

1 . 次の数列の極限値をいえ。
Find the limit value of the following sequence.

3 . 次の極限を求めよ。
Find the next limit value.

れい だい
例題

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots, \frac{n}{n+1}, \dots$$
$$\frac{n}{n+1} = \frac{(n+1)-1}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1} \text{ より}$$
$$\lim_n \frac{n}{n+1} = 1$$

もん だい
問題

$$\frac{2}{2}, \frac{4}{3}, \frac{6}{4}, \dots, \frac{2n}{n+1}, \dots$$

2 . 次の極限を求めよ。
Find the next limit value.

れい だい 例題	もん だい 問題
$\lim_n (n^3 - n^2)$ $= \lim_n n^3 \left(1 - \frac{1}{n}\right)$ $=$ $\lim_n (n^2 - 3n^4)$ $= \lim_n n^4 \left(\frac{1}{n^2} - 3\right)$ $= -$	$\lim_n (n^3 - n)$
$\lim_n \frac{2n+1}{3n-1}$ $= \lim_n \frac{2 + \frac{1}{n}}{3 - \frac{1}{n}}$ $= \frac{2}{3}$	$\lim_n \frac{4n^2+1}{3n^2-1}$
$\lim_n \frac{2n+1}{n^2-1}$ $= \lim_n \frac{\frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}}{1 - \frac{1}{n^2}}$ $= 0$	$\lim_n \frac{n^2-1}{n^4+1}$

れい だい
例題

$$\lim_n (\sqrt{n^2+2n} - n)$$
$$= \lim_n \frac{(\sqrt{n^2+2n} - n)(\sqrt{n^2+2n} + n)}{\sqrt{n^2+2n} + n}$$
$$= \lim_n \frac{(n^2+2n) - n^2}{\sqrt{n^2+2n} + n} = \lim_n \frac{2n}{n\sqrt{1+\frac{2}{n}} + n}$$
$$= \lim_n \frac{2}{\sqrt{1+\frac{2}{n}} + 1} = 1$$

もん だい
問題

$$\lim_n (\sqrt{n^2+4n} - n)$$

れい だい
例題

$$\lim_n \frac{1}{n} \cos \frac{n}{3}$$
$$= \frac{1}{n} \cos \frac{n}{3} \rightarrow 0 \text{ より}$$
$$= \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} \cos \frac{n}{3} = \frac{1}{n}$$
$$\lim_n \left(-\frac{1}{n}\right) = 0, \lim_n \frac{1}{n} = 0 \text{ より}$$
$$\lim_n \frac{1}{n} \cos \frac{n}{3} = 0$$

もん だい
問題

$$\lim_n \frac{1}{n} \sin \frac{n}{4}$$

1. 次の数列の極限値をいえ。

れい だい
例題

$$\frac{1}{1}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \dots, \frac{n}{2n-1}, \dots$$
$$\lim_n \frac{n}{2n-1} = \lim_n \frac{1}{2-\frac{1}{n}} = \frac{1}{2}$$

もん だい
問題

$$\frac{2}{1}, \frac{4}{3}, \frac{6}{5}, \dots, \frac{2n}{2n-1}, \dots$$

2. 次の極限を求めよ。

れい だい 例題	もん だい 問題
$\lim_n (2n^2 - n^3)$ $= \lim_n n^3 \left(\frac{2}{n} - 1 \right)$ $= -$	$\lim_n (n^3 - n)$
$\lim_n (n^4 - 3n^2)$ $= \lim_n n^4 \left(1 - \frac{3}{n^2} \right)$ $=$	$\lim_n (n^3 - 4n^2)$
$\lim_n \frac{2n-1}{n+1}$ $= \lim_n \frac{2-\frac{1}{n}}{1+\frac{1}{n}}$ $= \frac{2}{1} = 2$	$\lim_n \frac{2n^2-1}{4n^2-1}$
$\lim_n \frac{n^2+1}{2n-1}$ $= \lim_n \frac{n+\frac{1}{n}}{2-\frac{1}{n}}$ $=$	$\lim_n \frac{n^4-1}{n^2+1}$

3. 次の極限を求めよ。

れい だい
例題

$$\lim_n (\sqrt{n^2 - 4n} - n)$$
$$= \lim_n \frac{(\sqrt{n^2 - 4n} - n)(\sqrt{n^2 - 4n} + n)}{\sqrt{n^2 - 4n} + n}$$
$$= \lim_n \frac{(n^2 - 4n) - n^2}{\sqrt{n^2 - 4n} + n} = \lim_n \frac{-4n}{n\sqrt{1 - \frac{4}{n}} + n}$$
$$= \lim_n \frac{-4}{\sqrt{1 - \frac{4}{n}} + 1} = -2$$

もん だい
問題

$$\lim_n (\sqrt{n^2 - n} - n)$$

れい だい
例題

$$\lim_n \frac{1}{n} \sin \frac{n}{6}$$
$$= 1 \cdot \sin \frac{n}{6} = 1 \text{ より}$$
$$= \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} \sin \frac{n}{6} = \frac{1}{n}$$
$$\lim_n \left(-\frac{1}{n} \right) = 0, \lim_n \frac{1}{n} = 0 \text{ より}$$
$$\lim_n \frac{1}{n} \sin \frac{n}{6} = 0$$

もん だい
問題

$$\lim_n \frac{1}{n} \cos \frac{n}{12}$$

1 . 次の数列の極限値をいえ。

れい だい
例題

$$\frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \dots, \frac{n+1}{2n+1}, \dots$$
$$\lim_n \frac{n+1}{2n+1} = \lim_n \frac{1 + \frac{1}{n}}{2 + \frac{1}{n}} = \frac{1}{2}$$

もん だい
問題

$$\frac{1}{1}, \frac{3}{4}, \frac{5}{7}, \dots, \frac{2n-1}{3n-2}, \dots$$

2 . 次の極限を求めよ。

れい だい 例題	もん だい 問題
$\lim_n (3n^2 - 2n^3)$ $= \lim_n n^3 \left(\frac{3}{n} - 2 \right)$ $= -$	$\lim_n (n^4 - n^2)$
$\lim_n (n^4 - 2n)$ $= \lim_n n^4 \left(1 - \frac{2}{n^3} \right)$ $=$	$\lim_n (n - 4n^3)$
$\lim_n \frac{n^2 - 2}{n + 2}$ $= \lim_n \frac{n - \frac{2}{n}}{1 + \frac{2}{n}}$ $=$	$\lim_n \frac{n^3 - 1}{4n^2 - 1}$
$\lim_n \frac{n + 1}{n^2 + 1}$ $= \lim_n \frac{1 + \frac{1}{n}}{n + \frac{1}{n}}$ $= 0$	$\lim_n \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}$

3 . 次の極限を求めよ。

れい だい
例題

$$\lim_n (\sqrt{n^2 + 2n} + n)$$
$$= \lim_n \frac{(\sqrt{n^2 + 2n} + n)(\sqrt{n^2 + 2n} - n)}{\sqrt{n^2 + 2n} - n}$$
$$= \lim_n \frac{(n^2 + 2n) - n^2}{\sqrt{n^2 + 2n} + n} = \lim_n \frac{2n}{n\sqrt{1 + \frac{2}{n}} + n}$$
$$= \lim_n \frac{2}{\sqrt{1 + \frac{2}{n}} + 1} = 1$$

もん だい
問題

$$\lim_n (\sqrt{n^2 - 3n} + n)$$

れい だい
例題

$$\lim_n \frac{1}{n} \sin \frac{n}{5}$$
$$= 1 \cdot \sin \frac{n}{5} = 1 \text{ より}$$
$$= \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} \sin \frac{n}{5} = \frac{1}{n}$$
$$\lim_n \left(-\frac{1}{n} \right) = 0, \lim_n \frac{1}{n} = 0 \text{ より}$$
$$\lim_n \frac{1}{n} \sin \frac{n}{5} = 0$$

もん だい
問題

$$\lim_n \frac{1}{n} \sin \frac{n}{4}$$