$

2. 次の等比数列の初項 , 末項 , 項数 , 公比を求めよ。  
Find the first term, last term, number of terms, and common ratio of the following geometric sequence.

例題	問題
1, 2, 4, 8, 16, 32 初項 1 末項 32 the first term the last term 項数 6 公比 2 number of terms common ratio	3, 6, 12, 24, 48 初項 末項 項数 公比
2, -2, 2, -2, 2 初項 2 末項 2 the first term the last term 項数 5 公比 -1 number of terms common ratio	1, -3, 9, -27 初項 末項 項数 公比

3. 次の等比数列の初項から第4項までを求めよ。  
Find the first to fourth terms of the following geometric sequence.

例題	問題
2 から始めて , 次々に 3 を掛ける。 2, 6, 18, 54 Start with 2 Multiply by 3 one after another	2 から始めて , 次々に 2 を掛ける。
16 から始めて , 次々に $\frac{1}{2}$ を掛ける。 16, 8, 4, 1 Start with 16 Multiply by a half one after another	9 から始めて , 次々に $\frac{1}{3}$ を掛ける。

4. 次の等比数列の初項から第4項までを求めよ。  
Find the first to fourth terms of the following geomtric sequence.

例題	問題
一般項 $a_n = 4 \times 2^{n-1}$ $2^0 = 1$ $a_1 = 4 \times 2^{1-1} = 4 \times 2^0$ $= 4 \times 1 = 4$ $a_2 = 4 \times 2^{2-1} = 4 \times 2^1$ $= 4 \times 2 = 8$ $a_3 = 4 \times 2^{3-1} = 4 \times 2^2$ $= 4 \times 4 = 16$ $a_4 = 4 \times 2^{4-1} = 4 \times 2^3$ $= 4 \times 8 = 32$	一般項 $a_n = -2 \times 3^{n-1}$ $3^0 = 1$

5. 次の等比数列の一般項  $a_n$  を求めよ。  
Find the  $n$ th term of the following geomtric sequence.

例題	問題
第3項が 12 , 第5項が 48 The 3rd term is 12. The 5th term is 48. 第3項が 8 であるから $a_3 = a \times r^{3-1}$ $= a \times r^2 = 12 \dots$ 第5項が 48 であるから $a_5 = a \times r^{5-1}$ $= a \times r^4 = 48 \dots$ ÷ より $\frac{a \times r^4}{a \times r^2} = \frac{48}{12}$ $r^2 = 4$ $r > 0$ のとき , $r = 2$ に代入して $a \times 2^2 = 12 \quad a = 3$ $a_n = \underline{\underline{3 \times 2^{n-1}}}$ $r < 0$ のとき , $r = -2$ に代入して $a \times (-2)^2 = 12 \quad a = 3$ $a_n = \underline{\underline{3 \times (-2)^{n-1}}}$	第4項が 8 , 第6項が 32

数学B とう ひ すうれつ 等比数列 か だい 2 課題

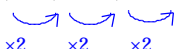
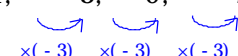
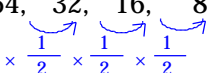
1.   <sup>う</sup>を埋めて、<sup>つぎ</sup> <sup>ぶんしょう</sup>次の文 <sup>かんせい</sup>章を完成せよ。

<p> <small>もん だい</small>  <b>問題</b> </p>
<p> <small>き そく</small>      <small>なら</small>      <small>かず</small>              ある規則によって並べられた数を <span style="border: 1px dashed green; padding: 5px 20px;"> </span> という。         </p> <p> <math>a_1, a_2, a_3, \dots, a_n</math> </p>
<p> <small>すうれつ</small>      <small>かく かず</small>      <small>さいしよ</small>      <small>こう</small>              数列 <math>\{a_n\}</math> の各数を <span style="border: 1px dashed green; padding: 5px 20px;"> </span> , 最初の項 <math>a_1</math> を <span style="border: 1px dashed green; padding: 5px 20px;"> </span> という。         </p>
<p> <small>だい</small>      <small>こう</small>      <small>しき</small>      <small>あらわ</small>      <small>すうれつ</small>              第 <math>n</math> 項 <math>a_n</math> が <math>n</math> の式で表されるとき , 数列 <math>\{a_n\}</math> の <span style="border: 1px dashed green; padding: 5px 20px;"> </span> という。         </p>
<p> <small>すうれつ</small>      <small>こう</small>      <small>かず</small>      <small>ゆうげん</small>      <small>こう</small>      <small>こすう</small>              数列の項の数が有限であるとき , その項の個数を <span style="border: 1px dashed green; padding: 5px 20px;"> </span> , <small>さいご</small>      <small>こう</small> 最後の項を <span style="border: 1px dashed green; padding: 5px 20px;"> </span> という。         </p>
<p> <small>しよ こう</small>      <small>いってい</small>      <small>かず</small>      <small>つぎつぎ</small>      <small>か</small>      <small>え</small>      <small>すうれつ</small>              初項 <math>a</math> に一定の数 <math>r</math> を次々と掛けて得られる数列を <span style="border: 1px dashed green; padding: 5px 20px;"> </span> <small>すうれつ</small> 数列 <small>いってい</small> といい , 一定の数 <small>かず</small> を <span style="border: 1px dashed green; padding: 5px 20px;"> </span> という。         </p>
<p> <small>しよ こう</small>      <small>こう ひ</small>      <small>とう ひ</small>      <small>すうれつ</small>      <small>いっばん こう</small>              初項 <math>a</math> , 公比 <math>r</math> の等比数列の一般項は         </p> <p> <math>a_n = </math> <span style="border: 1px dashed green; padding: 5px 20px;"> <math>r</math> </span> </p>

2. 次の等比数列の初項，末項，項数，公比を求めよ。

れいだい 例題	もんだい 問題
$81, 27, 9, 3, 1$ $\begin{array}{cc} \text{しょうこう} & \text{まっこう} \\ \text{初項} & \text{末項} \end{array} \quad \begin{array}{cc} 80 & 1 \end{array}$ $\begin{array}{cc} \text{こうすう} & \text{こうひ} \\ \text{項数} & \text{公比} \end{array} \quad \begin{array}{cc} 5 & \frac{1}{3} \end{array}$	$64, 32, 16, 8, 4, 2$ $\begin{array}{cc} \text{しょうこう} & \text{まっこう} \\ \text{初項} & \text{末項} \end{array}$ $\begin{array}{cc} \text{こうすう} & \text{こうひ} \\ \text{項数} & \text{公比} \end{array}$
$1, -1, 1, -1, 1, -1$ $\begin{array}{cc} \text{しょうこう} & \text{まっこう} \\ \text{初項} & \text{末項} \end{array} \quad \begin{array}{cc} 1 & -1 \end{array}$ $\begin{array}{cc} \text{こうすう} & \text{こうひ} \\ \text{項数} & \text{公比} \end{array} \quad \begin{array}{cc} 6 & -1 \end{array}$	$1, -4, 16, -64$ $\begin{array}{cc} \text{しょうこう} & \text{まっこう} \\ \text{初項} & \text{末項} \end{array}$ $\begin{array}{cc} \text{こうすう} & \text{こうひ} \\ \text{項数} & \text{公比} \end{array}$

3. 次の等比数列の初項から第4項までを求めよ。

れいだい <b>例題</b>	もんだい <b>問題</b>
<p>3 から <sup>はじ</sup>始めて、          つぎつぎ <sup>か</sup>次々に 2 を掛ける。</p> <p>3, 6, 12, 24</p> <p></p>	<p>2 から <sup>はじ</sup>始めて、          つぎつぎ <sup>か</sup>次々に 3 を掛ける。</p>
<p>1 から <sup>はじ</sup>始めて、          つぎつぎ <sup>か</sup>次々に - 3 を掛ける。</p> <p>1, - 3, 9, - 27</p> <p></p>	<p>1 から <sup>はじ</sup>始めて、          つぎつぎ <sup>か</sup>次々に - 2 を掛ける。</p>
<p>64 から <sup>はじ</sup>始めて、          つぎつぎ <sup>か</sup>次々に <math>\frac{1}{2}</math> を掛ける。</p> <p>64, 32, 16, 8</p> <p></p>	<p>27 から <sup>はじ</sup>始めて、          つぎつぎ <sup>か</sup>次々に <math>\frac{1}{3}</math> を掛ける。</p>

)年( )組( )番( )

4. 次の等比数列の初項から第4項までを求めよ。

れいだい 例題	もんだい 問題
いっぱんこう 一般項 $a_n = 3 \times 2^{n-1}$ $2^0 = 1$ $a_1 = 3 \times 2^{1-1} = 3 \times 2^0$ $= 3 \times 1 = 3$ $a_2 = 3 \times 2^{2-1} = 3 \times 2^1$ $= 3 \times 2 = 6$ $a_3 = 3 \times 2^{3-1} = 3 \times 2^2$ $= 3 \times 4 = 12$ $a_4 = 3 \times 2^{4-1} = 3 \times 2^3$ $= 3 \times 8 = 24$	いっぱんこう 一般項 $a_n = 2 \times 3^{n-1}$ $3^0 = 1$

5. 次の等比数列の一般項  $a_n$  を求めよ。

れい だい 例題	もん だい 問題
<p>だい こう      だい こう 第 3 項が 18 , 第 5 項が 162</p> <p>だい こう 第 3 項が 18 であるから</p> $a_3 = a \times r^{3-1}$ $= a \times r^2 = 18 \dots$ <p>だい こう 第 5 項が 162 であるから</p> $a_5 = a \times r^{5-1}$ $= a \times r^4 = 162 \dots$ <p>÷    より</p> $\frac{a \times r^4}{a \times r^2} = \frac{162}{18}$ $r^2 = 9$ <p><math>r &gt; 0</math> のとき , <math>r = 3</math></p> <p>だいに ゆう に 代 入 し て</p> $a \times 3^2 = 18 \quad a = 2$ $a_n = 2 \times 3^{n-1}$ <p><math>r &lt; 0</math> のとき , <math>r = -3</math></p> <p>だいに ゆう に 代 入 し て</p> $a \times (-3)^2 = 18 \quad a = 2$ $a_n = \underline{\underline{2 \times (-3)^{n-1}}}$	<p>だい こう      だい こう 第 3 項が 16 , 第 5 項が 64</p>

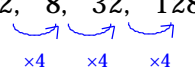
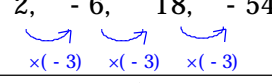
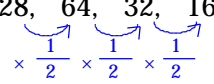
1. [ ]を埋めて、次の文章を完成せよ。

問題
ある規則によって並べられた数を [ ] という。 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$
数列 $\{a_n\}$ の各数を [ ] , 最初の項 $a_1$ を [ ] という。
第 $n$ 項 $a_n$ が $n$ の式で表されるとき , 数列 $\{a_n\}$ の [ ] という。
数列の項の数が有限であるとき , その項の個数を [ ] , 最後の項を [ ] という。
初項 $a$ に一定の数 $r$ を次々と掛けて得られる数列を [ ] 数列 といい , 一定の数を [ ] という。
初項 $a$ , 公比 $r$ の等比数列の一般項は $a_n =$ [ ] $r$

2. 次の等比数列の初項 , 末項 , 項数 , 公比を求めよ。

例題	問題
125, 25, 5, 1 初項 125 末項 1 項数 4 公比 $\frac{1}{5}$	256, 64, 16, 4 初項 末項 項数 公比
1, - 2 , 4, - 8, 16 初項 1 末項 16 項数 5 公比 - 2	1, - 4, 16, - 64 , 256 初項 末項 項数 公比

3. 次の等比数列の初項から第 4 項までを求めよ。

例題	問題
2 から始めて , 次々に 4 を掛ける。  2, 8, 32, 128 	3 から始めて , 次々に 2 を掛ける。  3 から始めて , 次々に 2 を掛ける。
2 から始めて , 次々に - 3 を掛ける。  2, - 6, 18, - 54 	1 から始めて , 次々に - 1 を掛ける。  1 から始めて , 次々に - 1 を掛ける。
128 から始めて , 次々に $\frac{1}{2}$ を掛ける。  128, 64, 32, 16 	81 から始めて , 次々に $\frac{1}{3}$ を掛ける。  81 から始めて , 次々に $\frac{1}{3}$ を掛ける。

4. 次の等比数列の初項  $a_1$  と公比  $r$  を求めよ。

例題	問題
一般項 $a_n = 2 \times 4^{n-1}$ $4^0 = 1$ $a_1 = 2 \times 4^{1-1} = 2 \times 4^0$ $= 2 \times 1 = 2$ $a_2 = 2 \times 4^{2-1} = 2 \times 4^1$ $= 2 \times 4 = 8$ $r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{8}{2} = 4$	一般項 $a_n = 2 \times 3^{n-1}$ $3^0 = 1$

5. 次の等比数列の一般項  $a_n$  を求めよ。

例題	問題
第 4 項が 24 , 第 6 項が 96 第 4 項が 24 であるから $a_4 = a \times r^{4-1}$ $= a \times r^3 = 24 \dots$ 第 6 項が 96 であるから $a_6 = a \times r^{6-1}$ $= a \times r^5 = 96 \dots$ ÷ より $\frac{a \times r^5}{a \times r^3} = \frac{96}{24}$ $r^2 = 4$ $r > 0$ のとき , $r = 2$ に代入して $a \times 2^3 = 24 \quad a = 3$ $a_n = 3 \times 2^{n-1}$ $r < 0$ のとき , $r = - 2$ に代入して $a \times (- 2)^3 = 24$ $a = - 3$ $a_n = \underline{\underline{- 3 \times (- 2)^{n-1}}}$	第 4 項が 54, 第 6 項が 486

1. 次の等比数列{  $a_n$  }の初項，公比，一般項を求めよ。

例題	3, 6, 12, 24, 48, …
初項	3, 公比 2, 一般項 $a_n = 3 \times 2^{n-1}$
問題	2, 6, 18, 54, 162, …

2. 等比数列であることを示し，初項と公比を求めよ。

例題	$a_n = 3 \times 2^{n-1}$ $a_{n+1} = 3 \times 2^{(n+1)-1} = 3 \times 2^n$ $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{3 \times 2^n}{3 \times 2^{n-1}} = 2$ $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ が一定なので $a_n$ は等比数列である。 初項 $a_1 = 3 \times 2^0 = 3$ , 公比 $r = 2$
問題	$a_n = 5 \times 3^{n-1}$

3. 次の等比数列をなす数を求めよ。

例題	10, 20, $x$ 公比 $r = \frac{20}{10} = 2$ , $x = 20 \times 2 = 40$
問題	5, 15, $x$
例題	3, $x$ , 12 $x$ が等比中項なので $x^2 = 3 \times 12 = 36$ , $x = \pm 6$ 別解 公比を $r$ とする。 $x = 3 \times r$ , $x \times r = 3 \times r^2 = 12$ $r^2 = 4$ $r = \pm 2$ , $x = \pm 6$
問題	6, $x$ , 54

4. 次の等比数列をなす数を求めよ。

例題	等比数列をなす3数の積が216, その和が26である。この3数を求めよ。 3数を $a, b, c$ とすると $b^2 = a \times c$ 積が216より, $a \times b \times c = b^3 = 216$ $b = 6$ , $a \times c = 36$ 和が26より, $a + b + c = a + 6 + c = 26$ $a + c = 20$ $a + c = 20$ , $a \times c = 36$ となる2数を求める。 $x^2 - 20x + 36 = 0$ $(x - 2)(x - 18) = 0$ より $x = 2, 18$ 求める3数は $(2, 6, 18), (18, 6, 2)$ 別解 初項を $a$ , 公比を $r$ とすると, 3数は $a, ar, ar^2$ になる。 積が216より $a \times ar \times ar^2 = a^3 r^3 = 216$ , $ar = 6$ 和が26より $a + ar + ar^2 = a(1 + r + r^2) = 26$ $ar(1 + r + r^2) = 26r$ $6(1 + r + r^2) = 26r$ $6r^2 - 20r + 6 = 2(r - 3)(3r - 1) = 0$ $r = 3, \frac{1}{3}$ $r = 3$ のとき, $a = 2$ , $ar^2 = 18$ $r = \frac{1}{3}$ のとき, $a = 18$ , $ar^2 = 2$ 求める3数は $(2, 6, 18), (18, 6, 2)$
----	---

問題	等比数列をなす3数の積が216でその和が21である。この3数を求めよ。
----	-------------------------------------

1. 次の等比数列{  $a_n$  }の初項，公比，一般項を求めよ。

例題	1, 4, 16, 64, 256, …
初項	1, 公比 4, 一般項 $a_n = 1 \times 4^{n-1} = 4^{n-1}$
問題	1, 5, 25, 125, 625, …

2. 等比数列であることを示し，初項と公比を求めよ。

例題	$a_n = 3^{n-1}$ $a_{n+1} = 3^{(n+1)-1} = 3^n$ $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{3^n}{3^{n-1}} = 3$ $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ が一定なので $a_n$ は等比数列である。 初項 $a_1 = 3^0 = 1$ , 公比 $r = 3$
問題	$a_n = 2^{n-1}$

3. 次の等比数列をなす数を求めよ。

例題	1, 6, $x$ 公比 $r = \frac{6}{1} = 6$ , $x = 6 \times 6 = 36$
問題	1, 3, $x$
例題	1, $x$ , 3 $x$ が等比中項なので $x^2 = 1 \times 3 = 3$ , $x = \pm\sqrt{3}$ 別解 公比を $r$ とする。 $x = 1 \times r$ , $x \times r = 1 \times r^2 = 3$ $r^2 = 3$ $r = \pm\sqrt{3}$ , $x = \pm\sqrt{3}$
問題	1, $x$ , 5

4. 次の等比数列をなす数を求めよ。

例題	等比数列をなす3数の積が125, その和が31である。この3数を求めよ。 3数を $a, b, c$ とすると $abc = a \times c$ 積が125より, $a \times b \times c = b^3 = 125$ $b = 5$ , $a \times c = 25$ 和が31より, $a + b + c = a + 5 + c = 31$ $a + c = 26$ $a + c = 26$ , $a \times c = 25$ となる2数を求める。 $x^2 - 26x + 25 = 0$ $(x - 1)(x - 25) = 0$ より $x = 1, 25$ 求める3数は $(1, 5, 25), (25, 5, 1)$ 別解 初項を $a$ , 公比を $r$ とすると, 3数は $a, ar, ar^2$ になる。 積が125より $a \times ar \times ar^2 = a^3 r^3 = 125$ , $ar = 5$ 和が31より $a + ar + ar^2 = a(1 + r + r^2) = 31$ $ar(1 + r + r^2) = 31r$ $5(1 + r + r^2) = 31r$ $5r^2 - 26r + 5 = (r - 5)(5r - 1) = 0$ $r = 5, \frac{1}{5}$ $r = 5$ のとき, $a = 1$ , $ar^2 = 25$ $r = \frac{1}{5}$ のとき, $a = 25$ , $ar^2 = 1$ 求める3数は $(1, 5, 25), (25, 5, 1)$
問題	等比数列をなす3数の積が64でその和が21である。この3数を求めよ。

1. 次の等比数列{  $a_n$  }の初項，公比，一般項を求めよ。

例題	2, 4, 8, 16, 32, ...
初項	2, 公比 2, 一般項 $a_n = 2 \times 2^{n-1} = 2^n$
問題	3, 9, 27, 81, 243, ...

2. 等比数列であることを示し，初項と公比を求めよ。

例題	$a_n = 4^n$ $a_{n+1} = 4^{n+1}$ $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{4^{n+1}}{4^n} = 4$ $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ が一定なので $a_n$ は等比数列である。 初項 $a_1 = 4^1 = 4$ , 公比 $r = 4$
問題	$a_n = 5^n$

3. 次の等比数列をなす数を求めよ。

例題	5, 25, $x$ 公比 $r = \frac{25}{5} = 5$ , $x = 25 \times 5 = 125$
問題	4, 16, $x$
例題	2, $x$ , 6 $x$ が等比中項なので $x^2 = 2 \times 6 = 12$ , $x = \pm 2\sqrt{3}$ 別解 公比を $r$ とする。 $x = 2 \times r$ , $x \times r = 2 \times r^2 = 6$ $r^2 = 3$ $r = \pm \sqrt{3}$ , $x = \pm 2\sqrt{3}$
問題	2, $x$ , 4

4. 次の等比数列をなす数を求めよ。

例題	等比数列をなす3数の積が729, その和が39である。この3数を求めよ。 3数を $a, b, c$ とすると $b^2 = a \times c$ 積が729より, $a \times b \times c = b^3 = 729$ $b = 9$ , $a \times c = 81$ 和が31より, $a + b + c = a + 9 + c = 39$ $a + c = 30$ $a + c = 30$ , $a \times c = 81$ となる2数を求める。 $x^2 - 30x + 81 = 0$ $(x - 3)(x - 27) = 0$ より $x = 3, 27$ 求める3数は $(3, 9, 27), (27, 9, 3)$ 別解 初項を $a$ , 公比を $r$ とすると, 3数は $a, ar, ar^2$ になる。 積が729より $a \times ar \times ar^2 = a^3 r^3 = 729$ , $ar = 9$ 和が39より $a + ar + ar^2 = a(1 + r + r^2) = 39$ $ar(1 + r + r^2) = 39r$ $9(1 + r + r^2) = 39r$ $9r^2 - 30r + 9 = 3(r - 3)(3r - 1) = 0$ $r = 3, \frac{1}{3}$ $r = 3$ のとき, $a = 3$ , $ar^2 = 27$ $r = \frac{1}{3}$ のとき, $a = 27$ , $ar^2 = 3$ 求める3数は $(3, 9, 27), (27, 9, 3)$
問題	等比数列をなす3数の積が64でその和が14である。この3数を求めよ。