

数学 定積分と微分の関係 ()年()組()番()

a を定数とするとき，定積分 $\int_a^x f(t) dt$ は，上 端 x の 値 を定めるとその 値 が定まる

から x の関数である。この関数の導関数を求める。

関数 $f(t)$ の不定積分を $F(t)$ とすると

$$\int_a^x f(t) dt =$$

この両 辺を x で微分する。このとき， $F(a)$ は定数であるから $(F'(a) = \quad)$ になる。

$$\frac{d}{dx} \int_a^x f(t) dt = \frac{d}{dx} \left\{ \quad \right\} = F'(x) - F'(a) = F'(x) =$$

したがって，次の関係式が成り立つ。

$$\frac{d}{dx} \int_a^x f(t) dt = \frac{d}{dx} \int_a^a f(t) dt =$$

定積分と微分の関係

問題 A 次の式を x で微分せよ。

(1) $\int_1^x (t^2 - 2t + 1) dt$

(2) $\int_a^x (2t^2 - at) dt$

問題 B 等式 $\int_a^x f(t) dt = x^2 - 2x$ を満たす $f(x)$ および定数 a の 値 を求めよ。

問題 C $f(x) = 2x + \int_0^2 f(t) dt$ のとき，関数 $f(x)$ を求めよ。

$\int_0^2 f(t) dt$ は定数になるので，a とおく。

$f(x) =$ とおける。

$$\int_0^2 f(t) dt = \int_0^2 \left(\quad \right) dt = \left[\quad \right]_0^2 =$$

$$\int_0^2 f(t) dt = \quad = a \quad \text{より} \quad a =$$

したがって， $(f(x) = 2x \quad)$ になる。

問題 D $f(x) = x^2 + \int_0^1 f(t) dt$ のとき，関数 $f(x)$ を求めよ。

応用問題 E 関数 $f(x) = \int_1^x 6t(t - 1) dt$ の極値を求めよ。

x					
f'(x)					
f(x)					