

1. 極座標が次のような点の直交座標を求めよ。
Find the Cartesian coordinates of a point whose polar coordinates are as follows.

例題 $(4, \frac{\pi}{3})$

$$x = 4 \times \cos \frac{\pi}{3} = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$
$$y = 4 \times \sin \frac{\pi}{3} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$
よって 直交座標は $(2, 2\sqrt{3})$

問題① $(\sqrt{3}, \frac{\pi}{6})$

問題② $(6, \pi)$

2. 直交座標が次のような点の極座標を求めよ。
ただし、偏角 θ の範囲は $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。
Find the polar coordinates of a point whose Cartesian coordinates are as follows.
However, the range of the declination angle θ is $0 \leq \theta < 2\pi$.

例題 $(2, -2\sqrt{3})$

$$r = \sqrt{2^2 + (-2\sqrt{3})^2} = \sqrt{16} = 4$$
$$\cos \theta = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$
$$\sin \theta = \frac{-2\sqrt{3}}{4} = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \theta = \frac{5\pi}{3}$$
よって、極座標は $(4, \frac{5\pi}{3})$

問題① $(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$

問題② $(-\sqrt{3}, 1)$

3. 次の直線・曲線の極方程式を求めよ。
Find the polar equation of the following lines and curves.

例題	問題
<div>① 極 O を中心とする 半径 4 の円</div> <div>$r = 4$</div>	<div>① 極 O を中心とする 半径 3 の円</div>
<div>② 始線 OX 上の点 $(4, 0)$ を通り、始線に垂直な 直線</div> <div>$r = \frac{4}{\cos \theta}$</div> <div></div>	<div>② 始線 OX 上の点 $(2, 0)$ を通り、始線に垂直な 直線</div>
<div>③ 極座標が $(2, \frac{\pi}{2})$ を通り、始線に平行な 直線</div> <div>$r = \frac{2}{\sin \theta}$</div> <div></div>	<div>③ 極座標が $(4, \frac{\pi}{2})$ を通り、始線に平行な 直線</div>

4. 次の曲線を極方程式で表せ。
曲線上の点 $P(x, y)$ の極座標を (r, θ) とする。
Express the following curve as a polar equation.

例題 $x^2 + (y - 2)^2 = 4$

$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta$$
 を代入すると
$$(r \cos \theta)^2 + (r \sin \theta - 2)^2 = 4$$
$$r^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) - 4r \sin \theta + 4 = 4$$
$$r(r - 4 \sin \theta) = 0$$
$$r = 0 \text{ は } r - 4 \sin \theta = 0 \text{ を含むので}$$
$$r = 4 \sin \theta$$

問題 $x^2 - 2x + y^2 = 0$

1. 極座標が次のような点の直交座標を求めよ。
Find the Cartesian coordinates of a point whose polar coordinates are as follows.

例題 $(6, \frac{2\pi}{3})$

$x = 6 \times \cos \frac{2\pi}{3} = 6 \times (-\frac{1}{2}) = -3$

$y = 6 \times \sin \frac{2\pi}{3} = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$

よって 直交座標は $(-3, 3\sqrt{3})$

問題① $(\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4})$

問題② $(4, \frac{7\pi}{6})$

2. 直交座標が次のような点の極座標を求めよ。
ただし、偏角 θ の範囲は $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。
Find the polar coordinates of a point whose Cartesian coordinates are as follows.
However, the range of the declination angle θ is $0 \leq \theta < 2\pi$.

例題 $(-3, -3\sqrt{3})$

$r = \sqrt{(-3)^2 + (-3\sqrt{3})^2} = \sqrt{36} = 6$

$\cos \theta = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}$

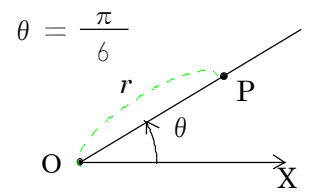
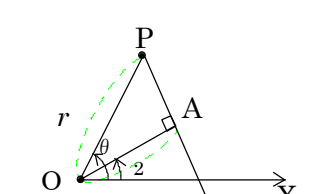
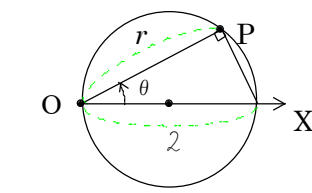
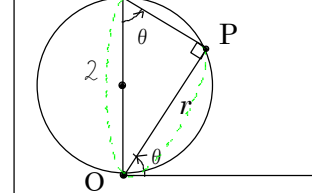
$\sin \theta = \frac{-3\sqrt{3}}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \theta = \frac{2\pi}{3}$

よって、極座標は $(6, \frac{2\pi}{3})$

問題① $(-2, 2)$

問題② $(-2\sqrt{3}, 2)$

3. 次の直線・曲線の極方程式を求めよ。
Find the polar equation of the following lines and curves.

例題	問題
<p>① 極 O を通り、始線 OX と $\frac{\pi}{6}$ をなす直線</p> <p>$\theta = \frac{\pi}{6}$</p> 	<p>① 極 O を通り、始線 OX と $\frac{\pi}{4}$ をなす直線</p>
<p>② 極座標が $A(2, \frac{\pi}{6})$ を通り、OA に垂直な直線</p> <p>$\cos(\theta - \frac{\pi}{6}) = \frac{2}{r}$</p> <p>$r \cos(\theta - \frac{\pi}{6}) = 2$</p> 	<p>② 極座標が $A(4, \frac{\pi}{4})$ を通り、OA に垂直な直線</p>
<p>③ 中心の極座標が $(1, 0)$ である半径 1 の円</p> <p>$\cos \theta = \frac{2}{r}$</p> <p>$r = 2 \cos \theta$</p> 	<p>③ 中心の極座標が $(0, 1)$ である半径 1 の円</p> 

4. 次の極方程式の表す曲線を直交座標の x, y の式で表せ。極座標 $P(r, \theta)$ の直交座標を (x, y) とする。
Express the curve represented by the following polar equation in terms of x, y in Cartesian coordinates.

例題 $r^2 \sin \theta \cos \theta = 4$

$\sin \theta = \frac{y}{r}, \cos \theta = \frac{x}{r}$ を代入すると

$r^2 \times \frac{y}{r} \times \frac{x}{r} = 4 \quad \therefore xy = 4$

$y = \frac{4}{x}$ ※直角双曲線

問題 $r^2 (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) = -1$

1. 極座標が次のような点の直交座標を求めよ。
Find the Cartesian coordinates of a point whose polar coordinates are as follows.

例題

$(4, -\frac{\pi}{6})$

$$x = 4 \times \cos \frac{\pi}{6} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$y = 4 \times \sin \frac{\pi}{6} = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

よって 直交座標は $(2\sqrt{3}, 2)$

問題

$(2, \frac{\pi}{3})$

2. 次の直線・曲線の極方程式を求めよ。
Find the polar equation of the following lines and curves.

<div>例題</div> <div>① 極座標が $A(4, \frac{\pi}{6})$ を通り, OAに垂直な直線</div> <div>$\cos(\theta - \frac{\pi}{6}) = \frac{2}{r}$</div> <div>$r \cos(\theta - \frac{\pi}{6}) = 2$</div> <div></div>	<div>問題</div> <div>① 極座標が $A(2, \frac{\pi}{3})$ を通り, OAに垂直な直線</div>
<div>② 極座標が $A(4, \frac{\pi}{6})$ の点と極 Oを両端とする円</div> <div>$\cos(\theta - \frac{\pi}{6}) = \frac{r}{4}$</div> <div>$r = 4 \cos(\theta - \frac{\pi}{6})$</div> <div></div>	<div>② 極座標が $A(2, \frac{\pi}{3})$ の点と極 Oを両端とする円</div>

3. 次の曲線を極方程式で表せ。
曲線上の点 P(x, y)の極座標を(r, θ)とする。
Express the following curve as a polar equation.

例題

$x^2 - y^2 = 4$

$x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$ を代入すると

$$(r \cos \theta)^2 - (r \sin \theta)^2 = 4$$

$$r^2 (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) = 4, \quad r^2 \cos 2\theta = 4$$

問題

$x^2 + y^2 = 4$

4. 次の極方程式で表す曲線を直交座標の式で表せ。
曲線上の点 P(r, θ)の直交座標を(x, y)とする。
Express the curve represented by the following polar equation in terms of x, y in Cartesian coordinates.

例題

$r = 2 \cos \theta$

両辺に r を掛けると $r^2 = 2 r \cos \theta$

$$r^2 = x^2 + y^2, \quad \cos \theta = \frac{x}{r}, \quad \sin \theta = \frac{y}{r} \text{ より}$$

$$x^2 + y^2 = 2 r \times \frac{x}{r} = 2 x$$

$$x^2 - 2 x + y^2 = 0$$

問題①

$r = 4 \sin \theta$

問題②

$r = 4 \sin \theta + 2 \cos \theta$