

1. 次の を埋めて、文章を完成せよ。
Fill in the blanks below to complete the sentences.

関数 $f(x) = x^2$ の導関数 $f'(x) =$ $$ を利用して
 $f(x)$ の増加・減少を考える。
導関数 $f'(x)$ の値は $y = x^2$ の各点における接線の
 を表す。
 $x < 0$ のとき、接線の傾きは であるから
グラフは右下がりとなり $f(x)$ の値は する。
 $x > 0$ のとき、接線の傾きは であるから
グラフは右上がりとなり $f(x)$ の値は する。
関数 $f(x)$ の増減は、 $f'(x)$ の値の符号で判断する。
 $f'(x) > 0$ となる x の範囲で、 $f(x)$ は する。
 $f'(x) < 0$ となる x の範囲で、 $f(x)$ は する。

2. 次の関数 $f(x)$ の増減を調べなさい。
Examine the increase and decrease of the following function $f(x)$.

例題 $f(x) = x^2 - 4x$
 $f(x) = 2x - 4 = 2(x - 2)$
 $f(x) = 0$ とすると $2x - 4 = 0$ より $x = 2$
 $x < 2$ のとき、 $f(x) < 0$
 $x > 2$ のとき、 $f(x) > 0$
 $f(x)$ は $x < 2$ で減少し、 $x > 2$ で増加する。
 $f(2) = 2^2 - 4 \times 2 = -4$

x	...	2	...
$f(x)$	-	0	+
$f(x)$		-4	

問題 $f(x) = x^2 + 2x + 1$

x			
$f(x)$			
$f(x)$			

3. 次の関数 $f(x)$ の増減を調べなさい。
Examine the increase and decrease of the following function $f(x)$.

例題 $f(x) = x^3 - 12x$
 $f(x) = 3x^2 - 12$
 $= 3(x^2 - 4) = 3(x + 2)(x - 2)$
 $f(x) = 0$ とすると
 $3x^2 - 12 = 3(x + 2)(x - 2) = 0$ より
 $x = -2, 2$
 $x < -2$ のとき $f(x) > 0$
 $(x + 2 < 0, x - 2 < 0)$
 $-2 < x < 2$ のとき $f(x) < 0$
 $(x + 2 > 0, x - 2 < 0)$
 $2 < x$ のとき $f(x) > 0$
 $(x + 2 > 0, x - 2 > 0)$
 $f(x)$ は $x < -2$ のとき増加し、
 $-2 < x < 2$ のとき減少し
 $2 < x$ のとき増加する。
 $f(-2) = (-2)^3 - 12 \times (-2) = 16$
 $f(2) = 2^3 - 12 \times 2 = -16$

x	...	-2	...	2	...
$f(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$		16		-16	

問題 $f(x) = x^3 - 3x + 1$

x					
$f(x)$					
$f(x)$					

1. 次の を埋めて、文章を完成せよ。
Fill in the blanks below to complete the sentences.

関数 $f(x) = -x^2$ の導関数 $f'(x) =$ を利用
して $f(x)$ の増加・減少を考えると。
導関数 $f'(x)$ の値は $y = -x^2$ の各点における接線
の を表す。
 $x < 0$ のとき、接線の傾きは であるから
グラフは右上がりとなり $f(x)$ の値は する。
 $x > 0$ のとき、接線の傾きは であるから
グラフは右下がりとなり $f(x)$ の値は する。
関数 $f(x)$ の増減は、 $f'(x)$ の値の符号で判断する。
 $f'(x) > 0$ となる x の範囲で、 $f(x)$ は する。
 $f'(x) < 0$ となる x の範囲で、 $f(x)$ は する。

2. 次の関数 $f(x)$ の増減を調べなさい。
Examine the increase and decrease of the following function $f(x)$.

例題 $f(x) = -x^2 + 6x$
 $f(x) = -2x + 6 = -2(x - 3)$
 $f(x) = 0$ とすると $-2x + 6 = 0$ より $x = 3$
 $x < 3$ のとき、 $f(x) < 0$
 $x > 3$ のとき、 $f(x) > 0$
 $f(x)$ は $x < 3$ で増加し、 $x > 3$ で減少する。
 $f(3) = -3^2 + 6 \times 3 = 9$

x	...	3	...
$f(x)$	+	0	-
$f(x)$		9	

問題 $f(x) = 2x^2 - 8x$

x			
$f(x)$			
$f(x)$			

3. 次の関数 $f(x)$ の増減を調べなさい。
Examine the increase and decrease of the following function $f(x)$.

例題 $f(x) = x^3 - 3x^2$
 $f(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$
 $f(x) = 0$ とすると
 $3x^2 - 6x = 3x(x - 2) = 0$ より
 $x = 0, 2$
 $x < 0$ のとき $f(x) > 0$
 $(3x < 0, x - 2 < 0)$
 $0 < x < 2$ のとき $f(x) < 0$
 $(3x > 0, x - 2 < 0)$
 $2 < x$ のとき $f(x) > 0$
 $(3x > 0, x - 2 > 0)$
 $f(x)$ は $x < 0$ のとき増加し、
 $0 < x < 2$ のとき減少し
 $2 < x$ のとき増加する。
 $f(0) = 0^3 - 3 \times 0^2 = 0$
 $f(2) = 2^3 - 3 \times 2^2 = -16$

x	...	0	...	2	...
$f(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$		0		-4	

問題 $f(x) = x^3 - 6x^2$

x					
$f(x)$					
$f(x)$					

1. 次の を埋めて、文章を完成せよ。
Fill in the blanks below to complete the sentences.

関数 $f(x) = 3x^2$ の導関数 $f'(x) =$ $$ を利用して
 $f(x)$ の増加・減少を考えよう。
導関数 $f'(x)$ の値は $y = 3x^2$ の各点における接線の
 を表す。
 $x < 0$ のとき、接線の傾きは 負 であるから、
グラフは がりとなり、 $f(x)$ の値は減少する。
 $x > 0$ のとき、接線の傾きは 正 であるから
グラフは がりとなり、 $f(x)$ の値は増加する。
関数 $f(x)$ の増減は、 $f'(x)$ の値の符号で判断する。
 $f'(x) > 0$ となる x の範囲で、 $f(x)$ は する。
 $f'(x) < 0$ となる x の範囲で、 $f(x)$ は する。

2. 次の関数 $f(x)$ の増減を調べなさい。
Examine the increase and decrease of the following function $f(x)$.

例題 $f(x) = x^2 + 6x + 5$
 $f(x) = 2x + 6 = 2(x + 3)$
 $f(x) = 0$ とすると $2x + 6 = 0$ より $x = -3$
 $x < -3$ のとき、 $f(x) < 0$
 $x > -3$ のとき、 $f(x) > 0$
 $f(x)$ は $x < -3$ で減少し、 $x > -3$ で増加する。
 $f(-3) = (-3)^2 + 6 \times (-3) + 5 = -4$

x	...	-3	...
$f(x)$	-	0	+
$f(x)$		-4	

問題 $f(x) = x^2 + 4x + 3$

x			
$f(x)$			
$f(x)$			

3. 次の関数 $f(x)$ の増減を調べなさい。
Examine the increase and decrease of the following function $f(x)$.

例題 $f(x) = x^3 - 6x^2$
 $f(x) = 3x^2 - 12x = 3x(x - 4)$
 $f(x) = 0$ とすると
 $3x^2 - 12x = 3x(x - 4) = 0$ より
 $x = 0, 4$
 $x < 0$ のとき $f(x) > 0$
 $(3x < 0, x - 4 < 0 \Rightarrow 3x(x - 4) > 0)$
 $0 < x < 4$ のとき $f(x) < 0$
 $(3x > 0, x - 4 < 0 \Rightarrow 3x(x - 4) < 0)$
 $x > 4$ のとき $f(x) > 0$
 $(3x > 0, x - 4 > 0 \Rightarrow 3x(x - 4) > 0)$
 $f(x)$ は $x < 0$ のとき増加し、
 $0 < x < 4$ のとき減少し
 $x > 4$ のとき増加する。
 $f(0) = 0^3 - 6 \times 0^2 = 0$
 $f(4) = 4^3 - 6 \times 4^2 = -32$

x	...	0	...	4	...
$f(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$		0		-32	

問題 $f(x) = x^3 - 6x + 5$

x					
$f(x)$					
$f(x)$					

1. 次の を埋めて、文章を完成せよ。
Fill in the blanks below to complete the sentences.

関数 $f(x) = x^3 - 3x$ のグラフを考える。

導関数 $f'(x) =$ より増減表を作る。

x	...	-1	...	1	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$		2		-2	

・ $f(x)$ は $x =$ を境に、増加から減少になる。
このとき、 $f(x)$ は $x =$ において になるといい、 $f() =$ を 値という。

・ $f(x)$ は $x =$ を境に、減少から増加になる。
このとき、 $f(x)$ は $x =$ において になるといい、 $f() =$ を 値という。

・ 極大値と極小値を合わせて 値という。

2. 次の関数の極値を求めよ。
Find the extremum of the following function.

<p>例題</p> $y = -x^2 + 2x + 1$ $y' = -2x + 2$ $= -2(x - 1)$ <p>$y' = 0$ の解は $x = 1$</p> <p>$x = 1$ のとき 極大値 2</p> <table><tr><td>x</td><td>...</td><td>1</td><td>...</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td></td><td>2</td><td></td></tr></table>	x	...	1	...	y'	+	0	-	y		2		<p>問題</p> $y = -x^2 + 4x + 3$ <table><tr><td>x</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>y</td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	x				y'				y			
x	...	1	...																						
y'	+	0	-																						
y		2																							
x																									
y'																									
y																									
$y = 2x^2 - 8x + 8$ $y' = 4x - 8$ $= 4(x - 2)$ <p>$y' = 0$ の解は $x = 2$</p> <p>$x = 2$ のとき 極小値 0</p> <table><tr><td>x</td><td>...</td><td>2</td><td>...</td></tr><tr><td>y'</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td></td><td>0</td><td></td></tr></table>	x	...	2	...	y'	-	0	+	y		0		$y = 2x^2 - 4x + 2$ <table><tr><td>x</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>y</td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	x				y'				y			
x	...	2	...																						
y'	-	0	+																						
y		0																							
x																									
y'																									
y																									

3. 次の関数の極値を求め、グラフを描きなさい。
Find the extreme values of the following functions and draw a graph.

例題 $y = x^3 + 3x^2 - 2$

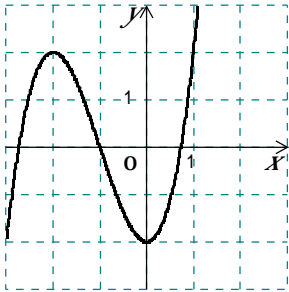
$$y' = 3x^2 + 6x$$
$$= 3x(x + 2)$$

$y' = 0$ の解は $x = 0, -2$

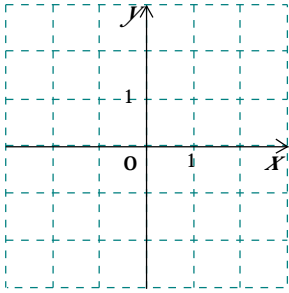
$x = -2$ のとき 極大値 2

$x = 2$ のとき 極小値 -2

x	...	-2	...	0	...
y'	+	0	-	0	+
y		2		-2	

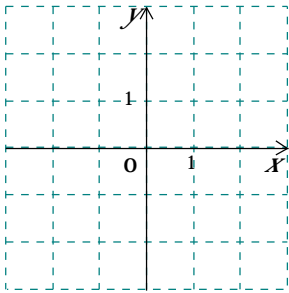


問題 $y = x^3 - 3x^2 + 2$



x					
y'					
y					

問題 $y = -x^3 + 3x$



x					
y'					
y					

1. 次の関数の定数 a , b の値を定めよ。また , 極大値も求めよ。

Find the values of the constants a and b in the following function.
Also find the maximum value.

例題 関数 $f(x) = x^3 + ax + b$ が $x = 1$ で極小値 -3 をとるように , 定数 a , b の値を定めよ。
また , 極大値も求めよ。

$f(x) = x^3 + ax + b$ を微分すると , $f'(x) = 3x^2 + a$
 $f(x)$ が $x = 1$ で極小値 -2 をとるとき

$f'(1) = 3 \times 1^2 + a = 0$
 $f(1) = 1^3 + a \times 1 + b = -3$

これを解き , $a = -3$, $b = -1$

$f(x) = x^3 - 3x - 1$

導関数 $f'(x) = 3x^2 - 3$ より増減表を作る。

x	...	-1	...	1	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$		1		-3	

この関数 $f(x) = x^3 - 3x - 1$ は条件を満たす。
よって , $a = -3$, $b = -1$, 極大値 1 になる。

問題 関数 $f(x) = x^3 + ax + b$ が $x = 3$ で極小値 -27 をとるように , 定数 a , b の値を定めよ。
また , 極大値も求めよ。

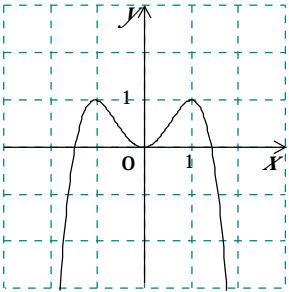
x					
$f'(x)$					
$f(x)$					

2. 次の関数の極値を求め , グラフを描きなさい。
Find the extreme values of the following functions and draw a graph.

例題 $y = -x^4 + 2x^2$

$y' = -4x^3 + 4x$
 $= -4x(x+1)(x-1)$

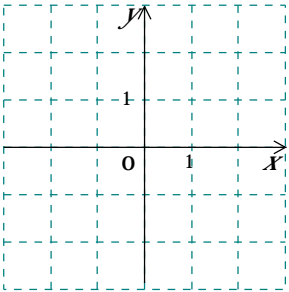
$y' = 0$ の解は $x = -1, 0, 1$



極大値 1 ($x = -1, 1$) 極小値 0 ($x = 0$)

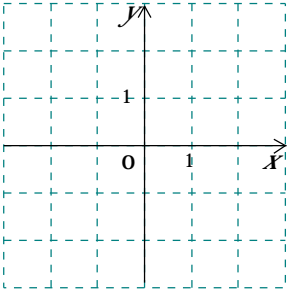
x	...	-1	...	0	...	1	...
y'	+	0	-	0	+	0	-
y		1		0		-2	

問題 $y = x^4 - 4x^3 + 4x^2$



x							
y'							
y							

問題 $y = x^4 + 2x^2$



x							
y'							
y							

1. 次の を埋めて、文章を完成せよ。
Fill in the blanks below to complete the sentences.

関数 $f(x) = -x^3 + 12x$ のグラフを 考える。

導関数 $f'(x) =$ より増減表を作る。

x	...	-2	...	2	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$		-16		16	

$f(x)$ は $x =$ を境に、減少から増加になる。

このとき、 $f(x)$ は $x =$ において になるといい、 $f() =$ を 値という。

$f(x)$ は $x =$ を境に、増加から減少になる。

このとき、 $f(x)$ は $x =$ において になるといい、 $f() =$ を 値という。

極大値と極小値を合わせて 値という。

2. 次の関数の極値を求めよ。
Find the extremum of the following function.

<div>例題</div> <div>$y = x^2 - 6x$ $y' = 2x - 6$ $= 2(x - 3)$ $y' = 0$ の解は $x = 3$ $x = 3$ のとき 極小値 -9</div> <table><tr><td>x</td><td>...</td><td>2</td><td>...</td></tr><tr><td>y'</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td></td><td>-9</td><td></td></tr></table>	x	...	2	...	y'	-	0	+	y		-9		<div>問題</div> <div>$y = x^2 - 8x$</div> <table><tr><td>x</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>y</td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	x				y'				y			
x	...	2	...																						
y'	-	0	+																						
y		-9																							
x																									
y'																									
y																									
<div>$y = -x^2 - 4x + 1$ $y' = -2x - 4$ $= -2(x + 2)$ $y' = 0$ の解は $x = -2$ $x = -2$ のとき 極大値 5</div> <table><tr><td>x</td><td>...</td><td>-2</td><td>...</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td></td><td>5</td><td></td></tr></table>	x	...	-2	...	y'	+	0	-	y		5		<div>$y = -x^2 - 2x + 1$</div> <table><tr><td>x</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>y</td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	x				y'				y			
x	...	-2	...																						
y'	+	0	-																						
y		5																							
x																									
y'																									
y																									

3. 次の関数の極値を求め、グラフを描きなさい。
Find the extreme values of the following functions and draw a graph.

例題 $y = x^3 - 3x$

$y' = 3x^2 - 3$
 $= 3(x - 1)(x + 1)$
 $y' = 0$ の解は $x = 1, -1$
 $x = -1$ のとき 極大値 2
 $x = 1$ のとき 極小値 -2

x	...	-1	...	1	...
y'	+	0	-	0	+
y		2		-2	

問題 $y = -x^3 + 3x$

x					
y'					
y					

問題 $y = x^3 - 6x^2 + 9x$

x					
y'					
y					

1. 次の関数の定数 a , b の値を定めよ。また , 極大値も求めよ。
2. 次の関数の極値を求め , グラフを描きなさい。

Find the values of the constants a and b in the following function.
Also find the maximum value.

例題 関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + b$ が $x = 2$ で極小値 -2 をとるように , 定数 a, b の値を定めよ。
また , 極大値も求めよ。

$f(x) = x^3 + ax^2 + b$ を微分すると , $f'(x) = 3x^2 + 2ax$
 $f(x)$ が $x = 2$ で極小値 -2 をとるとき
 $f'(2) = 3 \times 2^2 + 2a \times 2 = 0$
 $f(2) = 2^3 + a \times 2^2 + b = -2$
これを解き , $a = -3$, $b = 2$

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$
導関数 $f'(x) = 3x^2 - 6x$ より増減表を作る。

x	...	0	...	2	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$		2		-2	

この関数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ は条件を満たす。
よって , $a = -3$, $b = 2$, 極大値 2 になる。

問題 関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + 9x + b$ が $x = 3$ で極小値 -2 をとるように , 定数 a, b の値を定めよ。また , 極大値も求めよ。

x					
$f'(x)$					
$f(x)$					

Find the extreme values of the following functions and draw a graph.

例題 $y = 3x^4 - 4x^3$

$y' = 12x^3 - 12x^2$
 $= 12x^2(x - 1)$
 $y' = 0$ の解は $x = 0, 1$

極小値 -1 ($x = 1$)

x	...	0	...	1	...
y'	-	0	-	0	+
y		0		-1	

問題 $y = x^4 + 4x^3 + 4x^2$

x							
y'							
y							

問題 $y = x^3 - 3x + 1$

x							
y'							
y							