数学Ⅲ　2次曲線(放物線)①　課題　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　)

1. 次の放物線の焦点と準線を求めよ。※ $y^2 = 4px$
Find the focus and directrix of the following parabola.

例題	問題
① $y^2 = x$ $y^2 = 4 \times \left(\frac{1}{4}\right) x$ 焦点 focus $\left(\frac{1}{4}, 0\right)$ 準線 directrix $x = -\frac{1}{4}$	① $y^2 = 8x$
② $y^2 = -2x$ $y^2 = 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) x$ 焦点 focus $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ 準線 directrix $x = \frac{1}{2}$	② $y^2 = -4x$
③ $y^2 = \frac{1}{2}x$ $y^2 = 4 \times \left(\frac{1}{8}\right) x$ 焦点 focus $\left(\frac{1}{8}, 0\right)$ 準線 directrix $x = -\frac{1}{8}$	③ $y^2 = \frac{1}{4}x$

2. 次の放物線の方程式を求めよ。
Find the equation of the following parabola.

例題	問題
① 焦点 focus $(3, 0)$ 準線 directrix $x = -3$ $y^2 = 4 \times (3) x$ $y^2 = 12x$	① 焦点 $(4, 0)$ 準線 $x = -4$
② 焦点 focus $(-2, 0)$ 準線 directrix $x = 2$ $y^2 = 4 \times (-2) x$ $y^2 = -8x$	② 焦点 $\left(\frac{1}{4}, 0\right)$ 準線 $x = -\frac{1}{4}$

3. 次の放物線の焦点と準線を求めよ。※ $x^2 = 4py$
Find the focus and directrix of the following parabola.

例題	問題
① $x^2 = 3y$ $x^2 = 4 \times \left(\frac{3}{4}\right) y$ 焦点 focus $\left(0, \frac{3}{4}\right)$ 準線 directrix $y = -\frac{3}{4}$	① $x^2 = 2y$
② $x^2 = y$ $x^2 = 4 \times \left(\frac{1}{4}\right) y$ 焦点 focus $\left(0, \frac{1}{4}\right)$ 準線 directrix $y = -\frac{1}{4}$	② $x^2 = 4y$
③ $x^2 = -y$ $x^2 = 4 \times \left(-\frac{1}{4}\right) y$ 焦点 focus $\left(0, -\frac{1}{4}\right)$ 準線 directrix $y = \frac{1}{4}$	② $x^2 = -8y$

4. 次の放物線の方程式を求めよ。
Find the equation of the following parabola.

例題	問題
① 焦点 focus $(0, 2)$ 準線 directrix $y = -2$ $x^2 = 4 \times (2) y$ $x^2 = 8y$	① 焦点 $(0, 6)$ 準線 $y = -6$
② 焦点 focus $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$ 準線 directrix $y = \frac{1}{2}$ $x^2 = 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) y$ $x^2 = -2y$	② 焦点 $\left(0, -\frac{1}{8}\right)$ 準線 $y = \frac{1}{8}$

数学Ⅲ　2次曲線(放物線)②　課題

(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　　　　　)

1. 次の放物線の焦点と準線を求めよ。※ $y^2 = 4px$

例題	問題
① $y^2 = 9x$ $y^2 = 4 \times \left(\dfrac{9}{4}\right) x$ 焦点 $\left(\dfrac{9}{4}, 0\right)$ 準線　$x = -\dfrac{9}{4}$	① $y^2 = x$
② $y^2 = -4x$ $y^2 = 4 \times \left(-1\right) x$ 焦点 $\left(-1, 0\right)$ 準線　$x = 1$	② $y^2 = -2x$

2. 次の放物線の方程式を求めよ。

例題	問題
① 焦点 $(2, 0)$ 準線　$x = -2$ $y^2 = 4 \times \left(2\right) x$ $y^2 = 8x$	① 焦点 $(1, 0)$ 準線　$x = -1$
② 頂点を原点Oとし，焦点が x 軸上にあり，点 $(1, 2)$ を通る。 頂点を原点で焦点が x 軸上であるから 式を $y^2 = 4px$ とおく。 点 $(1, 2)$ を通るから $2^2 = 4p \times 1$ $p = 1$ になり 放物線の方程式は $y^2 = 4x$	② 頂点を原点Oとし，焦点が x 軸上にあり点 $(1, 4)$ を通る。

3. 次の放物線の焦点と準線を求めよ。※ $x^2 = 4py$

例題	問題
① $x^2 = 5y$ $x^2 = 4 \times \left(\dfrac{5}{4}\right) y$ 焦点 $\left(0, \dfrac{5}{4}\right)$ 準線　$y = -\dfrac{5}{4}$	① $x^2 = 4y$
② $x^2 = -y$ $x^2 = 4 \times \left(-\dfrac{1}{4}\right) y$ 焦点 $\left(0, -\dfrac{1}{4}\right)$ 準線　$y = \dfrac{1}{4}$	② $x^2 = -8y$

4. 次の放物線の方程式を求めよ。

例題	問題
① 焦点 $(0, 2)$ 準線　$y = -2$ $x^2 = 4 \times \left(2\right) y$ $x^2 = 8y$	① 焦点 $(0, 3)$ 準線　$y = -3$
② 頂点を原点Oとし，焦点が y 軸上にあり，点 $(4, 1)$ を通る。 頂点を原点で焦点が x 軸上であるから 式を $x^2 = 4py$ とおく。 点 $(4, 1)$ を通るから $4^2 = 4p \times 1$ $p = 4$ になり 放物線の方程式は $x^2 = 16y$	② 頂点を原点Oとし，焦点が y 軸上にあり点 $(2, 1)$ を通る。

数学Ⅲ　2次曲線(放物線)③　課題

(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　　　　　)

1. 次の放物線の焦点と準線を求めよ。※ $y^2 = 4px$

例題	問題
① $y^2 = 12x$ $y^2 = 4 \times (3)x$ 焦点 $(3, 0)$ 準線 $x = -3$	① $y^2 = 8x$ 焦点 準線
② $y^2 = -4x$ $y^2 = 4 \times (-1)x$ 焦点 $(-1, 0)$ 準線 $x = 1$	② $y^2 = -2x$ 焦点 準線

2. 次の点Pの軌跡の方程式を求めよ。

例題　点$(2, 0)$と直線 $x = -2$ から等距離にある点P

点P(x, y)から直線 $x = -2$ の距離は $|x + 2|$

点P(x, y)と点$(2, 0)$の距離は$\sqrt{(x-2)^2 + y^2}$

距離が等しいので，距離の2乗も等しい。

$(x + 2)^2 = (x - 2)^2 + y^2$

式を整理すると，$y^2 = 8x$

$y^2 = 8x$ 上の点は，条件を満たす。

よって，求める方程式は $y^2 = 8x$

問題　点$(1, 0)$と直線 $x = -1$ から等距離にある点P

3. 次の放物線の焦点と準線を求めよ。※ $y^2 = 4px$

例題	問題
① $x^2 = 12y$ $x^2 = 4 \times (3)y$ 焦点 $(0, 3)$ 準線 $x = -3$	① $x^2 = 4y$ 焦点 準線
② $x^2 = -8y$ $x^2 = 4 \times (-2)y$ 焦点 $(0, -2)$ 準線 $y = 2$	② $x^2 = -y$ 焦点 準線

4. 次の点Pの軌跡の方程式を求めよ。

例題　点$(0, 3)$と直線 $y = -3$ から等距離にある点P

点P(x, y)から直線 $y = -3$ の距離は $|y + 3|$

点P(x, y)と点$(0, 3)$の距離は$\sqrt{x^2 + (y-3)^2}$

距離が等しいので，距離の2乗も等しい。

$(y + 3)^2 = x^2 + (y - 3)^2$

式を整理すると，$x^2 = 12y$

$x^2 = 12y$ 上の点は，条件を満たす。

よって，求める方程式は $x^2 = 12y$

問題　点$(0, -2)$と直線 $y = 2$ から等距離にある点P

数学Ⅲ　2次曲線(楕円)①　課題

(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　)

1．次の楕円の焦点の座標，長軸と短軸の長さを求めよ。

Find the coordinates of the focus and the lengths of the major and minor axes of the following ellipse.

例題	問題
① $\dfrac{x^2}{5^2}+\dfrac{y^2}{4^2}=1$ 焦点 focus $\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3$ より $(3,0),(-3,0)$ 長軸の長さ the lengths of major axis $2\times 5=10$ 短軸の長さ the lengths of minor axis $2\times 4=8$	① $\dfrac{x^2}{5^2}+\dfrac{y^2}{3^2}=1$
② $x^2+\dfrac{y^2}{3^2}=1$ 焦点 focus $\sqrt{3^2-1^2}=\sqrt{8}$ より $(0,\sqrt{8}),(0,-\sqrt{8})$ 長軸の長さ the lengths of major axis $2\times 3=6$ 短軸の長さ the lengths of minor axis $2\times 1=2$	② $\dfrac{x^2}{2^2}+\dfrac{y^2}{4^2}=1$
③ $x^2+4y^2=4$ $\dfrac{x^2}{2^2}+\dfrac{y^2}{1^2}=1$ 焦点 focus $\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$ より $(\sqrt{3},0),(-\sqrt{3},0)$ 長軸の長さ the lengths of major axis $2\times 2=4$ 短軸の長さ the lengths of minor axis $2\times 1=2$	③ $16x^2+y^2=16$

2．次の楕円の方程式を求めよ。

Find the equation of the following ellipse.

例題　2点$(4,0),(-4,0)$を焦点とし，焦点からの距離の和が10である楕円の方程式を求めよ。

Find the equation of an ellipse whose focus are two points (4, 0) and (−4, 0), and whose sum of distances from the focus is 10.

求める方程式を $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ とおく。$a>b$

焦点からの距離の和は　$2a=10$　より　$a=5$

焦点の座標より　$\sqrt{a^2-b^2}=4$

$b^2=a^2-4^2=25-16=9$

求める方程式は $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$

問題　2点$(\sqrt{8},0),(-\sqrt{8},0)$を焦点とし，焦点から距離の和が6である楕円の方程式を求めよ。

3．円 $x^2+y^2=4^2$ を，x 軸をもとにして，拡大・縮小して得られる楕円の方程式を求めよ。

Find the equation of the ellipse obtained by expanding or contracting the circle $x^2+y^2=4^2$ based on the x-axis.

例題　y 軸方向に $\dfrac{3}{2}$ 倍　$\left(\dfrac{6}{4}\text{倍}\right)$

$x^2+y^2=a^2$ を x 軸をもとにして $\dfrac{b}{a}$ 倍すると

$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ になるから

求める方程式は $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{36}=1$

問題　y 軸方向に $\dfrac{1}{2}$ 倍

数学Ⅲ　2次曲線(楕円)②　課題

(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　)

1．次の楕円の焦点の座標，長軸と短軸の長さを求めよ。

例題	問題
① $\dfrac{x^2}{3^2}+\dfrac{y^2}{2^2}=1$ 焦点 $\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$ より $(\sqrt{5}\ ,0),(-\sqrt{5}\ ,0)$ 長軸の長さ $2\times 3=6$ 短軸の長さ $2\times 2=4$	① $\dfrac{x^2}{4^2}+\dfrac{y^2}{2^2}=1$
② $x^2+\dfrac{y^2}{4}=1$ 焦点 $\sqrt{4-1}=\sqrt{3}$ より $(0,\sqrt{3}\ ),(0,-\sqrt{3}\ )$ 長軸の長さ $2\times\sqrt{4}=4$ 短軸の長さ $2\times 1=2$	② $x^2+\dfrac{y^2}{9}=1$
③ $x^2+9y^2=9$ $\dfrac{x^2}{3^2}+\dfrac{y^2}{1^2}=1$ 焦点 $\sqrt{3^2-1^2}=\sqrt{8}$ より $(\sqrt{8}\ ,0\ ),(-\sqrt{8}\ ,0)$ 長軸の長さ $2\times 3=6$ 短軸の長さ $2\times 1=2$	③ $25x^2+y^2=25$

2．次の楕円の方程式を求めよ。

例題　2点$(3,0),(-3,0)$を焦点とし，焦点からの距離の和が10である楕円の方程式を求めよ。

求める方程式を $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ とおく。$a>b$

焦点からの距離の和は　$2a=10$　より　$a=5$

焦点の座標より　$\sqrt{a^2-b^2}=3$

$b^2=a^2-3^2=25-9=16$

求める方程式は $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$

問題　2点$(\sqrt{3}\ ,0),(-\sqrt{3},0)$を焦点とし，焦点から距離の和が4である楕円の方程式を求めよ。

3．円 $x^2+y^2=3^2$ を，x 軸をもとにして，拡大・縮小して得られる楕円の方程式を求めよ。

例題　y 軸方向に $\dfrac{2}{3}$ 倍

$x^2+y^2=a^2$ を x 軸をもとにして $\dfrac{b}{a}$ 倍すると

$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$　になるから

求める方程式は $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$

問題　y 軸方向に $\dfrac{1}{3}$ 倍

数学Ⅲ　2次曲線(楕円)③　課題　　(　)年(　)組(　)番(　　　　　　)

1．次の楕円の焦点の座標，長軸と短軸の長さを求めよ。

例題	問題
① $\dfrac{x^2}{10^2}+\dfrac{y^2}{6^2}=1$ 焦点 $\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8$ $(8,0),(-8,0)$ 長軸の長さ $2\times 10=20$ 短軸の長さ $2\times 6=12$	① $\dfrac{x^2}{13^2}+\dfrac{y^2}{12^2}=1$
② $x^2+\dfrac{y^2}{3}=1$ 焦点 $\sqrt{3-1^2}=\sqrt{2}$ より $(0,\sqrt{2}),(0,-\sqrt{2})$ 長軸の長さ $2\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ 短軸の長さ $2\times 1=2$	② $x^2+\dfrac{y^2}{2}=1$
③ $4x^2+25y^2=100$ $\dfrac{x^2}{5^2}+\dfrac{y^2}{2^2}=1$ 焦点 $\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}$ より $(\sqrt{21},0),(-\sqrt{21},0)$ 長軸の長さ $2\times 5=10$ 短軸の長さ $2\times 2=4$	③ $9x^2+4y^2=36$

2．次の楕円の方程式を求めよ。

例題　2点$(0,6),(0,-6)$を焦点とし，焦点からの距離の和が 20 である楕円の方程式を求めよ。

求める方程式を $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ とおく。$a<b$

焦点からの距離の和は　$2b=20$　より　$b=10$

焦点の座標より　$\sqrt{b^2-a^2}=6$

$a^2=b^2-6^2=100-36=64$　　$\therefore a=8$

求める方程式は $\dfrac{x^2}{8^2}+\dfrac{y^2}{10^2}=1$

問題　2点$(0,3),(0,-3)$を焦点とし，焦点から距離の和が 10 である楕円の方程式を求めよ。

3．円 $x^2+y^2=5^2$ を，x 軸をもとにして，拡大・縮小して得られる楕円の方程式を求めよ。

例題　y 軸方向に $\dfrac{3}{5}$ 倍

$x^2+y^2=a^2$ を x 軸をもとにして $\dfrac{b}{a}$ 倍すると

$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$　になるから

求める方程式は $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$

問題　y 軸方向に $\dfrac{6}{5}$ 倍

数学Ⅲ　2次曲線(双曲線)① 課題　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　)

1. 次の双曲線の焦点，頂点と漸近線を求めよ。
Find the focus, vertex, and asymptote of the following hyperbola.

例題

① $\dfrac{x^2}{4^2}-\dfrac{y^2}{3^2}=1$

焦点 focus

$\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$ より

$(5,0),(-5,0)$

頂点 vertex

$(4,0),(-4,0)$

漸近線 asymptote

$\dfrac{x}{4}\pm\dfrac{y}{3}=0$

② $\dfrac{x^2}{2^2}-y^2=1$

焦点 focus

$\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$ より

$(\sqrt{5},0),(-\sqrt{5},0)$

頂点 vertex

$(2,0),(-2,0)$

漸近線 asymptote

$\dfrac{x}{2}\pm y=0$

③ $\dfrac{x^2}{3^2}-\dfrac{y^2}{4^2}=-1$

焦点 focus

$\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$ より

$(0,5),(0,-5)$

頂点 vertex

$(0,3),(0,-3)$

漸近線 asymptote

$\dfrac{x}{4}\pm\dfrac{y}{3}=0$

問題

① $\dfrac{x^2}{3^2}-\dfrac{y^2}{2^2}=1$

② $\dfrac{x^2}{3^2}-y^2=1$

③ $\dfrac{x^2}{8^2}-\dfrac{y^2}{6^2}=-1$

2. 次の双曲線の方程式を求めよ。
Find the equation of the following hyperbola.

例題① 2点$(5,0),(-5,0)$を焦点とし，焦点からの距離の差が8である双曲線の方程式を求めよ。
Find the equation of a hyperbola whose focus are two points (3, 0) and (−3, 0), and the difference in distance from the focus is 10.

求める方程式を $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ とおく。

焦点からの距離の差は $2a=8$ より $a=4$

焦点の座標より $\sqrt{a^2+b^2}=5$

$b^2=5^2-a^2=25-16=9$

求める方程式は $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$

問題① 2点$(4,0),(-4,0)$を焦点とし，焦点から距離の差が6である双曲線の方程式を求めよ。

例題② 漸近線が $y=\pm 2x$ で点$(2,0)$を通る。
The asymptote y=±2 x passes through the point (2, 0).

双曲線の方程式を $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ とおく。

点$(2,0)$を通るから $\dfrac{2^2}{a^2}-\dfrac{0^2}{b^2}=1$

漸近線の傾きが± 2であるから $\dfrac{b}{a}=2$

$a=2$，$b=4$ より $\dfrac{x^2}{2^2}-\dfrac{y^2}{4^2}=1$

問題② 漸近線が $y=\pm\dfrac{3}{4}x$ で点$(4,0)$を通る。

数学Ⅲ　2次曲線(双曲線)②　課題

(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　　　)

1. 次の双曲線の焦点, 頂点と漸近線を求めよ。

例題	問題
① $\dfrac{x^2}{5^2}-\dfrac{y^2}{4^2}=1$ 焦点 $\sqrt{5^2+4^2}=\sqrt{41}$ より $\left(\sqrt{41},0\right),\left(-\sqrt{41},0\right)$ 頂点 $\left(5,0\right),\left(-5,0\right)$ 漸近線 $\dfrac{x}{5}\pm\dfrac{y}{4}=0$	① $\dfrac{x^2}{4^2}-\dfrac{y^2}{3^2}=1$
② $x^2-\dfrac{y^2}{2}=1$ 焦点 $\sqrt{2+1}=\sqrt{3}$ より $\left(\sqrt{3},0\right),\left(-\sqrt{3},0\right)$ 頂点 $\left(1,0\right),\left(-1,0\right)$ 漸近線 $x\pm\dfrac{y}{\sqrt{2}}=0$	② $x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$
③ $\dfrac{x^2}{12^2}-\dfrac{y^2}{5^2}=-1$ 焦点 $\sqrt{12^2+5^2}=\sqrt{169}=13$ より $\left(0,13\right),\left(0,-13\right)$ 頂点 $\left(0,5\right),\left(0,-5\right)$ 漸近線 $\dfrac{x}{12}\pm\dfrac{y}{5}=0$	③ $\dfrac{x^2}{9^2}-\dfrac{y^2}{12^2}=-1$

2. 次の双曲線の方程式を求めよ。

例題① 2点$\left(0,4\right),\left(0,-4\right)$を焦点とし，焦点からの距離の差が 6 である双曲線の方程式を求めよ。

求める方程式を $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=-1$ とおく。

焦点からの距離の差は　$2b=6$　より　$b=3$

焦点の座標より　$\sqrt{a^2+b^2}=4$

$a^2=4^2-b^2=16-9=7$

求める方程式は $\dfrac{x^2}{7}-\dfrac{y^2}{9}=-1$

問題① 2点$\left(0,5\right),\left(0,-5\right)$を焦点とし，焦点から距離の差が 8 である双曲線の方程式を求めよ。

例題②　漸近線が $y=\pm\dfrac{1}{2}x$ で点$\left(2,0\right)$を通る。

双曲線の方程式を　$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$　とおく。

点$\left(2,0\right)$を通るから　$\dfrac{2^2}{a^2}-\dfrac{0^2}{b^2}=1$

漸近線の傾きが$\pm\dfrac{1}{2}$であるから　$\dfrac{b}{a}=\dfrac{1}{2}$

$a=2$，$b=1$ より　$\dfrac{x^2}{2^2}-\dfrac{y^2}{1^2}=1$

問題②　漸近線が $y=\pm\dfrac{4}{3}x$ で点$\left(3,0\right)$を通る。

数学Ⅲ　2次曲線(双曲線)③　課題　　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　)

1. 次の双曲線の焦点, 頂点と漸近線を求めよ。

例題	問題
① $\dfrac{x^2}{8^2}-\dfrac{y^2}{6^2}=1$ 焦点 $\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{100}=10$ $(10,0),(-10,0)$ 頂点 $(8,0),(-8,0)$ 漸近線 $\dfrac{x}{8}\pm\dfrac{y}{6}=0$	① $\dfrac{x^2}{12^2}-\dfrac{y^2}{5^2}=1$
② $\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{y^2}{4}=1$ 焦点 $\sqrt{5+4}=\sqrt{9}=3$ より $(3,0),(-3,0)$ 頂点 $(\sqrt{5},0),(-\sqrt{5},0)$ 漸近線 $\dfrac{x}{\sqrt{5}}\pm\dfrac{y}{2}=0$	② $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{7}=1$
③ $\dfrac{x^2}{3^2}-\dfrac{y^2}{4^2}=-1$ 焦点 $\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$ より $(0,5),(0,-5)$ 頂点 $(0,3),(0,-3)$ 漸近線 $\dfrac{x}{4}\pm\dfrac{y}{3}=0$	③ $\dfrac{x^2}{8^2}-\dfrac{y^2}{6^2}=-1$

2. 次の双曲線の方程式を求めよ。

例題 2点$(5,0),(-5,0)$を焦点とし，焦点からの距離の差が 6 である双曲線の方程式を求めよ。

求める方程式を $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ とおく。

焦点からの距離の差は　$2a=6$　より　$a=3$

焦点の座標より　$\sqrt{a^2+b^2}=5$

$b^2=5^2-a^2=25-9=16$

求める方程式は $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$

問題① 2点$(3,0),(-3,0)$を焦点とし，焦点から距離の差が 4 である双曲線の方程式を求めよ。

例題② 漸近線が $y=\pm 3x$ で点$(4,0)$を通る。

双曲線の方程式を $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ とおく。

点$(4,0)$を通るから $\dfrac{4^2}{a^2}-\dfrac{0^2}{b^2}=1$

漸近線の傾きが±3 であるから $\dfrac{b}{a}=3$

$a=4$，$b=12$ より $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{12}=1$

問題② 漸近線が $y=\pm 2x$ で点$(1,0)$を通る。