

数学 方程式と不等式への応用 ()組()番() 方程式への応用

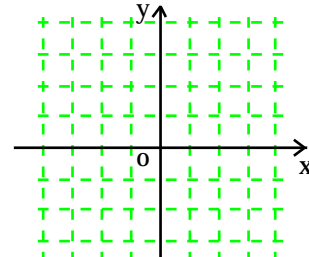
導関数を利用して、方程式の実数解の個数を調べることができる。

3 次方程式 $x^3 + 3x^2 - 2 = 0$ の実数解の個数を求める。

$y = x^3 + 3x^2 - 2$ とすると、 $(y' = \quad)$

$y' = 0$ を解くと、 $(x = \quad)$

x	・ ・ ・		・ ・ ・		・ ・ ・
y'					
y					



グラフの形 から、x 軸と(点で交わる)ことが分かる。

したがって、方程式 $x^3 + 3x^2 - 2 = 0$ は、3 個の解をもつことが分かる。

負の解は(個、正の解は 個)である。

方程式 $f(x) = 0$ の実数の解は、 $y = f(x)$ のグラフと x 軸との共 有 点の x 座標である。

このことより、 $y = f(x)$ のグラフの形 から、 $f(x) = 0$ の実数の解の個数を求められる。

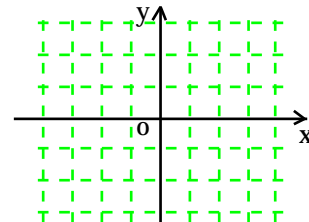
問題 A 3 次方程式 $x^3 - 3x - a = 0$ の異なる実数の解の個数を求めよ。

定数項を移項すると、 $x^3 - 3x = \quad$

$y = x^3 - 3x$ とすると、 $y' = \quad$

$y' = 0$ を解くと、 $x = \quad$

x	・ ・ ・		・ ・ ・		・ ・ ・
y'					
y					



$y = x^3 - 3x$ のグラフと $y = a$ のグラフの共 有 点の数は次のようになる。

($a < \quad$, $\quad < a$) のとき 1 個

($a = \quad$) のとき 2 個

($\quad < a < \quad$) のとき 3 個

問題 B 3 次方程式 $x^3 + x - 1 = 0$ は、区 間 $(0, 1)$ でただ一つの実数解をもつことを示せ。

$y = x^3 + x - 1$ とおくと、 $(y' = \quad > 0)$ となり、

$y = x^3 + x - 1$ は(単 調に する)ことが分かる。

$x = 0$ のとき、 $(y = \quad)$ 、 $x = 1$ のとき、 $(y = \quad)$

したがって、 $x^3 + x - 1 = 0$ は区 間 $(0, 1)$ でただ一つの実数解をもつ。

不等式への応用

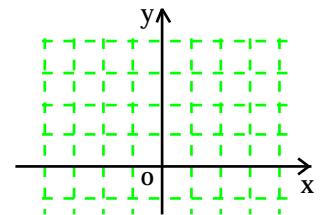
関数の増減を調べることにより、不等式を証 明することができる。

$x > 0$ のとき、 $x^3 - 3x^2 + 4 > 0$ を証 明する。

$y = x^3 - 3x^2 + 4$ とすると、 $y' = (\quad)$

$y' = 0$ を解くと、 $x = (\quad, \quad)$

x	0	・ ・ ・	
y'			
y			



増 減 表より、 $y = x^3 - 3x^2 + 4$ は($x = \quad$ のとき、最小値 \quad)をとる。

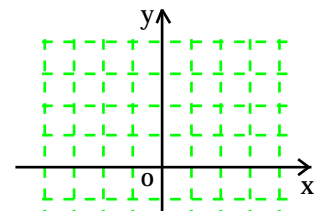
したがって、 $x > 0$ のとき、 $(x^3 - 3x^2 + 4 > 0)$ になる。

問題 C $x > 0$ のとき、 $x^4 - 4x + 3 > 0$ を証 明せよ。

$y = x^4 - 4x + 3$ とすると、 $y' = \quad$

$y' = 0$ を解くと、 $x = \quad$ 、

x	0	・ ・ ・	
y'			
y			



問題 D $x > 0$ のとき、 $\frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + 1 > 0$ を証 明せよ。

$y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + 1$ とすると、 $y' = \quad$

$y' = 0$ を解くと、 $x = \quad$ 、

x	0	・ ・ ・	
y'			
y			

