

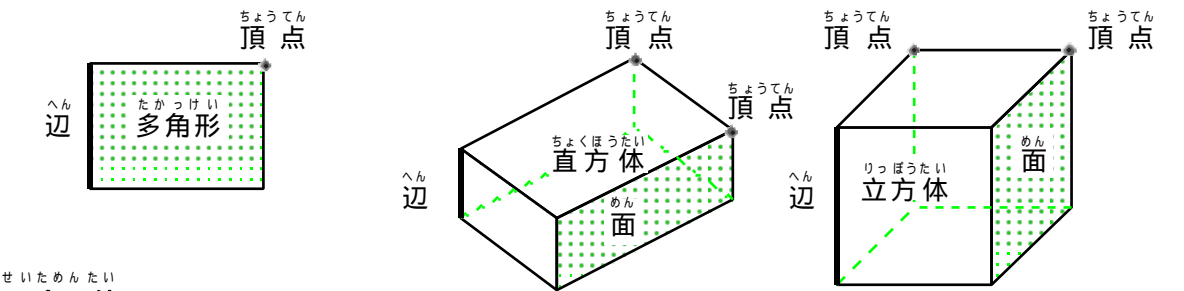
数学A

多面体

()年()組()番()

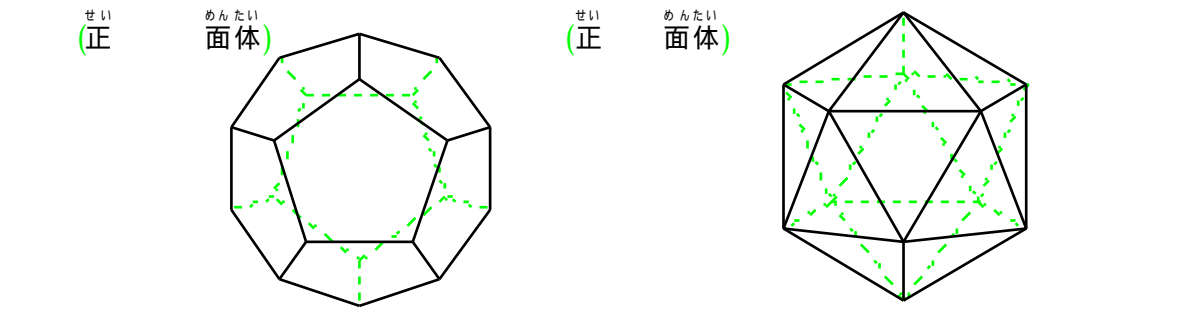
多面体

直方体や立方体のように、平面だけで囲まれた立体を()という。
多面体をつくる多角形を(多面体の), 面の頂点を(多面体の), 面の辺を(多面体の), 同じ面に含まれない2つの頂点を結ぶ線分を対角線という。



正多面体

多面体のうち、どの2つの頂点を結んだ線分も多面体内に含むものを()という。凸多面体で、どの面も合同な正多角形であり、どの頂点にも面が同じ数集まるものを()という。



正多面体が5種類の理由

正n角形(n ≥ 3)の一つの内角の大きさは $\frac{180^\circ \times (n - 2)}{n}$ になる。

正多面体の1つの頂点に m 個(m ≥ 3)の面が集まっているとする。

$$\frac{180^\circ \times (n - 2)}{n} \times m < 360^\circ \quad \text{両辺を } 180^\circ \text{ で割ると } \frac{(n - 2)}{n} \times m < 2$$

$$mn - 2m - 2n < 0 \quad (m - 2)(n - 2) < 4$$

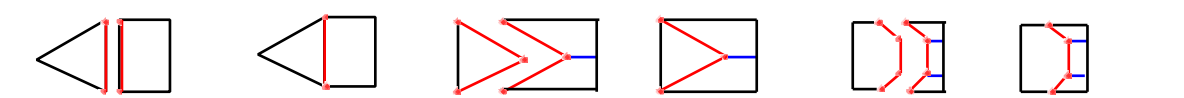
$$(m - 2, n - 2) = (0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1), (2, 0)$$

$$(m, n) = (3, 3), (3, 4), (4, 3), (4, 4), (5, 3)$$

オイラーの多面体定理

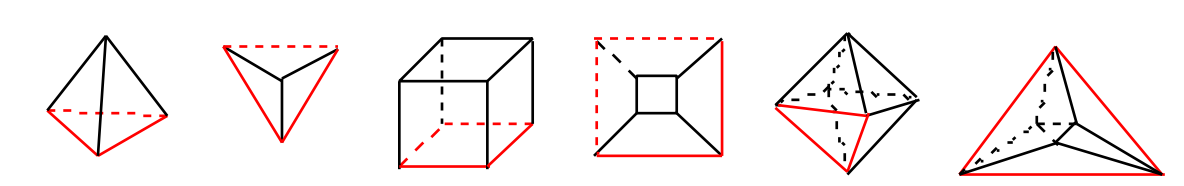
多角形を貼り合わせて出来る形の頂点(vertex), 辺(edge), 面(face)の数の関係を調べる。
多角形は面の数($f =$)である。三角形は頂点の数($v =$), 辺の数($e =$)である。
頂点が1つ増えると、辺も1つ増える。よって、 $v = e$ になり、($v - e + f =$)になる。

1面増えるように多角形を貼り合わせる。1辺を共有するときは、頂点を2個共有する。
2辺を共有するときは、頂点を3個共有する。よって、共有する頂点の数は共有する辺の数より1個多い。



1面増えるように多角形を貼り合わせたときは、辺を共有することにより減少する辺の数より1余分に頂点の数が減少する。よって、頂点の数 - 辺の数は1減少する。
面が1増加したので、貼り合わせた形でも($v' - e' + f' =$)になる。

凸多面体(頂点の数 v , 辺の数 e , 面の数 f)から1面を取り除き、穴を広げて平面にする。
この図形では、頂点の数(), 辺の数(), 面の数()になる。



この図形でも($v' - e' + f' =$)の関係を満たすので、(- + () =)になる。

凸多面体では($v - e + f =$)になる。この定理を()の多面体定理という。

問題 A 正多面体の頂点の数を V , 辺の数を e , 面の数を f とする。次の表を完成せよ。

	頂点の数 V	辺の数 e	面の数 f	$V - e + f$
正四面体				
正六面体				