

1. 次の   を埋めて、文 章を完成せよ。  
Fill in the blanks below to complete the sentences.

$x$  で微分すると  $f(x)$  になる関数を  $f(x)$  の   関数  
という。  
関数  $f(x)$  の原始関数  $F(x)$  が一つわかれば、 $f(x)$  の  
任意の原始関数は「 $F(x) + C$ 」の形で表せる。  
この  $C$  を積分定数という。  
原始関数  $F(x) + C$  を関数  $f(x)$  の   積分といい、  
 $\int f(x) dx$  で表す。  
 $f(x)$  の不定積分を求めることを   するという。  
積分することは、微分することの逆の演算である。

2. 次の関数を微分し、逆の演算の積分を求めよ。  
Differentiate the following function and find the integral of the inverse operation.

例題	問題
① $x$ $(x)' = 1 \times x^{1-1} = x^0 = 1$ $\int 1 dx = x + C$	① $2x$
② $x^2$ $(x^2)' = 2x^{2-1} = 2x$ $\int 2x dx = x^2 + C$	② $x^3$
③ $\frac{1}{x} = x^{-1}$ $\left(\frac{1}{x}\right)' = -1 \times x^{-1-1}$ $= -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$ $\int \left(-\frac{1}{x^2}\right) dx = \frac{1}{x} + C$	③ $\frac{1}{x^2}$
④ $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1}$ $= \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $\int \frac{dx}{2\sqrt{x}} = \sqrt{x} + C$	④ $\sqrt[3]{x}$
⑤ $\log x$ $(\log x)' = \frac{1}{x}$ $\int \frac{dx}{x} = \log  x  + C$	⑤ $x \log x$

3. 次の関数を微分せよ。  
Differentiate the following function.

例題① $\cos x$ $(\cos x)' = -\sin x$
問題① $\sin x$
例題② $\frac{\cos x}{\sin x}$ $\left(\frac{\cos x}{\sin x}\right)' = \frac{(\cos x)' \sin x - \cos x (\sin x)'}{(\sin x)^2}$ $= \frac{-\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x} = \frac{-1}{\sin^2 x}$
問題② $\frac{\sin x}{\cos x}$
例題③ $\frac{a^x}{\log a}$ $\left(\frac{a^x}{\log a}\right)' = \frac{1}{\log a} \times (a^x)' = \frac{1}{\log a} \times (a^x \times \log a)$ $= a^x$
問題③ $\frac{e^x}{\log e} = e^x$

4. 次の不定積分を求めよ。  
Find the following indefinite integral.

例題	問題
① $\int \sin x dx$ $= -\cos x + C$	① $\int \cos x dx$
② $\int \frac{dx}{\sin^2 x}$ $= -\frac{\cos x}{\sin x} + C$	② $\int \frac{dx}{\cos^2 x}$
③ $\int a^x dx$ $= \frac{a^x}{\log a} + C$	④ $\int e^x dx$

1. 次の [ ] を埋めて、文章を完成せよ。  
Fill in the blanks below to complete the sentences.

$x$  で微分すると  $f(x)$  になる関数を  $f(x)$  の [ ] 関数という。  
関数  $f(x)$  の原始関数  $F(x)$  が一つわかれば、 $f(x)$  の任意の原始関数は「 $F(x) + C$ 」の形で表せる。  
この  $C$  を積分定数という。  
原始関数  $F(x) + C$  を関数  $f(x)$  の [ ] 積分といい、  
 $\int f(x) dx$  で表す。  
 $f(x)$  の不定積分を求めることを [ ] するという。  
積分することは、微分することの逆の演算である。

2. 次の関数を微分し、逆の演算の積分を求めよ。  
Differentiate the following function and find the integral of the inverse operation.

例題	問題
① $x^3$ $(x^3)' = 3x^{3-1} = 3x^2$ $\int 3x^2 dx = x^3 + C$	① $x^4$
② $\frac{1}{x^3} = x^{-3}$ $(\frac{1}{x^3})' = -3 \times x^{-3-1}$ $= -3x^{-4} = -\frac{3}{x^4}$ $\int (-\frac{3}{x^4})dx = \frac{1}{x^3} + C$	② $\frac{1}{x^4}$
③ $\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$ $(\sqrt[3]{x})' = \frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}-1}$ $= \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$ $\int \frac{dx}{3\sqrt[3]{x^2}} = \sqrt[3]{x} + C$	③ $\sqrt[4]{x}$
④ $\sin x$ $(\sin x)' = \cos x$ $\int \cos x dx = \sin x + C$	④ $\cos x$
⑤ $3^x$ $(3^x)' = 3^x \log 3$ $\int 3^x \log 3 dx = 3^x + C$	⑤ $e^x$

3. 次の不定積分を求めよ。  
※微分で検算する。  
Find the following indefinite integral.

例題① $\int (3x^2 + \frac{3}{x^4}) dx$ $= x^3 - \frac{1}{x^3}$
問題① $\int (4x^3 - \frac{4}{x^5}) dx$
例題② $\int (3x - 1)(x + 1) dx$ $= \int (3x^2 + 2x - 1) dx$ $= x^3 + x^2 - x + C$
問題② $\int (3x + 2)(2x - 2) dx$
例題③ $\int (2\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} + 1) dx$ $= \int (2x + 3\sqrt{x} + 1) dx$ $= x^2 + 2x\sqrt{x} + x + C$
問題③ $\int (4\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1) dx$
例題④ $\int \frac{x^2 + 3x + 2}{x} dx$ $= \int (x + 3 + \frac{2}{x}) dx$ $= \frac{x^2}{2} + 3x + 2 \log  x  + C$
問題④ $\int \frac{4x^2 + 1}{x} dx$

1. 次の   を埋めて、文 章を完成せよ。  
Fill in the blanks below to complete the sentences.

$x$  で微分すると  $f(x)$  になる関数を  $f(x)$  の   関数  
という。  
関数  $f(x)$  の原始関数  $F(x)$  が一つわかれば、 $f(x)$  の  
任意の原始関数は「 $F(x) + C$ 」の形で表せる。  
この  $C$  を積分定数という。  
原始関数  $F(x) + C$  を関数  $f(x)$  の   積分といい、  
 $\int f(x) dx$  で表す。  
 $f(x)$  の不定積分を求めることを   するという。  
積分することは、微分することの逆の演算である。

2. 次の関数を微分し、逆の演算の積分を求めよ。  
Differentiate the following function and find the integral of the inverse operation.

例題	問題
<div>① <math>\frac{x^3}{3}</math></div> <div><math>\left(\frac{x^3}{3}\right)' = \frac{3x^{3-1}}{3} = x^2</math></div> <div><math>\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C</math></div>	<div>① <math>\frac{x^4}{4}</math></div>
<div>② <math>-\frac{1}{3x^3}</math></div> <div><math>\left(-\frac{1}{3x^3}\right)' = \left(\frac{x^{-3}}{-3}\right)'</math></div> <div><math>= \frac{-3x^{-3-1}}{-3} = \frac{1}{x^4}</math></div> <div><math>\int \frac{dx}{x^4} = -\frac{1}{3x^3} + C</math></div>	<div>② <math>-\frac{1}{2x^2}</math></div>
<div>③ <math>4\sqrt[4]{x}</math></div> <div><math>(4\sqrt[4]{x})' = \left(4x^{\frac{1}{4}}\right)'</math></div> <div><math>= 4 \times \frac{1}{4}x^{\frac{1}{4}-1}</math></div> <div><math>= x^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}</math></div> <div><math>\int \frac{dx}{\sqrt[4]{x^3}} = 4\sqrt[4]{x} + C</math></div>	<div>③ <math>\sqrt{x}</math></div>
<div>④ <math>\log x </math></div> <div><math>(\log x )' = \frac{1}{x}</math></div> <div><math>\int \frac{dx}{x} = \log x  + C</math></div>	<div>④ <math>x \log x - x</math></div>

3. 次の不定積分を求めよ。  
※微分で検算する。  
Find the following indefinite integral.

<div>例題① <math>\int \left(\frac{3x-1}{\sqrt{x}}\right) dx</math></div> <div><math>= \int \left(3\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx</math></div> <div><math>= 2x^{\frac{3}{2}} - 2x^{\frac{1}{2}} + C</math></div>	
<div>問題① <math>\int \left(\frac{x-4}{\sqrt{x}}\right) dx</math></div>	
<div>例題② <math>\int \left(t^2 - \frac{2}{t}\right)^2 dt</math></div> <div><math>= \int \left(t^4 - 4t - \frac{4}{t^2}\right) dt</math></div> <div><math>= \frac{t^5}{5} - 2t^2 + \frac{4}{t} + C</math></div>	
<div>問題② <math>\int \left(2t^3 + \frac{1}{t}\right)^2 dt</math></div>	
<div>例題③ <math>\int \left(\frac{2x^2-3x+1}{x}\right) dx</math></div> <div><math>= \int \left(2x-3+\frac{1}{x}\right) dx</math></div> <div><math>= x^2-3x+\log x +C</math></div>	
<div>問題③ <math>\int \left(\frac{3x^4-5x^2+x}{x^2}\right) dx</math></div>	
<div>問題④ <math>\int \left(\frac{3x^3-2x+1}{x}\right) dx</math></div>	

1. 次の   を埋めて、文 章を完成せよ。

Fill in the blanks below to complete the sentences.

$x$  で微分すると  $f(x)$  になる関数を  $f(x)$  の   関数 という。

関数  $f(x)$  の原始関数  $F(x)$  が一つわかれば、 $f(x)$  の 任意の原始関数は「 $F(x)+C$ 」の形で表せる。

この  $C$  を積分定数という。

原始関数  $F(x)+C$  を関数  $f(x)$  の   積分 といい、  
 $\int f(x) dx$  で表す。

$f(x)$  の不定積分を求めることを   するという。

積分することは、微分することの逆の演算である。

2. 次の関数を微分せよ。

Differentiate following function.

例題	問題
① $y = 2x + 1$ $y' = 2(x)' + (1)'$ $= 2 \times x^{1-1} + 0$ $= 2$	① $y = 2x - 4$
② $y = \frac{1}{2}x^2$ $y' = \frac{1}{2}(x^2)'$ $= \frac{1}{2} \times 2x^{2-1}$ $= x$	② $y = 3x^2$
③ $y = \frac{1}{3}x^3$ $y' = \frac{1}{3}(x^3)'$ $= \frac{1}{3} \times 3x^{3-1}$ $= x^2$	③ $y = 4x^3$
④ $y = x^3 + 3x$ $y' = (x^3)' + 3(x)'$ $= 3x^2 + 3$	④ $y = x^2 - 2x$
⑤ $y = \frac{1}{x} = x^{-1}$ $y' = (\frac{1}{x})'$ $= -1 \times x^{-1-1}$ $= -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$	⑤ $\frac{1}{x^2}$
⑥ $y = 2\sqrt{x} = 2x^{\frac{1}{2}}$ $y' = (2\sqrt{x})'$ $= 2 \times \frac{1}{2} \times x^{\frac{1}{2}-1}$ $= x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$	⑥ $3\sqrt[3]{x}$ ※無理関数

3.  $\log x$  を微分せよ。

Differentiate  $\log x$ .

$$(\log x)' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\log(x+h) - \log x}{h}$$
$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \log \frac{x+h}{x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \log \left( 1 + \frac{h}{x} \right)$$
$$\frac{h}{x} = t \text{ とおくと } h \rightarrow 0 \text{ のとき, } t \rightarrow 0$$
$$(\log x)' = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t} \log \left( 1 + t \right)$$
$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t} \log \left( 1 + t \right) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t} \log e = 1$$

4. 次の不定積分を求めよ。

Find the following indefinite integral.

※  $p \neq -1$  のとき  $\int x^p dx = \frac{x^{p+1}}{p+1} + C$

例題	問題
① $\int 2 dx$ $= 2x + C$	① $\int 3 dx$
② $\int 2x dx$ $= 2 \times \frac{x^{1+1}}{1+1} + C$ $= x^2 + C$	② $\int 6x dx$
③ $\int 3x^2 dx$ $= 3 \times \frac{x^{2+1}}{2+1} + C$ $= x^3 + C$	③ $\int \frac{1}{2}x^2 dx$
④ $\int (3x^2 + 3) dx$ $= 3 \times \frac{x^3}{3} + 3 \times x + C$ $= x^3 + 3x + C$	④ $\int (6x^2 + 2x) dx$
⑤ $\int \frac{1}{x^2} dx$ $= \frac{x^{-2+1}}{-2+1} + C$ $= -\frac{1}{x} + C$	⑤ $\int \frac{2}{x^3} dx$
⑥ $\int \frac{1}{x} dx$ $= \log  x  + C$	⑥ $\int \frac{2}{x} dx$

1. 次の文章の    を埋めて、三角関数を微分せよ。  
Fill in the blanks in the following sentence and differentiate the trigonometric functions.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos h - 1}{h} = 0 \quad , \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin h}{h} = 1$$

$$\begin{aligned} & \sin(x + h) - \sin x \\ &= \sin \quad \cos \quad \cos \quad \sin \quad - \sin x \\ &= ( \quad ) \sin x + ( \quad ) \cos x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\sin x)' &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x + h) - \sin x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{ \quad }{h} \sin x + \frac{ \quad }{h} \cos x \right) \\ &= \quad \times \sin x + \quad \times \cos x = \quad \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) &= \sin x \cos \frac{\pi}{2} + \cos \quad \sin \quad \\ &= \sin x \times \quad + \cos x \times \quad = \quad \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) &= \cos x \cos \frac{\pi}{2} - \sin \quad \sin \quad \\ &= \cos x \times \quad + \sin x \times \quad = \quad \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\cos x)' &= \left\{ \quad \left(x + \frac{\pi}{2}\right) \right\}' \\ &= \quad \left(x + \frac{\pi}{2}\right)' \left(x + \frac{\pi}{2}\right) \\ &= \quad \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\tan x)' &= \left( \frac{\sin x}{\cos x} \right)' = \frac{(\sin x)' \cos x - (\sin x) \cos x'}{\cos^2 x} \\ &= \frac{ \quad }{\cos^2 x} \\ &= \quad \end{aligned}$$

2.  $\frac{1}{\tan x}$  を微分せよ。 Differentiate  $\frac{1}{\tan x}$

$$\left( \frac{1}{\tan x} \right)' = \left( \frac{ \quad }{ \quad } \right)'$$

$$= \frac{ \quad }{ \quad }$$

$$= \quad$$

3.  $\log_a x$  を微分せよ。 ※  $a$  は 1 でない正の定数  
Differentiate  $\log_a x$ .  $a$  is a positive constant other than 1.

$$(\log_a x)' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\log_a(x + h) - \log_a x}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \log_a \frac{x + h}{x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \log_a \left( 1 + \frac{ \quad }{ \quad } \right)$$

$$\frac{h}{x} = t \text{ とおくと } h \rightarrow 0 \text{ のとき, } t \rightarrow \quad$$

$$(\log_a x)' = \lim_{t \rightarrow 0} \quad \log_a \left( 1 + \frac{ \quad }{ \quad } \right)$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \quad \log_a \left( 1 + \frac{ \quad }{ \quad } \right)^{\frac{1}{\quad}} = \quad \log_a \quad$$

$$\text{底の変換公式より } \log_a e = \frac{\log_e e}{\log_e a} = \frac{1}{\log \quad}$$

$$(\log_a x)' = \quad$$

4.  $y = a^x$  を微分せよ。 ※  $a$  は 1 でない正の定数  
Differentiate  $a^x$ .  $a$  is a positive constant other than 1.

$$y = a^x \text{ の両辺を } a \text{ を底とする対数をとると}$$

$$\log_a y = \log_a \quad = \log_a a^x = x$$

$$x = \log_a y \text{ を微分すると } \frac{dx}{dy} = \frac{ \quad }{\log a}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}} = \frac{1}{ \quad } = a^x$$

5. 次の不定積分を求めよ。 ※微分と積分は逆の関係  
Find the following indefinite integral.

例題	問題
① $\int \cos x \, dx$ $= \sin x + C$	① $\int \sin x \, dx$
② $\int \frac{dx}{\cos^2 x}$ $= \tan x + C$	② $\int \frac{dx}{\sin^2 x}$
③ $\int 2^x \log 2 \, dx$ $= 2^x + C$	③ $\int 3^x \log 3 \, dx$
④ $\int 2^x \, dx$ $= \frac{2^x}{\log 2} + C$	④ $\int 3^x \, dx$