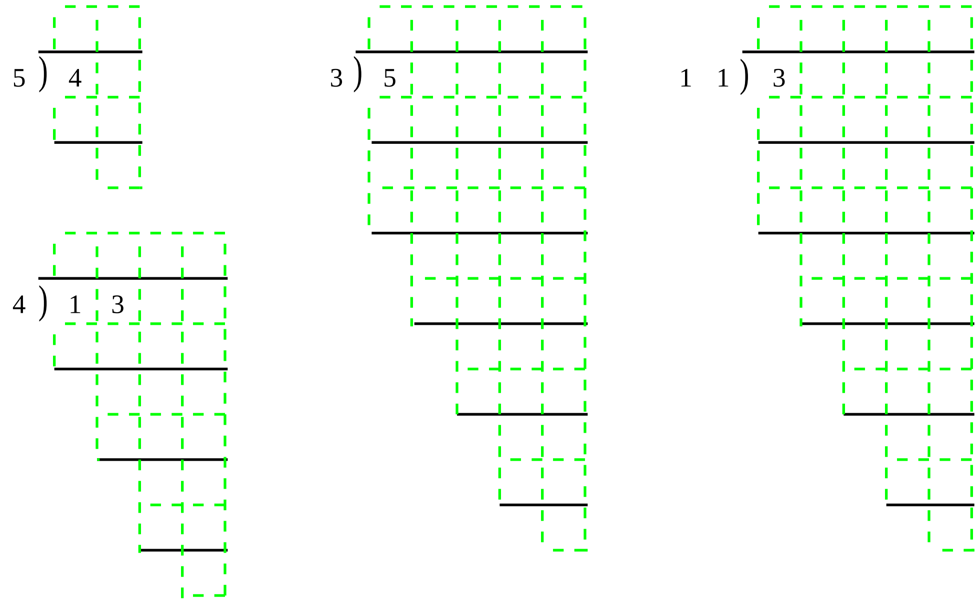
数学A　分数と小数　　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　)

循環小数

分数の分子を分母で割り，小数で表してみる。

$\frac{4}{5} = 4 \div 5 =$　　　　　　　　$\frac{5}{3} = 5 \div 3 =$

$\frac{13}{4} = 13 \div 4 =$　　　　　　　　$\frac{3}{11} = 3 \div 11 =$



$\frac{4}{5}$ や $\frac{13}{4}$ のように小数で表すと有限の桁数になる数を(　　　　　小数) という。

$\frac{5}{3}$ や $\frac{3}{11}$ のように小数で表すと桁数が無限になる数を(　　　　　小数) という。

無限小数のうち，ある位以下の数字の並びを繰り返す数を 循環小数 という。

一つの数字を繰り返す場合は，その数字の上に・をつける。

数字の並びを繰り返す場合は，繰り返しの最初と最後の数字の上に・をつける。

$0.1111\cdots = 0.\dot{1}$　　$0.1666\cdots = 0.1\dot{6}$　　$0.22525\cdots = 0.2\dot{2}\dot{5}$

問題 A　次の分数を循環小数で表せ。

(1) $\frac{2}{3} = \left(\frac{6}{9}\right)$　　　　　(2) $\frac{2}{11} = \left(\frac{18}{99}\right)$

一般に『分数 $\frac{m}{n}$ を小数で表すとき，割り切れずに n 回以上割り算が続くと各回の余りは 1, 2, 3, ･･･, n −1 のいずれかであるから，少なくとも 2 つは同じ数になる。よって，同じ余りになったとき以降は，同じ割り算の繰り返しになる』。この『』の中で用いた考え方を鳩の巣原理という。

したがって，$\frac{m}{n}$ が n 回以上割り算が続くと循環小数になる。

小数第 k 位までの有限小数は $\frac{整数}{10^k}$ と表される。10 ＝ 2 × 5 であるから分母の素因数が 2, 5 のみの分数は，分母と分子に 2, 5 を掛けると $\frac{整数}{10^k}$ の形になる。

よって，m が整数，n が正の整数のとき，分数 $\frac{m}{n}$ は，次のいずれかになる。

(1) m が n の倍数のときは，(　　　　)になる。

(2) n の素因数が 2, 5 のみのときは，(　　　　　　　　)になる。

(3) (1), (2)に該当しないときは(　　　　　　　　)になる。

問題 B　次の分数のうち，有限小数で表されるものをいえ。

$\frac{7}{4}$, $\frac{8}{5}$, $\frac{13}{6}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{11}{22}$, $\frac{15}{128}$

問題 C　$\frac{1}{7} = 0.\dot{1}4285\dot{7}$ を利用して，次の分数を小数で表せ。

(1) $\frac{1}{70}$　　　　　(2) $\frac{2}{7}$

問題 D　$\frac{1}{7}$ を分数で表したときの小数第 20 位の数字を求めよ。