

1. 次の数列の極限値をいえ。

つぎ すうれつ きよくげんち

Find the limit value of the following sequence.

3. 次の極限を求めよ。

つぎ きよくげん もと

Find the next limit value.

れい だい

例題

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots, \frac{n}{n+1}, \dots$$
$$\frac{n}{n+1} = \frac{(n+1)-1}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1} \text{ より}$$
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1} = 1$$

もん だい

問題

$$\frac{2}{2}, \frac{4}{3}, \frac{6}{4}, \dots, \frac{2n}{n+1}, \dots$$

2. 次の極限を求めよ。

つぎ きよくげん もと

Find the next limit value.

れい だい 例題	もん だい 問題
① $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^3 - n^2)$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} n^3 \left(1 - \frac{1}{n} \right)$ $= \infty$	① $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^3 - n)$
② $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 - 3n^4)$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} n^4 \left(\frac{1}{n^2} - 3 \right)$ $= -\infty$	② $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - 2n^3)$
③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{3n-1}$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{1}{n}}{3 - \frac{1}{n}}$ $= \frac{2}{3}$	③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2+1}{3n^2-1}$
④ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n^2-1}$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}}{1 - \frac{1}{n^2}}$ $= 0$	④ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2-1}{n^4+1}$

れい だい

例題

① $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+2n} - n)$

 $= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{n^2+2n} - n)(\sqrt{n^2+2n} + n)}{\sqrt{n^2+2n} + n}$

 $= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^2+2n) - n^2}{\sqrt{n^2+2n} + n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{n\sqrt{1+\frac{2}{n}} + n}$

 $= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{\sqrt{1+\frac{2}{n}} + 1} = 1$

もん だい

問題

① $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+4n} - n)$

れい だい

例題

② $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \cos \frac{n\pi}{3}$

 $-1 \leq \cos \frac{n\pi}{3} \leq 1 \text{ より}$

 $-\frac{1}{n} \leq \frac{1}{n} \cos \frac{n\pi}{3} \leq \frac{1}{n}$

 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{n} \right) = 0, \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0 \text{ より}$

 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \cos \frac{n\pi}{3} = 0$

もん だい

問題

② $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{4}$

1. 次の数列の極限値をいえ。

Find the limit value of the following sequence.

3. 次の極限を求めよ。

Find the next limit value.

例題

$$\frac{1}{1}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \dots, \frac{n}{2n-1}, \dots$$
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2-\frac{1}{n}} = \frac{1}{2}$$

問題

$$\frac{2}{1}, \frac{4}{3}, \frac{6}{5}, \dots, \frac{2n}{2n-1}, \dots$$

2. 次の極限を求めよ。

Find the next limit value.

例題	問題
<div>① $\lim_{n \rightarrow \infty} (2n^2 - n^3)$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} n^3 \left(\frac{2}{n} - 1 \right)$$= -\infty$</div>	<div>① $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^3 - n)$</div>
<div>② $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^4 - 3n^2)$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} n^4 \left(1 - \frac{3}{n^2} \right)$$= \infty$</div>	<div>② $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^3 - 4n^2)$</div>
<div>③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-1}{n+1}$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-\frac{1}{n}}{1+\frac{1}{n}}$$= \frac{2}{1} = 2$</div>	<div>③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2-1}{4n^2-1}$</div>
<div>④ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+1}{2n-1}$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+\frac{1}{n}}{2-\frac{1}{n}}$$= \infty$</div>	<div>④ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4-1}{n^2+1}$</div>

例題

① $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2-4n} - n)$
$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{n^2-4n} - n)(\sqrt{n^2-4n} + n)}{\sqrt{n^2-4n} + n}$$
$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^2-4n) - n^2}{\sqrt{n^2-4n} + n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-4n}{n\sqrt{1-\frac{4}{n}} + n}$$
$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-4}{\sqrt{1-\frac{4}{n}} + 1} = -2$$

問題

① $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2-n} - n)$

例題

② $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{6}$
$$-1 \leq \sin \frac{n\pi}{6} \leq 1 \quad \text{より}$$
$$-\frac{1}{n} \leq \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{6} \leq \frac{1}{n}$$
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{n} \right) = 0, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0 \quad \text{より}$$
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{6} = 0$$

問題

② $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \cos \frac{n\pi}{12}$

1. 次の数列の極限値をいえ。

Find the limit value of the following sequence.

3. 次の極限を求めよ。

Find the next limit value.

れい だい

例題

$$\frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \dots, \frac{n+1}{2n+1}, \dots$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{2n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+\frac{1}{n}}{2+\frac{1}{n}} = \frac{1}{2}$$

もん だい

問題

$$\frac{1}{1}, \frac{3}{4}, \frac{5}{7}, \dots, \frac{2n-1}{3n-2}, \dots$$

れい だい

例題

①

$$\lim_{n \rightarrow -\infty} (\sqrt{n^2+2n} + n)$$

$$= \lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{(\sqrt{n^2+2n} + n)(\sqrt{n^2+2n} - n)}{\sqrt{n^2+2n} - n}$$

$$= \lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{(n^2+2n) - n^2}{\sqrt{n^2+2n} + n} = \lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{2n}{n\sqrt{1+\frac{2}{n}} + n}$$

$$= \lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{2}{\sqrt{1+\frac{2}{n}} + 1} = 1$$

もん だい

問題

①

$$\lim_{n \rightarrow -\infty} (\sqrt{n^2-3n} + n)$$

2. 次の極限を求めよ。

Find the next limit value.

れい だい 例題	もん だい 問題
<div>① $\lim_{n \rightarrow \infty} (3n^2 - 2n^3)$</div> <div>$= \lim_{n \rightarrow \infty} n^3 \left(\frac{3}{n} - 2 \right)$</div> <div>$= -\infty$</div>	<div>① $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^4 - n^2)$</div>
<div>② $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^4 - 2n)$</div> <div>$= \lim_{n \rightarrow \infty} n^4 \left(1 - \frac{2}{n^3} \right)$</div> <div>$= \infty$</div>	<div>② $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - 4n^3)$</div>
<div>③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2}{n + 2}$</div> <div>$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - \frac{2}{n}}{1 + \frac{2}{n}}$</div> <div>$= \infty$</div>	<div>③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 1}{4n^2 - 1}$</div>
<div>④ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n^2+1}$</div> <div>$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+\frac{1}{n}}{n+\frac{1}{n}}$</div> <div>$= 0$</div>	<div>④ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2-1}{n^3+1}$</div>

れい だい

例題

②

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{5}$$

$$-1 \leq \sin \frac{n\pi}{5} \leq 1 \quad \text{より}$$

$$-\frac{1}{n} \leq \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{5} \leq \frac{1}{n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{n} \right) = 0, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0 \quad \text{より}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{5} = 0$$

もん だい

問題

②

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{4}$$