

1. 次の式の極限を求めよ。

Find the limit of the following expression.

例題	問題
① $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x+1}$ $= \sqrt{4} = 2$	① $\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{x+4}$
② $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4)$ $= 2^2 - 4 = 0$	② $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 9)$
③ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2) = 4$	③ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$
④ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{3+x} \right)$  $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left\{ \frac{x}{3(3+x)} \right\}$  $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{3(3+x)} = \frac{1}{9}$	④ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{4+x} \right)$

2. 次の式の極限を求めよ。

Find the limit of the following expression.

例題 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x - 2}$  $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{x+2} - 2)(\sqrt{x+2} + 2)}{(x - 2)(\sqrt{x+2} + 2)}$  $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{(x - 2)(\sqrt{x+2} + 2)}$  $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x+2} + 2} = \frac{1}{4}$	問題 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x - 3}$
---	---

3. 次の等式が成り立つように、定数  $a, b$  の値を定めよ。  
Find the values of constants  $a$  and  $b$  so that the following equation holds true.

例題 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a\sqrt{x} + b}{x - 1} = 2$  $\lim_{x \rightarrow 1} (x - 1) = 0$ より $\lim_{x \rightarrow 1} (a\sqrt{x} + b) = 0$  よって $a + b = 0, b = -a$  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a\sqrt{x} + b}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a\sqrt{x} - a}{x - 1}$  $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}{(x - 1)(\sqrt{x} + 1)}$  $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a}{\sqrt{x} + 1} = \frac{a}{2} = 2$  したがって、 $a = 4, b = -4$	問題 $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{a\sqrt{x} + b}{x - 4} = 1$
---	--

4. 次の式の極限を求めよ。

Find the limit of the following expression.

例題	問題
① $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$	① $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2}$
② $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{ x }{x} = 1$	② $\lim_{x \rightarrow -0} \frac{x}{ x }$
③ $\lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{1}{x - 2} = -\infty$	③ $\lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{1}{x - 2}$
④ $\lim_{x \rightarrow \infty} 2^{-x} = 0$	④ $\lim_{x \rightarrow \infty} 2^x$
⑤ $\lim_{x \rightarrow +0} \log_2 x = -\infty$	⑤ $\lim_{x \rightarrow \infty} \log_{0.5} x$

1. 次の極限を求めよ。

Find the limit of the following expression.

例題	問題
① $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 1)$ $= (-1)^2 - 1 = 0$	① $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 4)$
② $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1}$ $= \lim_{x \rightarrow -1} (x - 1) = -2$	② $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x + 2}$
③ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2+x} \right)$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left\{ \frac{x}{2(2+x)} \right\}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2(2+x)} = \frac{1}{4}$	③ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{5+x} \right)$
④ $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2$ $= \infty$	④ $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2$
⑤ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x}$ $= 0$	⑤ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x}$
⑥ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ x }{x}$ $= 1$	⑥ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ x }{x}$
⑦ $\lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{1}{x-2}$ $= -\infty$	⑦ $\lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{1}{x-2}$
⑧ $\lim_{x \rightarrow -\infty} 3^x$ $= 0$	⑧ $\lim_{x \rightarrow \infty} 2^x$
⑨ $\lim_{x \rightarrow \infty} \log_{10} x$ $= \infty$	⑨ $\lim_{x \rightarrow \infty} \log_{0.5} x$

2. 次の極限を求めよ。

Find the limit of the following expression.

例題 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+1} - 1)(\sqrt{x+1} + 1)}{x(\sqrt{x+1} + 1)}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(\sqrt{x+1} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+1} + 1} = \frac{1}{2}$
問題 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x}$

3. 次の極限を求めよ。

Find the limit of the following expression.

例題 $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4x^2 + 3x} - 2x$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{4x^2 + 3x} - 2x)(\sqrt{4x^2 + 3x} + 2x)}{\sqrt{4x^2 + 3x} + 2x}$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{4x^2 + 3x})^2 - (2x)^2}{\sqrt{4x^2 + 3x} + 2x}$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{x\sqrt{4 + \frac{3}{x}} + 2x}$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{\sqrt{4 + \frac{3}{x}} + 2} = \frac{3}{4}$
問題 $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 - 4x} - x$

1. 次の式の極限を求めよ。

Find the limit of the following expression.

例題	問題
① $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x+6}$ $= \sqrt{9} = 3$	① $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x+2}$
② $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - x - 2)$ $= 2^2 - 2 - 2 = 0$	② $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - x - 6)$
③ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+1)}{x-2}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} (x+1) = 3$	③ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$
④ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left( \frac{1}{2+x} - \frac{1}{2} \right)$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left\{ \frac{-x}{2(2+x)} \right\}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{2(2+x)} = -\frac{1}{4}$	④ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left( \frac{1}{3+x} - \frac{1}{3} \right)$
⑤ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2}$ $= 0$	⑤ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2}$
⑥ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x}$ $= 0$	⑤ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x}$
⑦ $\lim_{x \rightarrow -0} \frac{ x }{x}$ $= -1$	⑥ $\lim_{x \rightarrow -0} \frac{1}{x}$
⑧ $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{ x }{x}$ $= 1$	⑦ $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{1}{x}$
⑨ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ x }{x}$ 存在しない	⑨ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$

2. 次の極限が有限な値になるように定数  $a$  の値を定め、その極限値を求めよ。

Determine the value of the constant  $a$  so that the following limit is a finite value, and find its limit value.

例題 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+a} - 2}{x-3}$ $\lim_{x \rightarrow 3} (x-3) = 0$ より $\lim_{x \rightarrow 3} (\sqrt{x+a} - 2) = 0$ よって $3+a=4$ となり $a=1$ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+a} - 2}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x-3}$ $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(\sqrt{x+1} - 2)(\sqrt{x+1} + 2)}{(x-3)(\sqrt{x+1} + 2)}$ $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{\sqrt{x+1} + 2} = \frac{1}{4}$ したがって、 $a=1$ , 極限値は $\frac{1}{4}$
問題 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+a} - 3}{x-2}$