

1. 次の  を埋めて、文 章を完成せよ。  
Fill in the blanks below to complete the sentences.

関数  $f(x) = 2x$  の不定積分  $F(x)$  は

$F(x) = 2x dx =$

である。 $x$  が 1 から 3 までの  $F(x)$  の変化量は

$F(3) - F(1) = ( \quad ) - ( \quad ) =$

になる。この変化量は積分定数  $C$  に関係しない。

関数  $f(x)$  の不定積分を  $F(x)$  とするとき  $F(b) - F(a)$  の値は積分定数  $C$  に関係しない。

この  $F(b) - F(a)$  を 関数  $f(x)$  の  $a$  から  $b$  までの  といい、 $\int_a^b f(x) dx$  で表す。

このとき、 $a$  を下端、 $b$  を  という。

また、 $F(b) - F(a)$  を  $\left[ F(x) \right]_a^b$  とも書く。

2. 次の定積分を計算せよ。 Compute the following definite integral.

<div>例題</div> <div><math>\int_1^3 dx</math></div> <div><math>dx = 1 dx</math></div> <div><math>= \left[ x \right]_1^3</math></div> <div><math>= 3 - 1 = 2</math></div>	<div>問題</div> <div><math>\int_1^4 dx</math></div>
<div><math>\int_1^3 x dx</math></div> <div><math>= \left[ \frac{x^2}{2} \right]_1^3</math></div> <div><math>= \frac{3^2}{2} - \frac{1^2}{2}</math></div> <div><math>= \frac{8}{2} = 4</math></div>	<div><math>\int_3^5 x dx</math></div>
<div><math>\int_{-1}^2 x^2 dx</math></div> <div><math>= \left[ \frac{x^3}{3} \right]_{-1}^2</math></div> <div><math>= \frac{2^3}{3} - \frac{(-1)^3}{3}</math></div> <div><math>= \frac{9}{3} = 3</math></div>	<div><math>\int_{-2}^4 x^2 dx</math></div>

3. 次の定積分を計算せよ。 Compute the following definite integral.

例題

$\int_0^2 (x^2 - 2x) dx$

$= \left[ \frac{x^3}{3} - x^2 \right]_0^2$

$= \left( \frac{2^3}{3} - 2^2 \right) - \left( \frac{0^3}{3} - 0^2 \right)$

$= \left( \frac{8}{3} - 4 \right) - \left( \frac{0}{3} - 0 \right) = -\frac{4}{3}$

問題

$\int_0^4 (x^2 - 4x) dx$

例題

$\int_{-1}^1 (x^2 - 1) dx$

$= \left[ \frac{x^3}{3} - x \right]_{-1}^1$

$= \left( \frac{1^3}{3} - 1 \right) - \left( \frac{(-1)^3}{3} - (-1) \right)$

$= \left( \frac{1}{3} - 1 \right) - \left( -\frac{1}{3} + 1 \right) = -\frac{4}{3}$

問題

$\int_{-2}^2 (x^2 - 4) dx$

1. 次の   を埋めて、文章を完成せよ。

関数  $f(x) = 3x^2$  の不定積分  $F(x)$  は

$F(x) = 3x^2 dx =$   

である。 $x$  が 1 から 3 までの  $F(x)$  の変化量は

$F(3) - F(1) = ( \quad ) - ( \quad ) =$   

になる。この変化量は積分定数  $C$  に関係しない。

関数  $f(x)$  の不定積分を  $F(x)$  とするとき  $F(b) - F(a)$  の値は積分定数  $C$  に関係しない。

この  $F(b) - F(a)$  を 関数  $f(x)$  の  $a$  から  $b$  までの   といい、 $\int_a^b f(x) dx$  で表す。

このとき、 $a$  を  、 $b$  を上端という。

また、 $F(b) - F(a)$  を  $\left[ F(x) \right]_a^b$  とも書く。

2. 次の定積分を計算せよ。

例題	問題
$\int_{-3}^3 dx$ $dx = 1 dx$ $= \left[ x \right]_{-3}^3$ $= 3 - (-3) = 6$	$\int_0^3 dx$
$\int_{-2}^2 x dx$ $= \left[ \frac{x^2}{2} \right]_{-2}^2$ $= \frac{2^2}{2} - \frac{(-2)^2}{2}$ $= \frac{0}{2} = 0$	$\int_{-4}^4 x dx$
$\int_0^3 x^2 dx$ $= \left[ \frac{x^3}{3} \right]_0^3$ $= \frac{3^3}{3} - \frac{0^3}{3}$ $= 9$	$\int_{-3}^3 x^2 dx$

3. 次の定積分を計算せよ。

<p>例題</p> $\int_0^3 (x^2 - 3x) dx$ $= \left[ \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} \right]_0^3$ $= \left( \frac{3^3}{3} - \frac{3 \times 3^2}{2} \right) - \left( \frac{0^3}{3} - \frac{3 \times 0^2}{2} \right)$ $= \left( 9 - \frac{27}{2} \right) - \left( 0 - \frac{0}{2} \right) = -\frac{9}{2}$	<p>問題</p> $\int_0^1 (x^2 - x) dx$
<p>例題</p> $\int_{-2}^2 (x^2 + 4x + 4) dx$ $= \left[ \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 4x \right]_{-2}^2$ $= \left( \frac{2^3}{3} + 2 \times 2^2 + 4 \times 2 \right) - \left( \frac{(-2)^3}{3} + 2 \times (-2)^2 + 4 \times (-2) \right)$ $= \left( \frac{8}{3} + 16 \right) - \left( -\frac{8}{3} \right) = \frac{64}{3}$	<p>問題</p> $\int_{-3}^3 (x^2 + 6x + 9) dx$

1. 次の   を埋めて、文章を完成せよ。

関数  $f(x) = 4x^3$  の不定積分  $F(x)$  は

$F(x) = 4x^3 dx =$

である。 $x$  が 1 から 2 までの  $F(x)$  の変化量は

$F(2) - F(1) = ($   $) - ($   $) =$

になる。この変化量は積分定数  $C$  に関係しない。

関数  $f(x)$  の不定積分を  $F(x)$  とするとき  $F(b) - F(a)$  の値は積分定数  $C$  に関係しない。

この  $F(b) - F(a)$  を関数  $f(x)$  の  $a$  から  $b$  までの

といい、 $\int_a^b f(x) dx$  で表す。

このとき、 $a$  を下端、 $b$  を   という。

また、 $F(b) - F(a)$  を  $\left[ \right]_a^b$  とも書く。

2. 次の定積分を計算せよ。

例題	問題
$\int_0^4 dx$ $dx = 1 dx$ $= \left[ x \right]_0^4$ $= 4 - 0 = 4$	$\int_{-4}^4 dx$
$\int_{-4}^4 x dx$ $= \left[ \frac{x^2}{2} \right]_{-4}^4$ $= \frac{4^2}{2} - \frac{(-4)^2}{2}$ $= 8 - 8 = 0$	$\int_0^4 x dx$
$\int_{-1}^1 x^2 dx$ $= \left[ \frac{x^3}{3} \right]_{-1}^1$ $= \frac{1^3}{3} - \frac{(-1)^3}{3}$ $= \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$	$\int_1^2 x^2 dx$

3. 次の定積分を計算せよ。

<div>例題</div> $\int_0^6 (x^2 - 6x) dx$ $= \left[ \frac{x^3}{3} - 3x^2 \right]_0^6$ $= \left( \frac{6^3}{3} - 3 \times 6^2 \right) - \left( \frac{0^3}{3} - 3 \times 0^2 \right)$ $= \left( \frac{216}{3} - 108 \right) - 0 = -36$	
<div>問題</div> $\int_0^1 (x^2 - 2x) dx$	
<div>例題</div> $\int_1^3 (x^2 - 4x + 3) dx$ $= \left[ \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x \right]_1^3$ $= \left( \frac{3^3}{3} - 2 \times 3^2 + 3 \times 3 \right) - \left( \frac{1^3}{3} - 2 \times 1^2 + 3 \times 1 \right)$ $= 0 - \frac{4}{3} = -\frac{4}{3}$	
<div>問題</div> $\int_1^2 (x^2 - 3x + 2) dx$	