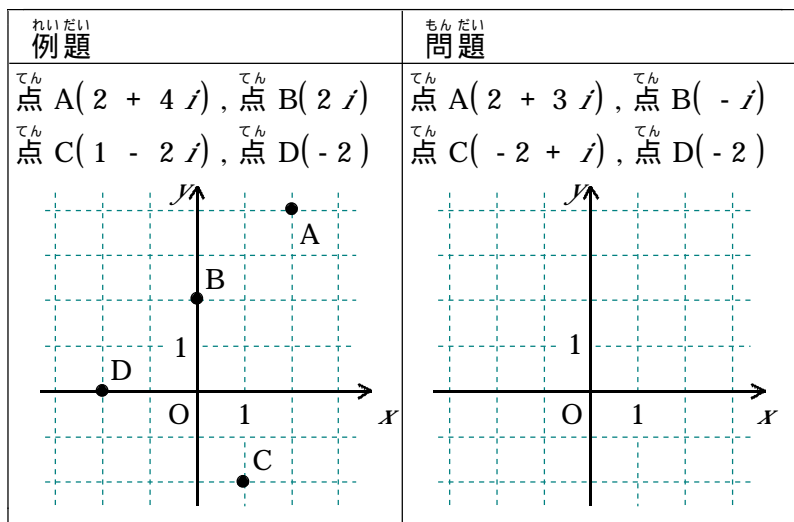


1. 複素数平面上に、次の点を図示しなさい。
Draw the following points on the complex plane.



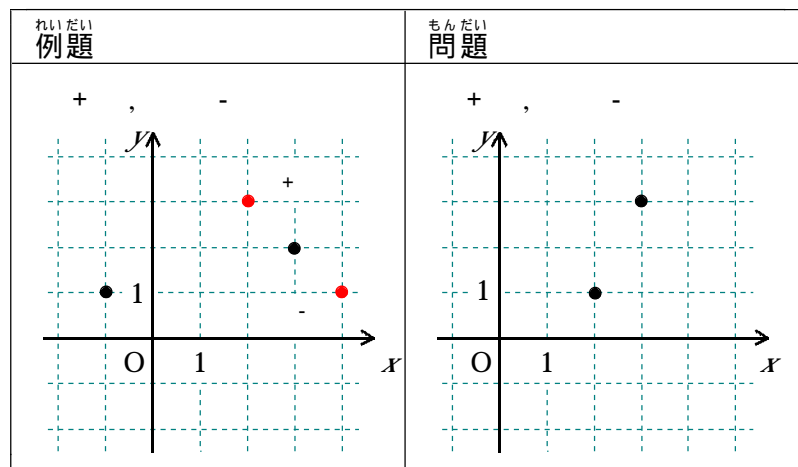
2. $z = a + bi$ において、次の問いに答えよ。
Answer the following questions at $z = a + bi$

例題	問題
a を z, \bar{z} で表せ。 <small>Express a by z and \bar{z}</small>	b を z, \bar{z} で表せ。 <small>Express b by z and \bar{z}</small>
$\bar{z} = a - bi$ より $z + \bar{z} = 2a$ $a = \frac{z + \bar{z}}{2}$	
z が実数と $z = \bar{z}$ が 同値なことを示せ。 <small>Show that z is a real number and $z = \bar{z}$ is equivalent.</small>	z が純虚数と $z = -\bar{z}$ が 同値なことを示せ。 <small>Show that z is a pure imaginary number and $z = -\bar{z}$</small>
z が実数なら $b=0$ になり、 $z = \bar{z} = a$ になる。 $z = \bar{z}$ のとき、 $b=0$ になり $z = a$ で z が実数になる。	

3. 次の複素数の絶対値を求めよ。
Find the absolute value of the following complex number.

例題	問題
- 3 <small>real number</small> $ -3 = 3$	5
2 i <small>pure imaginary number</small> $ 2i = 2$	- 4 i
1 - 2 i $ 1 - 2i = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}$	- 1 + 2 i

4. 次の図の複素数平面上の点について、次の点を図示せよ。
Draw the following points for the following points on the complex plane.



5. 次の2点間の距離を求めよ。
Find the distance between the following two points.

例題 A(1 + 2 i) , B(4 - 2 i) $AB = (4 - 2i) - (1 + 2i) = 3 - 4i $ $= \sqrt{3^2 + (-4)^2} = \sqrt{25} = 5$	
問題 C(- 2 + 5 i) , D(6 - i)	

6. 2点 A, B と原点 O が同一直線上にあるとき、実数 x を求めよ。
Find the real number x when two points A, B and the origin O are on the same straight line.

例題 A($x + 2i$) , B(4 - 2 i) $x + 2i = k(4 - 2i)$ から $x = 4k, \quad 2 = -2k$ よって、 $k = -1, \quad x = 4 \times (-1) = -4$	
問題 A($x + 3i$) , B(2 - i)	

7. 次の複素数の値を求めよ。
Find the value of the following complex number.

例題	問題
$\frac{1}{1+i} + \frac{1}{1-i}$ のとき、 を求めよ。 $\frac{1}{1+i} + \frac{1}{1-i} = \frac{1-i}{1-i^2} + \frac{1+i}{1-i^2} = \frac{1-i+1+i}{1-(-1)} = \frac{2}{2} = 1$	$\frac{1}{1+i} - \frac{1}{1-i}$ のとき、 を求めよ。 $\frac{1}{1+i} - \frac{1}{1-i} = \frac{1-i}{1-i^2} - \frac{1+i}{1-i^2} = \frac{1-i-1-i}{1-(-1)} = \frac{-2i}{2} = -i$

1. 複素数平面上に、次の点を図示しなさい。

例題	問題
<p>点 A(3 + i), 点 B(3 i)</p> <p>点 C(2 - i), 点 D(-3)</p>	<p>点 A(-3 + i), 点 B(- i)</p> <p>点 C(2 + 3 i), 点 D(3)</p>

2. 複素数 について、次のことを証明せよ。

<p>例題 $z = 1$ のとき、$z + \frac{1}{z}$ は実数である。</p> <p>$z = 1$ のとき、$z ^2 = 1$ であるから</p> <p>$\frac{1}{z} = \overline{z}$ すなわち $\frac{1}{z} = \overline{z}$</p> <p>よって $z + \frac{1}{z} = z + \overline{z}$</p> <p>$z + \overline{z}$ は実数であるから $z + \frac{1}{z}$ も実数である。</p> <p style="text-align: right;">Q.E.D</p>	<p>問題 $z = 1$ のとき、$z^2 + \frac{1}{z^2}$ は実数である。</p>
--	---

3. 次の複素数の絶対値を求めよ。

例題	問題
<p>-5 実数</p> <p>$-5 = 5$</p> <p>-3 i 純虚数</p> <p>$-3 i = 3$</p> <p>3 - i</p> <p>$3 - i$</p> <p>$= \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}$</p>	<p>7</p> <p>i</p> <p>-3 + 4 i</p>

4. 次の図の複素数平面上の点について、次の点を図示せよ。

例題	問題

5. 次の2点間の距離を求めよ。

<p>例題 A(-2 + 3 i), B(4 - 5 i)</p> <p>$AB = (4 - 5 i) - (-2 + 3 i) = 6 - 8 i$</p> <p>$= \sqrt{6^2 + (-8)^2} = \sqrt{100} = 10$</p>	<p>問題 C(-2 + 3 i), D(1 - i)</p>
---	---------------------------------

6. 2点 A, B と原点 O が同一直線上にあるとき、実数 x を求めよ。

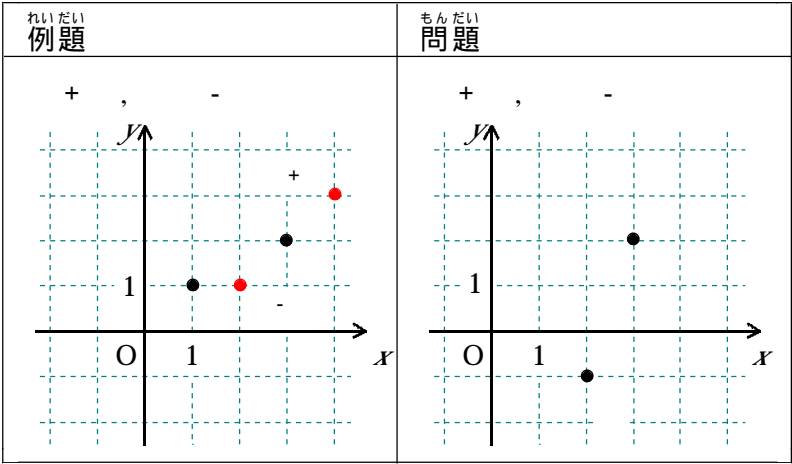
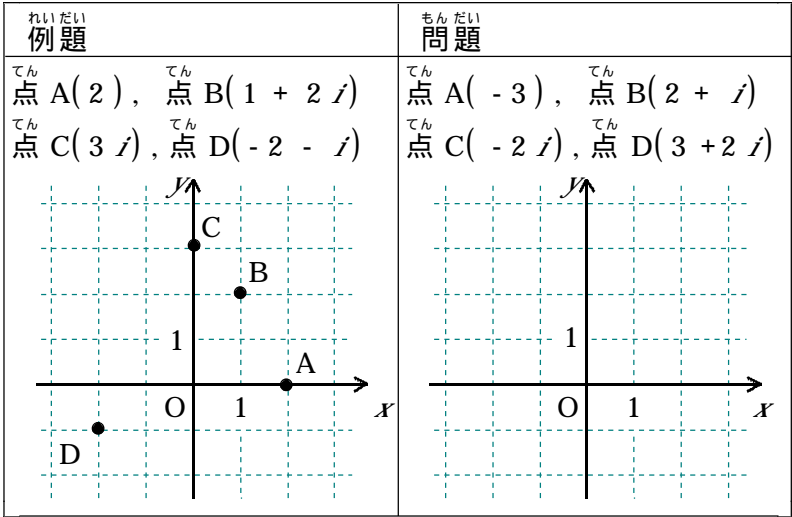
<p>例題 A(x + 4 i), B(2 - i)</p> <p>$x + 4 i = k(2 - i)$ から</p> <p>$x = 2 k, \quad 4 = -k$</p> <p>よって、$k = -4, \quad x = 2 \times (-4) = -8$</p>	<p>問題 A(x + 3 i), B(2 + i)</p>
---	--------------------------------

7. 次の複素数の値を求めよ。

例題	問題
<p>$\frac{1}{1 - i} = \frac{1 + i}{(1 - i)(1 + i)} = \frac{1 + i}{2}$</p> <p>$\frac{1}{1 + i} = \frac{1 - i}{(1 + i)(1 - i)} = \frac{1 - i}{2}$</p>	<p>$\frac{1}{1 - i} + \frac{1}{1 + i} = \frac{1 + i}{2} + \frac{1 - i}{2} = 1$</p> <p>$\frac{1}{1 - i} - \frac{1}{1 + i} = \frac{1 + i}{2} - \frac{1 - i}{2} = i$</p>

1. 複素数平面上に、次の点を図示しなさい。

3. 次の図の複素数平面上の点について、次の点を図示せよ。



2. 次の値を求めよ。

4. 次の2点間の距離を求めよ。

例題 $z = 2 - 3i$ のとき	問題 $z = 1 - 2i$ のとき
(1) \bar{z}	(1) \bar{z}
$= 2 + 3i$	
(2) $-\bar{z}$	(2) $-\bar{z}$
$= -2 - 3i$	
(3) $\frac{z + \bar{z}}{2}$	(3) $\frac{z + \bar{z}}{2}$
$= \frac{(2 - 3i) + (2 + 3i)}{2}$	
$= 2$	
(4) $\frac{z - \bar{z}}{2}$	(4) $\frac{z - \bar{z}}{2}$
$= \frac{(2 - 3i) - (2 + 3i)}{2}$	
$= -3i$	
(5) $ z $	(5) $ z $
$= \sqrt{2^2 + (-3)^2}$	
$= \sqrt{13}$	

例題 $z = 3i$ のとき	問題 $z = 2i$ のとき
(1) \bar{z}	(1) \bar{z}
$= -3i$	
(2) $-\bar{z}$	(2) $-\bar{z}$
$= -(-3i) = 3i$	
(3) $ z $	(3) $ z $
$= 3i = 3$	

例題 $A(2 + 4i), B(10 - 2i)$
$AB = (10 - 2i) - (2 + 4i) = 8 - 6i $ $= \sqrt{8^2 + (-6)^2} = \sqrt{100} = 10$
問題 $C(-2 + 5i), D(1 + i)$

5. 2点 A, B と原点 O が同一直線上にあるとき、実数 x を求めよ。

例題 $A(x + 3i), B(2 - i)$
$x + 3i = k(2 - i)$ から $x = 2k, \quad 3 = -k$ よって、 $k = -3, \quad x = 2 \times (-3) = -6$
問題 $A(x - 2i), B(2 + i)$

6. 次の複素数の値を求めよ。

例題	問題
$\frac{+}{-} + \frac{+}{-}$ $= 1 + 2i$ のとき、 $\frac{+}{-} + \frac{+}{-}$ を求めよ。	$\frac{-}{-} = 3 - i$ のとき、 $\frac{-}{-}$ を求めよ。
$\frac{+}{-} + \frac{+}{-} = 1 + 2i = 1 - 2i$	
$\frac{+}{-} + \frac{+}{-} = \frac{+}{-} + \frac{+}{-} = 1 - 2i$	

1. 次の複素数について答えよ。

3. 複素数 z が条件を満たすとき、次の値を求めよ。

例題	問題
$z = 1 + \sqrt{3}i$ のとき、 次の値を求めよ。 $ z $ $= \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$ \overline{z} $= 1 - \sqrt{3}i$ $z\overline{z}$ $= (1 + \sqrt{3}i)(1 - \sqrt{3}i)$ $= 1^2 - (\sqrt{3}i)^2 = 4$ $z + \overline{z}$ $= (1 + \sqrt{3}i) + (1 - \sqrt{3}i)$ $= 2$	$z = 2 + \sqrt{5}i$ のとき、 次の値を求めよ。 $ z $ \overline{z} $z\overline{z}$ $z + \overline{z}$

2. 次の複素数について答えよ。

例題	問題
$ z = 3$ かつ $ z - 4 = 3$ を満たす複素数 について、次の値を求めよ。 $z\overline{z}$ $z\overline{z} = z ^2 = 3^2 = 9$ $z + \overline{z}$ $ z - 4 ^2 = (z - 4)(\overline{z} - 4) = (z - 4)(\overline{z} - 4)$ $= z\overline{z} - 4(z + \overline{z}) + 16$ $= -4(z + \overline{z}) + 25 = 9$ $-4(z + \overline{z}) = -16$ より $z + \overline{z} = 4$	$ z = 2$ かつ $ z - 2 = 2$ を満たす複素数に ついて、次の値を求めよ。 $z\overline{z}$ $z + \overline{z}$

例題	条件
$ z = 3, w = 4, z + w = 5$ $ z + w ^2 = (z + w)(\overline{z + w})$ $= (z + w)(\overline{z} + \overline{w})$ $= z\overline{z} + z\overline{w} + w\overline{z} + w\overline{w}$ $= z ^2 + z\overline{w} + w\overline{z} + w ^2$ $= 3^2 + z\overline{w} + w\overline{z} + 4^2 = 5^2$ $z\overline{w} + w\overline{z} = 5^2 - 3^2 - 4^2 = 0$ $ z - w ^2 = (z - w)(\overline{z - w})$ $= (z - w)(\overline{z} - \overline{w})$ $= z\overline{z} - z\overline{w} - w\overline{z} + w\overline{w}$ $= z ^2 - (z\overline{w} + w\overline{z}) + w ^2$ $= 3^2 - 0 + 4^2 = 25$ $ z - w = 0$ より $ z - w = \sqrt{25} = 5$	$ z = 2, w = 3, z + w = 4$ $ z - w $

