

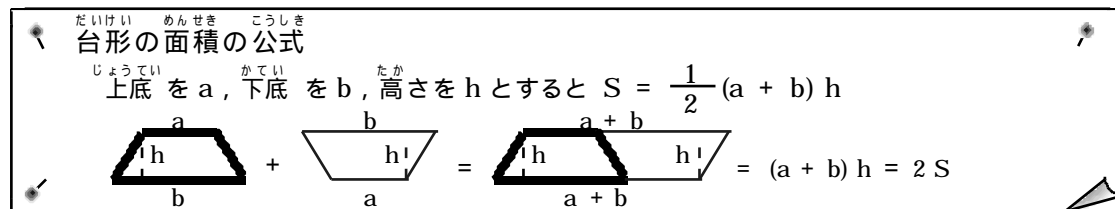
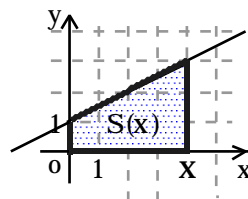
数学 定積分 ()年()組()番()

不定積分と面積

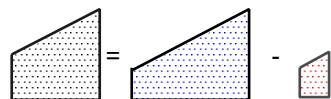
関数 $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$ のグラフと x 軸, y 軸および y 軸に

平行な直線でつくられる台形の面積 $S(x)$ を考える。

$$S(x) = \frac{1}{2} \left(\quad + \quad + \quad \right) x = \quad x^2 + x$$



$f(x)$ のグラフと x 軸および 2 直線 $x = a$, $x = b$ で囲まれた面積 S は, $S = S(\quad) - S(\quad)$ になる。



$$= \left(\quad + \quad \right) - \left(\quad + \quad \right)$$

$S(x)$ を微分すると, $S'(x) = \left(\quad + \quad \right)$ となり, $\left(\quad \right)$ と一致する。

したがって, $S(x)$ は $f(x)$ の不定積分 $\left(\frac{1}{2}x + 1 \right) dx = \quad x^2 + x + C$ のうちで,

$x = 0$ のとき, 値が 0 になるものであるから, $(C = \quad)$ になる。

定積分

面積 S の計算は, $f(x)$ の不定積分の $S(b) - S(a)$ の計算によって行える。

一般に, $f(x)$ の不定積分の一つを $F(x)$ とするとき, $F(x)$ に $x = b$ を代入した値から

$x = a$ を代入した値を引いた $F(b) - F(a)$ を $f(x)$ の a から b までの $\left(\quad \right)$ といい,

$\int_a^b f(x) dx$ で表す。 a をこの定積分の下端, b を上端という。

また, $F(b) - F(a)$ を $\left[F(x) \right]_a^b$ と表す。

$$f(x) dx = F(x) + C \text{ のとき } \int_a^b f(x) dx = \left[\quad \right] = \quad - \quad$$

積分定数 C は考えなくてよい。

$$\int_a^b \left(\frac{1}{2}x + 1 \right) dx = \left[\quad + \quad \right] =$$

定積分の性質

$$\int_a^a f(x) dx = 0$$

$$\int_b^a f(x) dx = - \int_a^b f(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

$$\int_b^a k f(x) dx = k \int_b^a f(x) dx$$

$$\int_a^b \{ f(x) + g(x) \} dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$$

問題 A $\int_a^b f(x) dx = F(x)$ のとき, 定積分の性質の \sim を証明せよ。

$$\int_a^a f(x) dx$$

$$\int_b^a f(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) dx$$

問題 B 次の定積分の計算をせよ。

$$(1) \int_{-1}^3 dx$$

$$(2) \int_{-1}^1 a dx$$

$$(3) \int_0^3 x dx$$

$$(4) \int_{-1}^1 x^2 dx$$

$$(5) \int_0^1 (3x^2 + 2x + 1) dx$$

$$(6) \int_{-1}^1 (x^2 + a) dx$$