数学Ⅲ　三角関数の導関数 ①　課題

(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　　　)

1． $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{\sin h}{h}=1$ を利用して，次の極限を求めよ。

Find the limit value using $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{\sin h}{h}=1$.

例題 $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{1-\cos h}{h^2}$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{(1-\cos h)(1+\cos h)}{h^2(1+\cos h)}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{(1-\cos^2 h)}{h^2(1+\cos h)}=\lim_{h\to 0}\frac{\sin^2 h}{h^2(1+\cos h)}$$

$$=\lim_{h\to 0}\left(\frac{\sin h}{h}\right)^2\times\frac{1}{1+\cos h}=\frac{1}{2}$$

問題 $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{\cos h-1}{h}$

2． 次の文章の $\boxed{}$ を埋めて，$\sin x$ を微分せよ。

Fill in the blanks in the following sentences and differentiate $\sin x$.

$\sin(x+h)-\sin x$

$=\boxed{\sin\quad\cos\qquad\qquad\cos\quad\sin}-\sin x$

$=\boxed{(\qquad\qquad)}\sin x+\boxed{}\cos x$

$$\lim_{h\to 0}\frac{\sin(x+h)-\sin x}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\left(\frac{\boxed{}}{h}\sin x+\frac{\boxed{}}{h}\cos x\right)$$

$\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{\cos h-1}{h}=\boxed{}$，$\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{\sin h}{h}=\boxed{}$ より

$$\lim_{h\to 0}\frac{\sin(x+h)-\sin x}{h}$$

$=\boxed{}\times\sin x+\boxed{}\times\cos x=\boxed{}$

よって，$(\sin x)'=\boxed{}$

3． 次の文章の $\boxed{}$ を埋めて，$\cos x$ を微分せよ。

Fill in the blanks in the following sentences and differentiate $\cos x$.

$\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$

$=\sin x\cos\dfrac{\pi}{2}+\boxed{\cos\qquad\sin}$

$=\sin x\times\boxed{}+\cos x\times\boxed{}=\boxed{}$

$\cos\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$

$=\cos x\cos\dfrac{\pi}{2}-\boxed{\sin\qquad\sin}$

$=\cos x\times\boxed{}-\sin x\times\boxed{}=\boxed{}$

合成関数の微分法より

$(\cos x)'=\left\{\boxed{\qquad\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)}\right\}'$

$=\boxed{\qquad\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)}\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)'$

$=\boxed{}$

4． 次の三角関数を微分せよ。

Differentiate the following trigonometric function.

例題	問題
① $y=\sin 2x$ $y'=\cos 2x\times(2x)'$ $=2\cos 2x$	① $y=\sin 4x$
② $y=\cos 3x$ $y'=-\sin 3x\times(3x)'$ $=-3\sin 3x$	② $y=\cos 5x$
③ $y=\sin^2 x\quad=(\sin x)^2$ $y'=2\sin x\times(\sin x)'$ $=2\sin x\cos x$	③ $y=\cos^2 x\quad=(\cos x)^2$
④ $y=\dfrac{1}{\cos x}$ $y'=-\dfrac{(\cos x)'}{\cos^2 x}$ $=\dfrac{\sin x}{\cos^2 x}$	④ $y=\dfrac{1}{\sin x}$

数学Ⅲ　三角関数の導関数 ② 課題　　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　)

1．次の文章の $\boxed{\quad}$ を埋めて，$\cos x$ を微分せよ。

$$\cos(x+h)-\cos x$$

$$=\boxed{\cos\quad\cos\qquad\quad\sin\quad\sin}-\cos x$$

$$=\cos x\left(\boxed{\qquad\qquad}\right)+\sin x\,\boxed{\qquad}$$

$$\lim_{h\to0}\frac{\cos(x+h)-\cos x}{h}$$

$$=\lim_{h\to0}\left(\cos x\,\frac{\boxed{\qquad\qquad}}{h}+\sin x\,\frac{\boxed{\qquad}}{h}\right)$$

$$\lim_{h\to0}\frac{\cos h-1}{h}=0\,,\quad \lim_{h\to0}\frac{\sin h}{h}=\boxed{\quad}$$ より

$$\lim_{h\to0}\frac{\cos(x+h)-\cos x}{h}$$

$$=\cos x\times\boxed{\quad}+\sin x\times\boxed{\quad}=\boxed{\qquad\qquad}$$

よって，$(\cos x)'=\boxed{\qquad\qquad}$

2．次の文章の $\boxed{\quad}$ を埋めて，$\sin x$，$\tan x$ を微分せよ。

$$\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$$

$$=\sin x\ \cos\frac{\pi}{2}+\boxed{\cos\qquad\quad\sin}$$

$$=\sin x\times\boxed{\quad}+\cos x\times\boxed{\quad}=\boxed{\qquad\qquad}$$

$$\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$$

$$=\cos x\ \cos\frac{\pi}{2}-\boxed{\sin\qquad\quad\sin}$$

$$=\cos x\times\boxed{\quad}-\sin x\times\boxed{\quad}=\boxed{\qquad\qquad}$$

合成関数の微分法より

$$(\sin x)'=\left\{\boxed{\qquad\qquad\left(x+\frac{\pi}{2}\right)}\right\}'$$

$$=\boxed{\qquad\qquad\left(x+\frac{\pi}{2}\right)}\left(x+\frac{\pi}{2}\right)'$$

$$=\boxed{\qquad\qquad}$$

$$(\tan x)'=\left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)'=\frac{(\sin x)'\cos x-(\sin x)'\cos x}{\cos^2 x}$$

$$=\frac{\boxed{\qquad\qquad\qquad\qquad}}{\cos^2 x}$$

$$=\boxed{\qquad\qquad}$$

3．次の三角関数を微分せよ。

例題① $y=\sin(2x+1)$

$y'=\cos(2x+1)\times(2x+1)'=2\cos(2x+1)$

問題① $y=\sin(3x+2)$

例題② $y=\cos(1-3x)$

$y'=-\sin(1-3x)\times(1-3x)'=3\sin(1-3x)$

問題② $y=\cos(2-x)$

例題③ $y=\dfrac{1}{\sin x}$

$y'=-\dfrac{(\sin x)'}{\sin^2 x}=-\dfrac{\cos x}{\sin^2 x}$

問題③ $y=\dfrac{1}{\cos x}$

例題④ $y=x\sin x$

$y'=x'\sin x+x(\sin x)'=\sin x+x\cos x$

問題④ $y=x\cos x$

例題⑤ $y=\cos^3 x$

$y'=3\cos^2 x(\cos x)'=-3\cos^2 x\sin x$

問題⑤ $y=\sin^3 x$

例題⑥ $y=\dfrac{\sin x}{x}$

$y'=\dfrac{(\sin x)'x-\sin x\times x'}{x^2}$

$=\dfrac{x\cos x-\sin x}{x^2}$

問題⑥ $y=\dfrac{\cos x}{x}$

数学Ⅲ　三角関数の導関数 ③ 課題

(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　　　)

1．文章の$\square$を埋めて，和積公式を完成せよ。

$\sin(\alpha+\beta)=$ $\boxed{\sin\quad\cos\qquad+\cos\quad\sin}$ $\sin(\alpha-\beta)=$ $\boxed{\sin\quad\cos\qquad-\cos\quad\sin}$ 両辺の差をとり $\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)=$ $\boxed{\cos\quad\sin}$ $\alpha=\dfrac{A+B}{2}$，$\beta=\dfrac{A-B}{2}$ とおくと $\alpha+\beta=\square$，$\alpha-\beta=\square$ より $\boxed{\sin\quad-\sin}=\boxed{\cos\underline{\qquad}\ \sin\underline{\qquad}}$
$\cos(\alpha+\beta)=$ $\boxed{\cos\quad\cos\qquad-\sin\quad\sin}$ $\cos(\alpha-\beta)=$ $\boxed{\cos\quad\cos\qquad+\sin\quad\sin}$ 両辺の差をとり $\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)=$ $\boxed{\sin\quad\sin}$ $\alpha=\dfrac{A+B}{2}$，$\beta=\dfrac{A-B}{2}$ とおくと $\alpha+\beta=\square$，$\alpha-\beta=\square$ より $\boxed{\cos\quad-\cos}=\boxed{\sin\underline{\qquad}\ \sin\underline{\qquad}}$

2．和積公式を用いて，次の式を求めよ。

例題　$(\cos x)'$ $=\lim\limits_{h\to0}\dfrac{\cos(x+h)-\cos x}{h}$ $=\lim\limits_{h\to0}\dfrac{-2\sin\left(x+\dfrac{h}{2}\right)\sin\dfrac{h}{2}}{h}$ $=\lim\limits_{h\to0}-\sin\left(x+\dfrac{h}{2}\right)\times\dfrac{\sin\dfrac{h}{2}}{\dfrac{h}{2}}=-\sin x$
問題　$(\sin x)'$

3．次の文章の$\square$を埋めて，$\sin x$ を微分せよ。

$\sin\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)$ $=\sin x\ \ \cos\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)+\boxed{\cos\qquad\sin}$ $=\sin x\times\square+\cos x\times\square=\square$ $\cos\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)$ $=\cos x\ \ \cos\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)-\boxed{\sin\qquad\sin}$ $=\cos x\times\square-\sin x\times\square=\square$ 合成関数の微分法より $(\sin x)'=\left\{\boxed{\qquad\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)}\right\}'$ $=\boxed{\qquad\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)}\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)'$ $=\square$

4．次の三角関数を微分せよ。

例題	問題
① $y=x\cos x$ $y'=(x)'\cos x+x(\cos x)'$ $=\cos x-x\sin x$	① $y=x\sin x$
② $y=\sin 3x$ $y'=\cos 3x\times(3x)'$ $=3\cos 3x$	② $y=\sin 4x$
③ $y=\cos^2 x$　$=(\cos x)^2$ $y'=2\cos x\times(\cos x)'$ $=-2\sin x\cos x$	③ $y=\sin^2 x$　$=(\sin x)^2$
④ $y=\dfrac{1}{\cos 2x}$ $y'=-\dfrac{(\cos 2x)'}{\cos^2 2x}$ $=\dfrac{2\sin 2x}{\cos^2 2x}$	④ $y=\dfrac{1}{\sin 2x}$