

1. 次の を埋めて、文 章を完成せよ。
Fill in the blanks below to complete the sentences.

関数 $f(x)$ の不定積分の一つを $F(x)$ とするとき、
 $F(b) - F(a)$ の 値 は積分定数 C に関係しない。
この $F(b) - F(a)$ を 関数 $f(x)$ の a から b までの といい、
 $\int_a^b f(x) dx$ で表す。
このとき、 a を下端、 b を という。
また、 $F(b) - F(a)$ を $\left[F(x) \right]_a^b$ とも書く。

2. 次の定積分を求めよ。 Find the following definite integral.

| 例題 | 問題 |
|---|---|
| <div>① $\int_{-1}^2 x^2 dx$</div> <div>$= \left[\frac{x^3}{3} \right]_{-1}^2$$= \frac{2^3}{3} - \frac{(-1)^3}{3}$$= \frac{9}{3} = 3$</div> | <div>① $\int_0^2 x^3 dx$</div> |
| <div>② $\int_1^2 \frac{dx}{x^2}$</div> <div>$= \left[-\frac{1}{x} \right]_1^2$$= \left(-\frac{1}{2} \right) - \left(-\frac{1}{1} \right)$$= \frac{1}{2}$</div> | <div>② $\int_1^3 \frac{dx}{x^3}$</div> |
| <div>③ $\int_0^2 e^{2x} dx$</div> <div>$= \left[\frac{1}{2} e^{2x} \right]_0^2$$= \frac{1}{2} e^4 - \frac{1}{2} e^0$$= \frac{1}{2} e^4 - \frac{1}{2}$</div> | <div>③ $\int_0^1 e^{-x} dx$</div> |

3. 次の定積分を求めよ。 Find the following definite integral.

例題① $\int_0^\pi |\sin 2x| dx$

$\sin 2x = 0$ を解くと、 $x = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$
 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、 $|\sin 2x| = \sin 2x$
 $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$ のとき、 $|\sin 2x| = -\sin 2x$
$$\int_0^\pi |\sin 2x| dx$$
$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^\pi (-\sin 2x) dx$$
$$= \left[-\frac{1}{2} \cos 2x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} + \left[\frac{1}{2} \cos 2x \right]_{\frac{\pi}{2}}^\pi$$
$$= \left(-\frac{1}{2} \right) - \left(-\frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} \right) - \left(-\frac{1}{2} \right) = 2$$

問題① $\int_0^\pi |\cos 2x| dx$

問題② $\int_{-1}^1 |e^x - 1| dx$

1. 次の を埋めて、文 章を完成せよ。
Fill in the blanks below to complete the sentences.

かんすう

関数 $f(x)$ の不定積分の一つを $F(x)$ とするとき、

$$\int_a^b f(x) \, dx = \left[F(x) \right]_a^b = F(b) - F(a)$$

この $F(b) - F(a)$ を という。

ていせきぶん

定積分 $\int_a^b f(x) \, dx$ を求めることを

かんすう

関数 $f(x)$ を a から b まで する という。

2. 次の定積分を求めよ。 Find the following definite integral.

| れいだい 例題 | もんだい 問題 |
|---|--|
| <div>① $\int_0^1 (2x + 1)^2 \, dx$</div> <div>$= \left[\frac{1}{6} (2x + 1)^3 \right]_0^1$</div> <div>$= \frac{27}{6} - \frac{1}{6} = \frac{13}{3}$</div> | <div>① $\int_0^1 (2x - 1)^2 \, dx$</div> |
| <div>② $\int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{x}}$</div> <div>$= \left[2\sqrt{x} \right]_1^4$</div> <div>$= 2\sqrt{4} - 2\sqrt{1} = 2$</div> | <div>② $\int_4^9 \frac{dx}{\sqrt{x}}$</div> |
| <div>③ $\int_1^5 \frac{dx}{x + 1}$</div> <div>$= \left[\log x + 1 \right]_1^5$</div> <div>$= \log 6 - \log 2 = \log \frac{6}{2}$</div> <div>$= \log 3$</div> | <div>③ $\int_0^6 \frac{dx}{x + 2}$</div> |
| <div>④ $\int_0^2 e^{-x} \, dx$</div> <div>$= \left[-e^{-x} \right]_0^2$</div> <div>$= (-e^{-2}) - (-e^0)$</div> <div>$= 1 - \frac{1}{e^2}$</div> | <div>④ $\int_0^1 e^{2x} \, dx$</div> |

3. 次の定積分を求めよ。 Find the following definite integral.

れいだい

例題① $\int_{-1}^2 |e^x - e| \, dx$

$$e^x - e = 0 \text{ を解くと, } x = 1$$

$$-1 \leq x \leq 1 \text{ のとき, } |e^x - e| = -e^x + e$$

$$1 \leq x \leq 2 \text{ のとき, } |e^x - e| = e^x - e$$

$$\int_{-1}^2 |e^x - e| \, dx$$

$$= \int_{-1}^1 (-e^x + e) \, dx + \int_1^2 (e^x - e) \, dx$$

$$= [-e^x + ex]_{-1}^1 + [e^x - ex]_1^2$$

$$= (-e + e) - (-e^{-1} - e) + (e^2 - 2e) - (e - e)$$

$$= e^{-1} - e + e^2 = \frac{1}{e} - e + e^2$$

もんだい

問題① $\int_{-1}^2 |e^x - 1| \, dx$

もんだい

問題② $\int_1^9 |1 - \sqrt{x}| \, dx$

1. 次の を埋めて、文 章を完成せよ。
Fill in the blanks below to complete the sentences.

かんすう

関数 $f(x)$ の不定積分の一つを $F(x)$ とするとき、
$$\int_a^b f(x) \, dx = \left[F(x) \right]_a^b = F(b) - F(a)$$
この $F(b) - F(a)$ を という。

ていせきぶん

定積分 $\int_a^b f(x) \, dx$ を

もと

求めることを

かんすう

関数 $f(x)$ を a から b まで

する

 という。

2. 次の定積分を求めよ。 Find the following definite integral.

れいだい

例題①
$$\int_0^2 x^3 \, dx$$
$$= \left[\frac{x^4}{4} \right]_0^2 = \frac{2^4}{4} - \frac{0}{4} = 4$$

もんだい

問題①
$$\int_0^3 x^2 \, dx$$

れいだい

例題②
$$\int_1^2 \frac{dx}{x^3}$$
$$= \left[-\frac{1}{2x^2} \right]_1^2 = \left(-\frac{1}{8} \right) - \left(-\frac{1}{2} \right) = \frac{3}{8}$$

もんだい

問題②
$$\int_1^2 \frac{dx}{x^2}$$

れいだい

例題③
$$\int_0^1 \sqrt{x} \, dx$$
$$= \left[\frac{2}{3} x \sqrt{x} \right]_0^1 = \left(\frac{2}{3} \right) - \left(\frac{0}{3} \right) = \frac{2}{3}$$

もんだい

問題③
$$\int_0^1 x \sqrt{x} \, dx$$

れいだい

例題④
$$\int_0^1 (e^x - x) \, dx$$
$$= \left[e^x - \frac{x^2}{2} \right]_0^1 = \left(e - \frac{1}{2} \right) - \left(1 \right) = e - \frac{3}{2}$$

もんだい

問題④
$$\int_0^1 (e^x - 1) \, dx$$

3. 次の定積分を求めよ。 Find the following definite integral.

れいだい

例題①
$$\int_0^4 \left| x - \sqrt{x} \right| \, dx$$
$$x - \sqrt{x} = 0 \text{ を解くと, } x = 0, 1$$
$$0 \leq x \leq 1 \text{ のとき, } \left| x - \sqrt{x} \right| = \sqrt{x} - x$$
$$1 \leq x \leq 4 \text{ のとき, } \left| x - \sqrt{x} \right| = x - \sqrt{x}$$
$$\int_0^4 \left| x - \sqrt{x} \right| \, dx$$
$$= \int_0^1 (\sqrt{x} - x) \, dx + \int_1^4 (x - \sqrt{x}) \, dx$$
$$= \left[\frac{2}{3} x \sqrt{x} - \frac{x^2}{2} \right]_0^1 + \left[\frac{x^2}{2} - \frac{2}{3} x \sqrt{x} \right]_1^4$$
$$= \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \right) - 0 + \left(\frac{16}{2} - \frac{16}{3} \right) - \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \right)$$
$$= \frac{1}{6} - 0 + \frac{8}{3} + \frac{1}{6} = 3$$

もんだい

問題①
$$\int_0^4 \left| \sqrt{x} - 1 \right| \, dx$$

もんだい

問題②
$$\int_0^1 \left| e^x - 1 \right| \, dx$$

1. 次の三角関数の定義を完成せよ。 ※書き順で覚える

Complete the definition of the following trigonometric functions.

$\sin \theta = \frac{\quad}{r}$

$\cos \theta = \frac{\quad}{r}$

$\tan \theta = \frac{y}{x}$

2. 図を利用して、次の三角関数の表を完成せよ。

Complete the following table of trigonometric functions using the diagram.

| | | | | | |
|---------------|---|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------|
| θ | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ |
| $\sin \theta$ | 0 | | | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 |
| $\cos \theta$ | | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | |
| $\tan \theta$ | | | 1 | $\sqrt{3}$ | |

3. 次の定積分を求めよ。

Find the following definite integral.

例題①

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \, dx$$
$$= \left[-\cos x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \left(-\cos \frac{\pi}{2} \right) - \left(-\cos 0 \right)$$
$$= 0 - (-1) = 1$$

問題①

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \sin x \, dx$$

例題②

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos x \, dx$$
$$= \left[\sin x \right]_0^{\frac{\pi}{6}} = \sin \frac{\pi}{6} - \sin 0$$
$$= \frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2}$$

問題②

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx$$

4. 次の三角関数を $\cos 2x$ を用いて表せ。

Express the following trigonometric functions using $\cos 2x$.

例題

$$\sin^2 x$$
$$\cos 2x = \cos(x+x) = \cos^2 x - \sin^2 x$$
$$= (1 - \sin^2 x) - \sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x$$
よって、
$$\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$$

問題

$$\cos^2 x$$

5. 次の定積分を求めよ。

Find the following definite integral.

例題①

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x \, dx$$
$$= \left[-\frac{1}{2} \cos 2x \right]_0^{\frac{\pi}{4}}$$
$$= \left(-\frac{1}{2} \cos \frac{\pi}{2} \right) - \left(-\frac{1}{2} \cos 0 \right) = \frac{1}{2}$$

問題①

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x \, dx$$

例題②

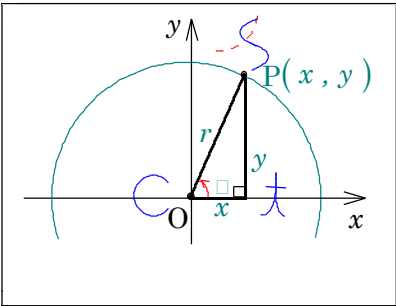
$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos^2 x \, dx = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x \right) dx$$
$$= \left[\frac{1}{2} x + \frac{1}{4} \sin 2x \right]_0^{\frac{\pi}{3}}$$
$$= \left(\frac{\pi}{6} + \frac{1}{4} \sin \frac{2\pi}{3} \right) - \left(0 + \frac{1}{4} \sin 0 \right)$$
$$= \frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{8}$$

問題②

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^2 x \, dx$$

1. 次の三角関数の定義を完成せよ。 ※書き順で覚える

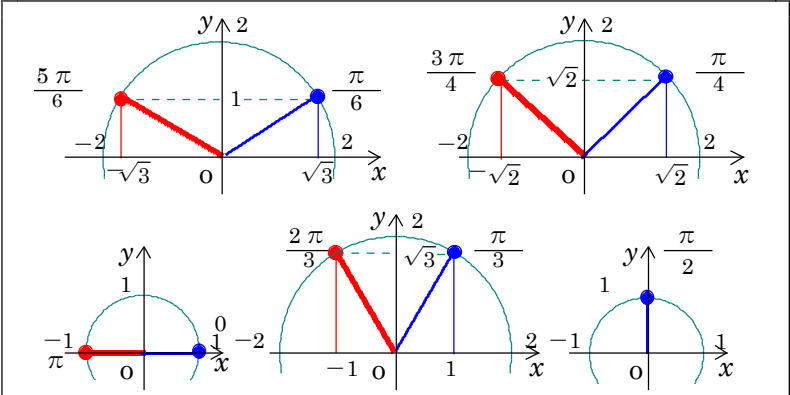
Complete the definition of the following trigonometric functions.



$$\sin \theta = \frac{y}{r}$$
$$\cos \theta = \frac{x}{r}$$
$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

2. 図を利用して、次の三角関数の表を完成せよ。

Complete the following table of trigonometric functions using the diagram.



| θ | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ |
|---------------|---|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------|
| $\sin \theta$ | | | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | |
| $\cos \theta$ | 1 | | | $\frac{1}{2}$ | 0 |
| $\tan \theta$ | | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 1 | | |

5. 次の定積分を求めよ。

Find the following definite integral.

例題① $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx$

$$= \left[\sin x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \sin \frac{\pi}{2} - \sin 0 = 1 - 0 = 1$$

問題① $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \cos x \, dx$

例題② $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \sin x \, dx$

$$= \left[-\cos x \right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} = \left(-\cos \frac{\pi}{3} \right) - \left(-\cos \frac{\pi}{6} \right)$$
$$= -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

問題② $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x \, dx$

4. 次の三角関数を $\cos 2x$ を用いて表せ。

Express the following trigonometric functions using $\cos 2x$.

例題 $\cos^2 x$

$$\cos 2x = \cos(x+x) = \cos^2 x - \sin^2 x$$
$$= \cos^2 x - (1 - \cos^2 x) = 2\cos^2 x - 1$$

よって、 $\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$

問題 $\sin^2 x$

5. 次の定積分を求めよ。

Find the following definite integral.

例題① $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x \, dx$

$$= \left[-\frac{1}{2} \cos 2x \right]_0^{\frac{\pi}{4}}$$
$$= \left(-\frac{1}{2} \cos \frac{\pi}{2} \right) - \left(-\frac{1}{2} \cos 0 \right) = \frac{1}{4}$$

問題① $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x \, dx$

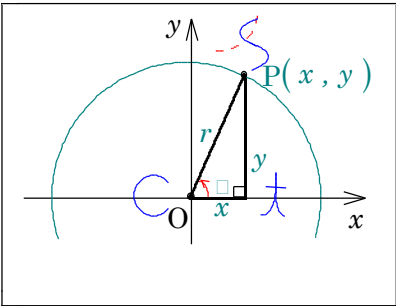
例題② $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x \, dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x \right) dx$

$$= \left[\frac{1}{2} x - \frac{1}{4} \sin 2x \right]_0^{\frac{\pi}{4}}$$
$$= \left(\frac{\pi}{8} - \frac{1}{4} \sin \frac{\pi}{2} \right) - \left(0 - \frac{1}{4} \sin 0 \right)$$
$$= \frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}$$

問題② $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos^2 x \, dx$

1. 次の三角関数の定義を完成せよ。 ※書き順で覚える

Complete the definition of the following trigonometric functions.



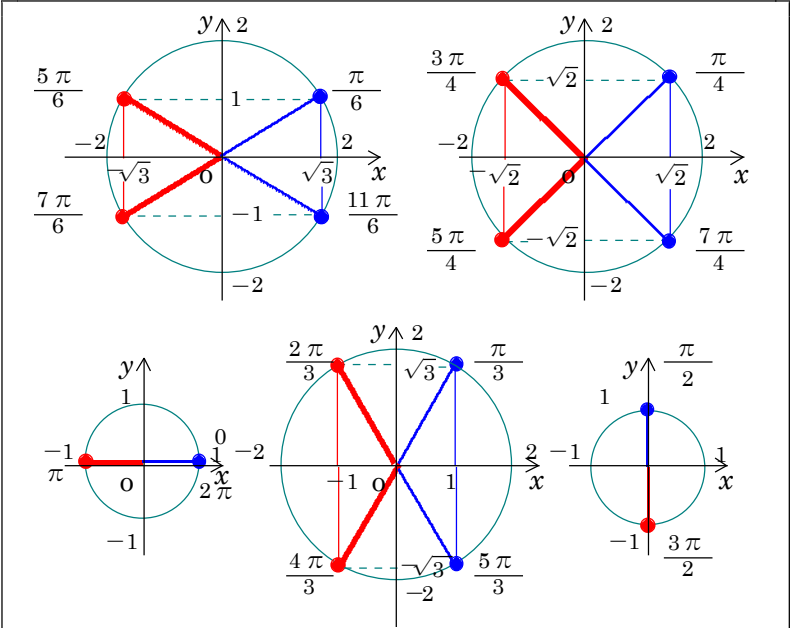
$\sin \theta = \frac{\quad}{r}$

$\cos \theta = \frac{x}{r}$

$\tan \theta = \frac{y}{x}$

2. 図を利用して、次の三角関数の表を完成せよ。

Complete the following table of trigonometric functions using the diagram.



| | | | | | |
|---------------|---|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------|
| θ | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ |
| $\sin \theta$ | | | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | |
| $\cos \theta$ | 1 | | | $\frac{1}{2}$ | 0 |
| $\tan \theta$ | 0 | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | |

| | | | | | |
|---------------|-----------------|----------------------|----------------------|-----------------------|-------|
| θ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{2\pi}{3}$ | $\frac{3\pi}{4}$ | $\frac{5\pi}{6}$ | π |
| $\sin \theta$ | | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | |
| $\cos \theta$ | -1 | | | $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 0 |

| | | | | | |
|---------------|-------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|------------------|
| θ | π | $\frac{7\pi}{6}$ | $\frac{5\pi}{4}$ | $\frac{4\pi}{3}$ | $\frac{3\pi}{2}$ |
| $\sin \theta$ | | | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | |
| $\cos \theta$ | -1 | $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ | 0 |

| | | | | | |
|---------------|------------------|-----------------------|-----------------------|-------------------|--------|
| θ | $\frac{3\pi}{2}$ | $\frac{5\pi}{3}$ | $\frac{7\pi}{4}$ | $\frac{11\pi}{6}$ | 2π |
| $\sin \theta$ | -1 | $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ | 0 |
| $\cos \theta$ | | | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | | 1 |

| | | | | | |
|---------------|---|----------------------|-----------------------|-----------------------|------------------|
| θ | 0 | $-\frac{\pi}{6}$ | $-\frac{\pi}{4}$ | $-\frac{\pi}{3}$ | $-\frac{\pi}{2}$ |
| $\sin \theta$ | 0 | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | |
| $\cos \theta$ | | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | | | 0 |

3. 次の定積分を求めよ。 Find the following definite integral.

例題① $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx$

$= \left[\sin x \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = \sin \frac{\pi}{2} - \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right)$

$= 1 - (-1) = 2$

問題① $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \cos x \, dx$

例題② $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{3\pi}{4}} \sin x \, dx$

$= \left[-\cos x \right]_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{3\pi}{4}} = \left(-\cos \frac{3\pi}{4} \right) - \left(-\cos \frac{\pi}{3} \right)$

$= - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) - \left(-\frac{1}{2} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}$

問題② $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \sin x \, dx$

例題③ $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x \, dx$

$= \left[-\frac{1}{2} \cos 2x \right]_0^{\frac{\pi}{4}}$

$= \left(-\frac{1}{2} \cos \frac{\pi}{2} \right) - \left(-\frac{1}{2} \cos 0 \right) = \frac{1}{2}$

問題③ $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin 2x \, dx$

問題④ $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 2x \, dx$

1. 次の定積分を求めよ。

Find the following definite integral.
2. 次の定積分を求めよ。

Find the following definite integral.

れい だい

例題① $\int_0^1 \left| e^x - 2 \right| dx$

$e^x - 2 = 0$ を解くと, $e^x = 2$ より $x = \log 2$
 $0 \leq x \leq \log 2$ のとき $\left| e^x - 2 \right| = -e^x + 2$
 $\log 2 < x \leq 1$ のとき $\left| e^x - 2 \right| = e^x - 2$
 $\int_0^1 \left| e^x - 2 \right| dx$
 $= \int_0^{\log 2} \left(-e^x + 2 \right) dx + \int_{\log 2}^1 \left(e^x - 2 \right) dx$
 $= \left[-e^x + 2x \right]_0^{\log 2} + \left[e^x - 2x \right]_{\log 2}^1$
 $= \left(-2 + 2 \log 2 \right) - \left(-1 + 0 \right) + \left(e - 2 \right) - \left(2 - 2 \log 2 \right)$
 $= e + 4 \log 2 - 5$

もん だい

問題① $\int_0^2 \left| e^x - 3 \right| dx$

もん だい

問題② $\int_0^1 \left| e^x - e \right| dx$

れい だい

例題① $\int_{-\pi}^{\pi} \left| \sin x \right| dx$

$\int_{-\pi}^{\pi} \left| \sin x \right| dx = 2 \int_0^{\pi} \left| \sin x \right| dx$
 $= 2 \int_0^{\pi} \sin x dx = 2 \left[-\cos x \right]_0^{\pi}$
 $= 2 \left\{ \left(-\cos \pi \right) - \left(-\cos 0 \right) \right\} = 4$

もん だい

問題① $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left| \cos x \right| dx$

れい だい

例題② $\int_0^{\pi} \left| 2 \cos x - 1 \right| dx$

$0 \leq x \leq \pi$ のとき $2 \cos x - 1 = 0$ を解くと $x = \frac{\pi}{3}$
 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ のとき, $\left| 2 \cos x - 1 \right| = 2 \cos x - 1$
 $\frac{\pi}{3} < x \leq \pi$ のとき, $\left| 2 \cos x - 1 \right| = -2 \cos x + 1$
 $\int_0^{\pi} \left| 2 \cos x - 1 \right| dx$
 $= \int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(2 \cos x - 1 \right) dx + \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \left(-2 \cos x - 1 \right) dx$
 $= \left[2 \sin x - x \right]_0^{\frac{\pi}{3}} + \left[-2 \sin x + x \right]_{\frac{\pi}{3}}^{\pi}$
 $= \left(2 \sin \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3} \right) - \left(2 \sin 0 - 0 \right)$
 $\quad + \left(-2 \sin \pi + \pi \right) - \left(-2 \sin \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \right)$
 $= 2\sqrt{3} + \frac{\pi}{3}$

もん だい

問題② $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \left| 2 \sin x - 1 \right| dx$

1. 次の定積分を求めよ。Find the following definite integral.

れいだい
例題

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left| \sin x - 2 \cos x \right| dx$$

$\sin x - 2 \cos x = 0$ となる x を a とおく。
ただし, $0 \leq a \leq \frac{\pi}{2}$, $\sin a - 2 \cos a = 0$
 $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$ より
 $\cos a = \frac{1}{\sqrt{5}}$, $\sin a = \frac{2}{\sqrt{5}}$
 $0 \leq x \leq a$ のとき, $2 \cos x \geq \sin x$
 $a \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ のとき, $\sin x \geq 2 \cos x$

$$\begin{aligned} & \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left| \sin x - 2 \cos x \right| dx \\ &= \int_0^a (2 \cos x - \sin x) dx + \int_a^{\frac{\pi}{2}} (\sin x - 2 \cos x) dx \\ &= \left[2 \sin x + \cos x \right]_0^a + \left[-\cos x - 2 \sin x \right]_{\frac{\pi}{2}}^a \\ &= 2 \sin a + \cos a - 1 - 2 + \cos a + 2 \sin a \\ &= 4 \sin a + 2 \cos a - 3 = 2\sqrt{5} - 3 \end{aligned}$$

もんだい
問題

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left| 3 \sin x - \cos x \right| dx$$

2. 次の定積分を求めよ。Find the following definite integral.

れいだい
例題

$$\int_0^5 \sqrt{|x-1|} dx$$

$0 \leq x \leq 1$ のとき $|x-1| = 1-x$
 $1 \leq x \leq 5$ のとき $|x-1| = x-1$

$$\begin{aligned} & \int_0^5 \sqrt{|x-1|} dx \\ &= \int_0^1 \sqrt{1-x} dx + \int_1^5 \sqrt{x-1} dx \\ &= \int_1^0 \sqrt{t} (-1) dt + \int_0^4 \sqrt{t} dt \\ &= \int_0^1 \sqrt{t} dt + \int_0^4 \sqrt{t} dt \\ &= \left[\frac{2}{3} t \sqrt{t} \right]_0^1 + \left[\frac{2}{3} t \sqrt{t} \right]_0^4 \\ &= \frac{2}{3} + \frac{16}{3} = \frac{18}{3} = 6 \end{aligned}$$

もんだい
問題

$$\int_1^6 \sqrt{|x-2|} dx$$