

数学 常用対数 ()年()組()番()

常用対数

人間は主に()進数を使って生活している。そこで、()を底とした対数を考え、これを()という。

正の数 x は $1 < a < 10$, n を整数とすると、 $x = a \times 10^n$ であるから

$$\log_{10} x = \log_{10} (a \times 10^n) =$$

このとき、 $\log_{10} a$ を $\log_{10} x$ の仮数といい、有効数字の部分を表す。 n を指標という。

常用対数では、整数部分が n 桁の数の指標は、 $n - 1$ である。

また、小数第 n 位にはじめて 0 でない数字が現れる数の指標は、 $-n$ である。

常用対数表

数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	.0374
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719	.0755
1.2	.0792	.0828	.0864	.0899	.0934	.0969	.1004	.1038	.1072	.1176
2.0	.3010	.3032	.3054	.3077	.3096	.3118	.3139	.3160	.3181	.3201
3.0	.4771	.4786	.4800	.4814	.4829	.4843	.4857	.4871	.4886	.4900
9.8	.9912	.9917	.9921	.9926	.9930	.9934	.9939	.9943	.9948	.9952
9.9	.9956	.9961	.9965	.9969	.9974	.9978	.9983	.9987	.9991	.9996

$\log_{10} 1.15$ を表から読み取ると、1.1 の行と 5 の列の重なった値から()

$\log_{10} x = 0.1004$ は表の 1.2 の行と 6 の列だから ($x =$)

$\log_{10} x = 0.01$ を探すと、近い値は 0.0086 だから (x)

問題 A 対数表から次の値を読み取りなさい。

- (1) $\log_{10} 2$ (2) $\log_{10} 1.01$ (3) $\log_{10} x = 0.09$ となる x

問題 B 対数表を使って、次の値を求めよ。

- (1) $\log_{10} 202$ (2) $\log_{10} 6$

発展問題 C 上の対数表を使って、次の値を計算せよ。(有効数字 3 桁)

(1) $\log_2 5$ $\log_{10} 5 = \log_{10} \frac{5}{2} = \log_{10} 5 - \log_{10} 2 = 1 - \log_{10} 2 = \frac{\log_{10} 5}{\log_{10} 2}$

(2) $\sqrt[5]{3}$ $\log_{10} \sqrt[5]{3} = \log_{10} 3^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5} \log_{10} 3 = \frac{1}{5} \times$

表から $\log_{10} x =$ を探すと x

桁数の計算

$2^{10} = 1024$ の桁数を計算する。

$$\log_{10} 2^{10} = (\times \log_{10} 2) = (0 \times) = ()$$

よって ($\log_{10} 2^{10} <$) ゆえに ($10 < 2^{10} < 10$)

したがって 2^{10} は (桁) の数である。

ちなみに、 $\log_{10} 2^{10}$ の小数点以下の数字で表から 1.02 を読み取れる。

$2^{-4} = 0.0625$ において、小数第何位に初めて 0 でない数字が現れるのか調べる。

$$\log_{10} 2^{-4} = (\times \log_{10} 2 = (-4 \times) = ()$$

よって ($\log_{10} 2^{-4} <$) ゆえに ($10 < 2^{-4} < 10$)

したがって 2^{-4} は (位) に初めて 0 でない数字が現れる。

問題 D 次の数は何桁の整数か調べよ。

- (1) 3^{10} (2) 9^{10}

応用問題 E あるコンピュータウイルスは、1 分ごとに他の 1 台に感染し、2 倍の感染になる。感染台数がもとの 10000 倍以上になるのは何分かかるのであろうか？

x 分後に 10000 倍以上になるから

$$2^x = 10000$$

両辺の常用対数をとる

$$\log_{10} 2^x = \log_{10} 10000 \quad x \log_{10} 2 = 4$$

$$x = \frac{4}{\log_{10} 2} = \frac{4}{0.3010} = 13.288 \dots$$

したがって約 13 分後に 10000 倍になる。

発展問題 F 次の利率で預金したとき、何年後に 2 倍になるか調べよ。(簡易法 $70 \div \%$)

- (1) 1% (2) 3% (3) 7%

$$1.01^x = 2$$

$$\log_{10} 1.01^x = \log_{10} 2$$

$$x = \frac{\log_{10} 2}{\log_{10} 1.01} = \frac{0.3010}{0.0043} = 70 \div$$