数学Ⅲ　極座標①　課題

(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　　　　　)

1. 極座標が次のような点の直交座標を求めよ。

Find the Cartesian coordinates of a point whose polar coordinates are as follows.

例題 $\left(4,\ \frac{\pi}{3}\right)$

$x = 4 \times \cos\frac{\pi}{3} = 4 \times \frac{1}{2} = 2$

$y = 4 \times \sin\frac{\pi}{3} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

よって 直交座標は $\left(2,\ 2\sqrt{3}\right)$

問題① $\left(\sqrt{3},\ \frac{\pi}{6}\right)$

問題② $\left(6,\ \pi\right)$

2. 直交座標が次のような点の極座標を求めよ。
ただし，偏角 θ の範囲は $0 \leqq \theta < 2\pi$ とする。

Find the polar coordinates of a point whose Cartesian coordinates are as follows.
However, the range of the declination angle θ is $0 \leqq \theta < 2\pi$.

例題 $\left(2,\ -2\sqrt{3}\right)$

$r = \sqrt{2^2 + \left(-2\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{16} = 4$

$\cos\theta = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$\sin\theta = \frac{-2\sqrt{3}}{4} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$,　$\theta = \frac{5\pi}{3}$

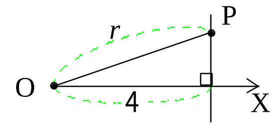
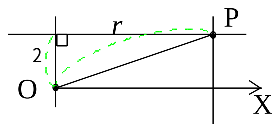
よって，極座標は $\left(4,\ \frac{5\pi}{3}\right)$

問題① $\left(-\sqrt{3},\ \sqrt{3}\right)$

問題② $\left(-\sqrt{3},\ 1\right)$

3. 次の曲線の極方程式を求めよ。

Find the polar equation of the following curve.

例題	問題
① 極 O を中心とする半径 4 の円 $r = 4$	① 極 O を中心とする半径 3 の円
② 始線 OX 上の点 $(4,\ 0)$ を通り，始線に垂直な直線 $r = \frac{4}{\cos\theta}$ 	② 始線 OX 上の点 $(2,\ 0)$ を通り，始線に垂直な直線
③ 極座標が $\left(2,\ \frac{\pi}{2}\right)$ を通り，始線に平行な直線 $r = \frac{2}{\sin\theta}$ 	③ 極座標が $\left(4,\ \frac{\pi}{2}\right)$ を通り，始線に平行な直線

4. 次の曲線を極方程式で表せ。
曲線上の点 $P(x,\ y)$ の極座標を $(r,\ \theta)$ とする。

Express the following curve as a polar equation.

例題　$x^2 + (y-2)^2 = 4$

$x = r\cos\theta$，$y = r\sin\theta$ を代入すると

$(r\cos\theta)^2 + (r\sin\theta - 2)^2 = 4$

$r^2\left(\cos^2\theta + \sin^2\theta\right) - 4r\sin\theta = 0$

$r(r - 4\sin\theta) = 0$

$r = 0$ は $r - 4\sin\theta = 0$ を含むので

$r = 4\sin\theta$

問題　$x^2 - 2x + y^2 = 0$

数学Ⅲ　極座標②　課題

(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　　　)

1．極座標が次のような点の直交座標を求めよ。

例題 $\left(6,\ \dfrac{2\pi}{3}\right)$

$x = 6\times\cos\dfrac{2\pi}{3} = 6\times\left(-\dfrac{1}{2}\right) = -3$

$y = 6\times\sin\dfrac{2\pi}{3} = 6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$

よって 直交座標は $\left(-3,\ 3\sqrt{3}\right)$

問題① $\left(\sqrt{2},\ \dfrac{3\pi}{4}\right)$

問題② $\left(4,\ \dfrac{7\pi}{6}\right)$

2．直交座標が次のような点の極座標を求めよ。
ただし，偏角θの範囲は $0 \leqq \theta < 2\pi$ とする。

例題 $\left(-3,\ -3\sqrt{3}\right)$

$r = \sqrt{(-3)^2 + (-3\sqrt{3})^2} = \sqrt{36} = 6$

$\cos\theta = \dfrac{-3}{6} = -\dfrac{1}{2}$

$\sin\theta = \dfrac{-3\sqrt{3}}{6} = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,　$\theta = \dfrac{2\pi}{3}$

よって，極座標は $\left(6,\ \dfrac{2\pi}{3}\right)$

問題① $(-2,\ 2)$

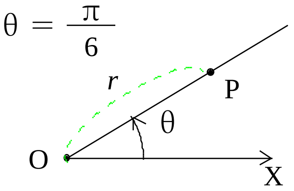
問題② $\left(-2\sqrt{3},\ 2\right)$

3．次の直線・曲線の極方程式を求めよ。

例題

① 極 O を通り，始線 OX と $\dfrac{\pi}{6}$ をなす直線

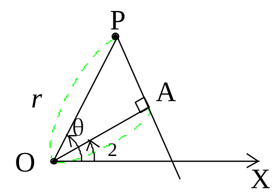
$\theta = \dfrac{\pi}{6}$



② 極座標が $A\left(2,\ \dfrac{\pi}{6}\right)$ を通り，OA に垂直な直線

$\cos\left(\theta - \dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{2}{r}$

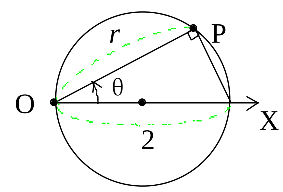
$r\cos\left(\theta - \dfrac{\pi}{6}\right) = 2$



③ 中心の極座標が $(1,\ 0)$ である半径 1 の円

$\cos\theta = \dfrac{2}{r}$

$r = 2\cos\theta$

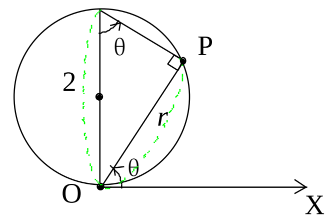


問題

① 極 O を通り，始線 OX と $\dfrac{\pi}{4}$ をなす直線

② 極座標が $A\left(4,\ \dfrac{\pi}{4}\right)$ を通り，OA に垂直な直線

③ 中心の極座標が $(0,\ 1)$ である半径 1 の円



4．次の極方程式の表す曲線を直交座標の $x,\ y$ の式で表せ。極座標 $P(r,\ \theta)$ の直交座標を $(x,\ y)$ とする。

例題 $r^2\sin\theta\cos\theta = 4$

$\sin\theta = \dfrac{y}{r}$，$\cos\theta = \dfrac{x}{r}$ を代入すると

$r^2\times\dfrac{y}{r}\times\dfrac{x}{r} = 4$　　$\therefore\ xy = 4$

$y = \dfrac{4}{x}$　　※直角双曲線

問題 $r^2\left(\cos^2\theta - \sin^2\theta\right) = -1$

数学Ⅲ　極座標③　課題　　　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　　　　　)

1．極座標が次のような点の直交座標を求めよ。

例題　$\left(4, \frac{\pi}{6}\right)$

$x = 4 \times \cos\frac{\pi}{6} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

$y = 4 \times \sin\frac{\pi}{6} = 4 \times \frac{1}{2} = 2$

よって　直交座標は$(2\sqrt{3}, 2)$

問題　$\left(2, \frac{\pi}{3}\right)$

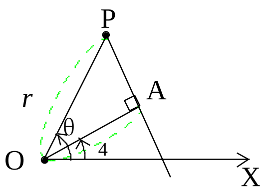
2．次の曲線の極方程式を求めよ。

例題

① 極座標が $\mathrm{A}\left(4, \frac{\pi}{6}\right)$ を通り, OA に垂直な直線

$\cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{2}{r}$

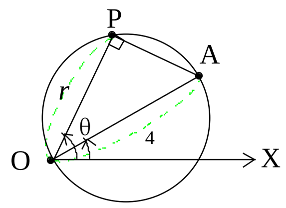
$r\cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) = 2$



② 極座標が $\mathrm{A}\left(4, \frac{\pi}{6}\right)$ の点と極 O を両端とする円

$\cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{r}{4}$

$r = 4\cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right)$



問題

① 極座標が $\mathrm{A}\left(2, \frac{\pi}{3}\right)$ を通り, OA に垂直な直線

② 極座標が $\mathrm{A}\left(2, \frac{\pi}{3}\right)$ の点と極 O を両端とする円

3．次の曲線を極方程式で表せ。
曲線上の点 $\mathrm{P}(x, y)$ の極座標を (r, θ) とする。

例題　$x^2 - y^2 = 4$

$x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$ を代入すると

$(r\cos\theta)^2 - (r\sin\theta)^2 = 4$

$r^2(\cos^2\theta - \sin^2\theta) = 4$　,　$r^2\cos 2\theta = 4$

問題　$x^2 + y^2 = 4$

4．次の極方程式で表す曲線を直交座標の式で表せ。
曲線上の点 $\mathrm{P}(r, \theta)$ の直交座標を (x, y) とする。

例題　$r = 2\cos\theta$

両辺に r を掛けると　$r^2 = 2r\cos\theta$

$r^2 = x^2 + y^2$, $\cos\theta = \frac{x}{r}$　,　$\sin\theta = \frac{y}{r}$ より

$x^2 + y^2 = 2r \times \frac{x}{r} = 2x$

$x^2 - 2x + y^2 = 0$

問題①　$r = 4\sin\theta$

問題②　$r = 4\sin\theta + 2\cos\theta$