

1 . $h = 0$ のとき , 次の式の 1 次の近似式を作れ。
When $h = 0$, create a linear approximation of the following equation.
 $f(a+h) \approx f(a) + f'(a)h$

例題

$\cos(a+h)$
 $(\cos x)' = -\sin x$ より , $h = 0$ のとき
 $\cos(a+h) \approx \cos a - \sin a \times h$

問題

$\sin(a+h)$

問題

$\tan(a+h)$

2 . $x = 0$ のとき , 次の式の 1 次の近似式を作れ。
When $x = 0$, create a linear approximation of the following equation.
 $f(x) \approx f(0) + f'(0)x$

例題

e^x
 $f(x) = e^x$ とすると , $f'(x) = e^x$
 $f(0) = e^0 = 1$, $f'(0) = e^0 = 1$
よって $x = 0$ のとき $e^x \approx 1 + 1 \times x = 1 + x$

問題

$\frac{1}{1+x}$

問題

$\log(1+x)$

3 . $x = 0$ のとき , $(1+x)^p \approx 1+px$ を導け。
When $x = 0$, derive $(1+x)^p \approx 1+px$.

$f(x) = (1+x)^p$ とすると $f'(x) = (1+x)^{p-1}$

よって $f(0) = 1$, $f'(0) = 1$

これらを $f(x) \approx f(0) + f'(0)x$ に代入して
 $(1+x)^p \approx 1 + px$

4 . $x = 0$ のとき , $(1+x)^p \approx 1+px$ を利用して , 次の式の 1 次の近似式を作れ。
Create a linear approximation of the following equation when $x = 0$ using $(1+x)^p \approx 1+px$.

例題

$\sqrt{1+x}$
 $\sqrt{1+x} = (1+x)^{\frac{1}{2}}$ より
 $x = 0$ のとき , $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x$

問題

$\sqrt[3]{1+x}$

問題

$\sqrt[4]{1+x}$

5 . 次の値の近似値を求めよ。
Find approximate value for the following value.

例題

$\sqrt{26}$
 $x = 0$ のとき , $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x$
 $\sqrt{26} = \sqrt{25+1} \approx \sqrt{25} \left(1 + \frac{1}{50} \right) = 5 \left(1 + \frac{1}{50} \right) = 5 + 0.1 = 5.1$

問題

$\sqrt{101}$

1. $x = 0$ のとき，次の式の 1 次の近似式を作れ。
 $f(x) \approx f(0) + f'(0)x$

例題

$\sin x$

$(\sin x)' = \cos x$ より，

$\sin x \approx \sin 0 + \cos 0 \times x = x$

問題

$\cos x$

例題

e^x

$(e^x)' = e^x$ より

$e^x \approx e^0 + e^0 \times x = 1 + x$

問題

e^{-x}

例題

$\sqrt{1+x}$

$(\sqrt{1+x})' = \frac{1}{2\sqrt{1+x}}$ より

$\sqrt{1+x} \approx \sqrt{1+0} + \frac{1}{2\sqrt{1+0}} \times x = 1 + \frac{1}{2}x$

問題

$\sqrt[3]{1+x}$

問題

$\frac{1}{1-x}$

2. 次の式の近似値を求めよ。

$\frac{\sqrt{3}}{2}$

0.8660

例題

$\sin 31^\circ$

$(\sin x)' = \cos x$ より，

$x = 0$ のとき $\sin(a+h) \approx \sin a + \cos a \times h$

$\sin 31^\circ \approx \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{180}\right)$

$\sin \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{6} \times \frac{\pi}{180}$

$= 0.5000 + 0.8660 \times 0.0174 \approx 0.5150$

問題

$\cos 59^\circ$

3. 次の式の近似値を求めよ。

例題

$\sqrt{99}$

$\sqrt{99} = \sqrt{100 - 1} \approx \sqrt{100} \left(1 - \frac{1}{100}\right)$

$10 \left(1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{100}\right) \approx 10 - 0.05 = 9.95$

問題

$\sqrt{24}$

例題

$\frac{1}{49}$

$\frac{1}{49} = \frac{1}{50} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{50}}$

$\frac{1}{50} \times \left\{ 1 - \left(-\frac{1}{50}\right) \right\} \approx 0.02 \times 1.02 = 0.0204$

問題

$\frac{1}{99}$

1. $x = 0$ のとき，次の式の 1 次の近似式を作れ。
 $f(x) \approx f(0) + f'(0)x$

例題

$\tan x$
 $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ より
 $\tan x \approx \tan 0 + \frac{1}{\cos^2 0} \times x = x$

問題

$\sin x$

例題

$(1+x)^n$
 $\{(1+x)^n\}' = n(1+x)^{n-1}$ より
 $(1+x)^n \approx (1+0)^n + n(1+0)^{n-1} \times x$
 $= 1 + nx$

問題

$\sqrt{1+x} = (1+x)^{\frac{1}{2}}$

例題

$\sqrt[3]{1+\sin x}$
 $(\sqrt[3]{1+\sin x})' = \frac{1}{3}(1+\sin x)^{-\frac{2}{3}} \times \cos x$
 $\sqrt[3]{1+\sin x} \approx 1 + \frac{1}{3}(1+\sin 0)^{-\frac{2}{3}} \times \cos 0 \times x$
 $= 1 + \frac{1}{3}x$

問題

$\sqrt{1+\sin x}$

2. 次の式の近似値を求めよ。

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0.8660$$

例題

$\cos 29^\circ$
 $(\cos x)' = -\sin x$ より，
 $x = 0$ のとき $\cos(a+h) \approx \cos a - \sin a \times h$
 $\cos 29^\circ = \cos\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{180}\right)$
 $\approx \cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{6} \times \frac{\pi}{180}$
 $= 0.8660 + 0.5000 \times 0.0174 \approx 0.8747$

問題

$\sin 61^\circ$

3. 次の式の近似値を求めよ。

例題

1.0001^{30}
 $1.0001^{30} = (1 + 0.0001)^{30}$
 $\approx 1 + 30 \times 0.0001 = 1.003$

問題

1.0003^{10}

例題

$\sqrt{102}$
 $\sqrt{102} = \sqrt{100 + 2} \approx \sqrt{100} \left(1 + \frac{2}{100}\right)^{\frac{1}{2}}$
 $\approx 10 \left(1 + \frac{1}{2} \times \frac{2}{100}\right)$
 $= 10 + 0.1 = 10.1$

問題

$\sqrt{98}$