

1. 次の式の極限を求めよ。
Find the limit of the following expression.

例題	問題
$\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x+1}$ $= \sqrt{4} = 2$	$\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{x+4}$
$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4)$ $= 2^2 - 4 = 0$	$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 9)$
$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2) = 4$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3+x} \right)$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left\{ \frac{x}{3(3+x)} \right\}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{3(3+x)} = \frac{1}{9}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{4+x} \right)$

2. 次の式の極限を求めよ。
Find the limit of the following expression.

例題	問題
$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x - 2}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{x+2} - 2)(\sqrt{x+2} + 2)}{(x - 2)(\sqrt{x+2} + 2)}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{(x - 2)(\sqrt{x+2} + 2)}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x+2} + 2} = \frac{1}{4}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x - 3}$

3. 次の等式が成り立つように、定数 a , b の値を定めよ。
Find the values of constants a and b so that the following equation holds true.

例題	問題
$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a\sqrt{x} + b}{x - 1} = 2$ $\lim_{x \rightarrow 1} (x - 1) = 0 \text{ より } \lim_{x \rightarrow 1} (a\sqrt{x} + b) = 0$ $\text{よって } a + b = 0, b = -a$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a\sqrt{x} + b}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a\sqrt{x} - a}{x - 1}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}{(x - 1)(\sqrt{x} + 1)}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a}{\sqrt{x} + 1} = \frac{a}{2} = 2$ $\text{したがって, } a = 4, b = -4$	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{a\sqrt{x} + b}{x - 4} = 1$

4. 次の式の極限を求めよ。
Find the limit of the following expression.

例題	問題
$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ x }{x} = 1$ $\lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{1}{x - 2} = -$ $\lim_{x \rightarrow \infty} 2^{-x} = 0$ $\lim_{x \rightarrow +0} \log_2 x = -$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2}$ $\lim_{x \rightarrow -0} \frac{x}{ x }$ $\lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{1}{x - 2}$ $\lim_{x \rightarrow \infty} 2^x$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \log_{0.5} x$

1. 次の極限を求めよ。

例題	問題
$\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 1)$ $= (-1)^2 - 1 = 0$	$\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 4)$
$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1}$ $= \lim_{x \rightarrow -1} (x - 1) = -2$	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x + 2}$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2+x} \right)$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left\{ \frac{x}{2(2+x)} \right\}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2(2+x)} = \frac{1}{4}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{5+x} \right)$
$\lim_{x \rightarrow -} x^2$ $=$	$\lim_{x \rightarrow -} x^2$
$\lim_{x \rightarrow -} \frac{1}{x}$ $= 0$	$\lim_{x \rightarrow -} \frac{1}{x}$
$\lim_{x \rightarrow -} \frac{ x }{x}$ $= 1$	$\lim_{x \rightarrow -} \frac{ x }{x}$
$\lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{1}{x-2}$ $= -$	$\lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{1}{x-2}$
$\lim_{x \rightarrow -} 3^x$ $= 0$	$\lim_{x \rightarrow -} 2^x$
$\lim_{x \rightarrow -} \log_{10} x$ $=$	$\lim_{x \rightarrow -} \log_{0.5} x$

2. 次の極限を求めよ。

例題	問題
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+1} - 1)(\sqrt{x+1} + 1)}{x(\sqrt{x+1} + 1)}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(\sqrt{x+1} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+1} + 1} = \frac{1}{4}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x}$
$\lim_{x \rightarrow -} \sqrt{4x^2 + 3x} - 2x$ $= \lim_{x \rightarrow -} \frac{(\sqrt{4x^2 + 3x} - 2x)(\sqrt{4x^2 + 3x} + 2x)}{\sqrt{4x^2 + 3x} + 2x}$ $= \lim_{x \rightarrow -} \frac{(\sqrt{4x^2 + 3x})^2 - (2x)^2}{\sqrt{4x^2 + 3x} + 2x}$ $= \lim_{x \rightarrow -} \frac{3x}{x\sqrt{4 + \frac{3}{x}} + 2x}$ $= \lim_{x \rightarrow -} \frac{3}{\sqrt{4 + \frac{3}{x}} + 2} = \frac{3}{4}$	$\lim_{x \rightarrow -} \sqrt{x^2 - 4x} - x$

1. 次の極限を求めよ。

2. 次の極限が有限な値になるように定数 a の値を定め、その極限値を求めよ。

例題	問題
$\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x+6}$ $= \sqrt{9} = 3$ $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - x - 2)$ $= 2^2 - 2 - 2 = 0$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+1)}{x-2}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} (x+1) = 3$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{2+x} - \frac{1}{2} \right)$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left\{ \frac{-x}{2(2+x)} \right\}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{2(2+x)} = -\frac{1}{4}$ $\lim_{x \rightarrow -} \frac{1}{x^2}$ $= 0$ $\lim_{x \rightarrow -} \frac{1}{x}$ $= 0$ $\lim_{x \rightarrow -0} \frac{ x }{x}$ $= -1$ $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{ x }{x}$ $= 1$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ x }{x}$ <p>存在しない</p>	$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x+2}$ $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - x - 6)$ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{3+x} - \frac{1}{3} \right)$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$ $\lim_{x \rightarrow -0} \frac{1}{x}$ $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{1}{x}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$
<div><div>例題</div>$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+a} - 2}{x-3}$$\lim_{x \rightarrow 3} (x-3) = 0 \text{ より } \lim_{x \rightarrow 3} (\sqrt{x+a} - 2) = 0$<p>よって $3+a=4$ となり $a=1$</p>$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+a} - 2}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x-3}$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(\sqrt{x+1} - 2)(\sqrt{x+1} + 2)}{(x-3)(\sqrt{x+1} + 2)}$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{\sqrt{x+1} + 2} = \frac{1}{4}$<p>したがって、$a=1$、極限値は $\frac{1}{4}$</p></div>	<div><div>問題</div>$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+a} - 3}{x-2}$</div>