

1. 次の関数の逆関数を求めよ。

Find the inverse of the following function.
2. 次の関数の逆関数を求めよ。

Find the inverse of the following function.

例題① $y = 2x + 1 \quad (0 \leq x \leq 2)$

$y = 2x + 1$ の値域は $1 \leq y \leq 5$

x について解くと $x = \frac{y - 1}{2}$

x と y を入れ替えて $y = \frac{x - 1}{2} \quad (1 \leq x \leq 5)$

問題① $y = \frac{1}{2}x - 1 \quad (2 \leq x \leq 4)$

例題② $y = \sqrt{x + 4} \quad (x \geq -4)$

$y = \sqrt{x + 4}$ の値域は $y \geq 0$

x について解くと $x = y^2 - 4$

x と y を入れ替えて $y = x^2 - 4 \quad (x \geq 0)$

問題② $y = \sqrt{2x + 1} \quad (x \geq 0)$

例題③ $y = 4^x$

$y = 4^x$ の値域は $y > 0$

x について解くと $x = \log_4 y$

x と y を入れ替えて $y = \log_4 x \quad (x > 0)$

問題③ $y = 10^x$

例題 $y = \frac{x - 1}{x + 1}$ の逆関数を求めよ。

$y = \frac{x - 1}{x + 1} = \frac{-2}{x + 1} + 1$ より 値域は $y \neq 1$

$y(x + 1) = x - 1$ より $x(y - 1) = -y - 1$

$y \neq 1$ であるから $x = \frac{-y - 1}{y - 1}$

x と y を入れ替えて $y = \frac{-x - 1}{x - 1}$

問題 $y = \frac{-x - 1}{x - 1}$ の逆関数を求めよ。

3. 次の合成関数 $(f \circ g)(x)$ を求めよ。

Find the following composite function $(f \circ g)(x)$.

例題 $f(x) = 2^x, g(x) = \log_2 x$

$(f \circ g)(x) = 2^{\log_2 x}$ 2 を底とする対数をとると

$\log_2 (f \circ g)(x) = \log_2 2^{\log_2 x}$

$= \log_2 2^x \times \log_2 2 = \log_2 x$

したがって $(f \circ g)(x) = x$

問題① $f(x) = 3^x, g(x) = \log_3 x$

問題② $f(x) = x^2 - 4, g(x) = \sqrt{x + 4}$

1. 次の関数の逆関数を求めよ。

Find the inverse of the following function.
2. 次の関数の逆関数を求めよ。

Find the inverse of the following function.

例題①

$y = \frac{1}{3}x - 2 \quad (0 \leq x \leq 6)$

$y = \frac{1}{3}x - 2$ の値域は $-2 \leq y \leq 0$

x について解くと $x = 3y + 6$

x と y を入れ替えて $y = 3x + 6 \quad (-2 \leq x \leq 0)$

問題①

$y = \frac{1}{2}x - 1 \quad (2 \leq x \leq 4)$

例題②

$y = \sqrt{x - 1} \quad (x \geq 1)$

$y = \sqrt{x - 1}$ の値域は $y \geq 0$

x について解くと $x = y^2 + 1$

x と y を入れ替えて $y = x^2 + 1 \quad (x \geq 0)$

問題②

$y = \sqrt{3x - 2} \quad (x \geq 1)$

例題③

$y = 5^{x+1}$

$y = 5^{x+1}$ の値域は $y > 0$

x について解くと $x = \log_5 y - 1$

x と y を入れ替えて $y = \log_5 x - 1 \quad (x > 0)$

問題③

$y = 4^{x-1}$

例題

$y = \frac{x + 1}{x - 1}$ の逆関数を求めよ。

$y = \frac{x + 1}{x - 1} = \frac{2}{x - 1} + 1$ より 値域は $y \neq 1$

$y(x - 1) = x + 1$ より $x(y - 1) = y + 1$

$y \neq 1$ であるから $x = \frac{y + 1}{y - 1}$

x と y を入れ替えて $y = \frac{x + 1}{x - 1}$

問題

$y = \frac{2x - 1}{x - 2}$ の逆関数を求めよ。

3. 次の合成関数 $(f \circ g)(x)$ を求めよ。

Find the following composite function $(f \circ g)(x)$.

例題

$f(x) = \log_2 x, g(x) = 2^x$

$(f \circ g)(x) = \log_2 2^x = x \log_2 2 = x$

問題①

$f(x) = \log_3 x, g(x) = 3^x$

問題②

$f(x) = \frac{1}{3}x - 2, g(x) = 3x + 6$

問題③

$f(x) = \sqrt{x - 1}, g(x) = x^2 + 1$

1. 次の関数の逆関数を求めよ。

Find the inverse of the following function.

例題①

$y = -\sqrt{x+1} \quad (x \geq -1)$

$y = -\sqrt{x+1}$ の値域は $y \leq 0$

x について解くと $x = y^2 - 1$

x と y を入れ替えて $y = x^2 - 1 \quad (x \leq 0)$

問題①

$y = x^2 + 1 \quad (x \geq 0)$

例題②

$y = \log_2(x+1) \quad (x \geq -1)$

$y = \log_2(x+1)$ の値域は すべての実数

x について解くと $x = 2^y - 1$

x と y を入れ替えて $y = 2^x - 1$

問題②

$y = 3^x + 1$

例題③

$y = \frac{2x-1}{x-1}$

$y = \frac{2x-1}{x-1} = \frac{1}{x-2} + 2$ より 値域は $y \neq 2$

$y(x-1) = 2x-1$ より $x(y-2) = y-1$

$y \neq 2$ であるから $x = \frac{y-1}{y-2}$

x と y を入れ替えて $y = \frac{x-1}{x-2}$

問題③

$y = \frac{x-1}{x-2}$

2. $f(x) = ax + b$ の a, b の値を求めよ。

Find the values of a and b in $f(x) = ax + b$.

例題

$f(1) = 3, f^{-1}(7) = 3$

$f^{-1}(7) = 3$ より $f(3) = 7$

$f(3) = a \times 3 + b = 7 \quad a + b = 7 \quad \cdots \textcircled{1}$

$f(1) = a \times 1 + b = 3 \quad a + b = 3 \quad \cdots \textcircled{2}$

① - ② より, $2a = 4, a = 2$

② に代入して $2 + b = 3, b = 1$

したがって, $a = 2, b = 1$

問題

$f(2) = 5, f^{-1}(8) = 3$

3. 次の合成関数 $(f \circ g)(x), (g \circ f)(x)$ を求めよ。

Find the following composite function $(f \circ g)(x)$ and $(g \circ f)(x)$.

例題

$f(x) = x - 2, g(x) = 2x + 4$

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = (2x + 4) - 2 = 2x + 2$

$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = 2(x - 2) + 4 = 2x$

問題①

$f(x) = x^2 + 2 \quad (x \geq 0), g(x) = \sqrt{x-2}$

問題②

$f(x) = \frac{x}{x-1}, g(x) = 1 + \frac{1}{x}$

