

1. 次の計算をなさい。

Calculate the following value.

4. 次の計算をなさい。

Calculate the following value.

例題	問題
$\log_3 9$ $= \log_3 3^2 = 2$	$\log_2 8$
$\log_3 3$ $= \log_3 3^1 = 1$	$\log_2 4$
$\log_3 1$ $= \log_3 3^0 = 0$	$\log_2 2$
$\log_3 \frac{1}{3}$ $= \log_3 3^{-1} = -1$	$\log_2 1$
$\log_3 \frac{1}{9}$ $= \log_3 3^{-2} = -2$	$\log_2 \frac{1}{2}$

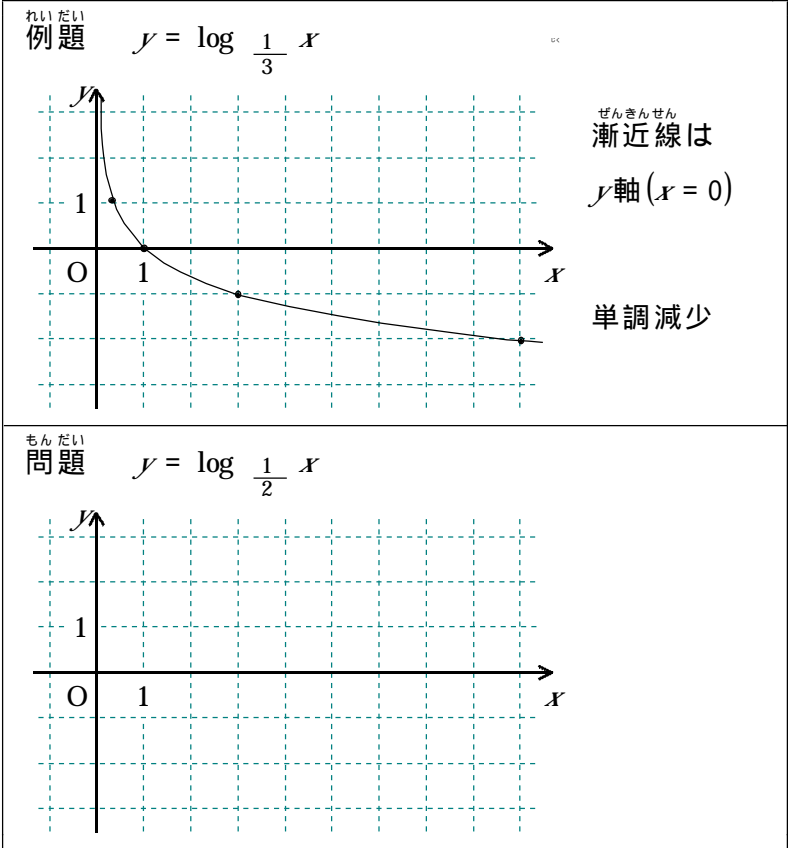
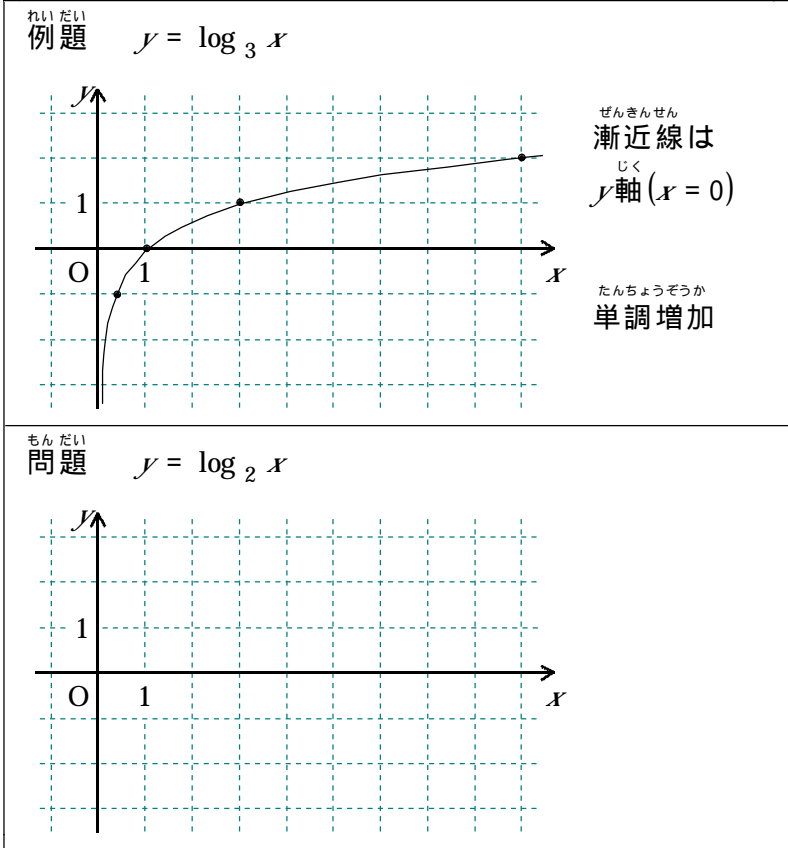
例題	問題
$\log \frac{1}{3} \frac{1}{3}$ $= \log \frac{1}{3} \left( \frac{1}{3} \right)^1 = 1$	$\log \frac{1}{2} \frac{1}{2}$
$\log \frac{1}{3} 1$ $= \log \frac{1}{3} \left( \frac{1}{3} \right)^0 = 0$	$\log \frac{1}{2} 1$
$\log \frac{1}{3} 3$ $= \log \frac{1}{3} \left( \frac{1}{3} \right)^{-1} = -1$	$\log \frac{1}{2} 2$
$\log \frac{1}{3} 9$ $= \log \frac{1}{3} \left( \frac{1}{3} \right)^{-2} = -2$	$\log \frac{1}{2} 4$

2. 次のグラフを描きなさい。

Draw the following graph.

5. 次のグラフを描きなさい。

Draw the following graph.



3. 次の不等式を解きなさい。

Solve the following inequality.

6. 次の不等式を解きなさい。

Solve the following inequality.

例題	問題
$\log_3 x > 2$ 真数は正より, $x > 0$ $\log_3 x > \log_3 3^2$ 底3 が 1より大きい $x > 3^2 = 9$ したがって, $x > 9$	$\log_2 x > 3$

例題	問題
$\log \frac{1}{3} x > 2$ 真数は正より, $x > 0$ $\log \frac{1}{3} x > \log \frac{1}{3} \left( \frac{1}{3} \right)^2$ 底 $\frac{1}{3}$ が 1より小さい $x < \left( \frac{1}{3} \right)^2 = \frac{1}{9}$ したがって, $0 < x < \frac{1}{9}$	$\log \frac{1}{2} x > 3$

1. 次の計算をなさい。  
つぎけいさん

Calculate the following value.

4. 次の計算をなさい。  
つぎけいさん

Calculate the following value.

れいだい 例題	もんだい 問題
$\log_2 8$ $= \log_2 2^3 = 3$ $\log_2 4$ $= \log_2 2^2 = 2$ $\log_2 2$ $= \log_2 2^1 = 1$ $\log_2 1$ $= \log_2 2^0 = 0$ $\log_2 \frac{1}{2}$ $= \log_2 2^{-1} = -1$	$\log_3 9$  $\log_3 3$  $\log_3 1$  $\log_3 \frac{1}{3}$  $\log_3 \frac{1}{9}$

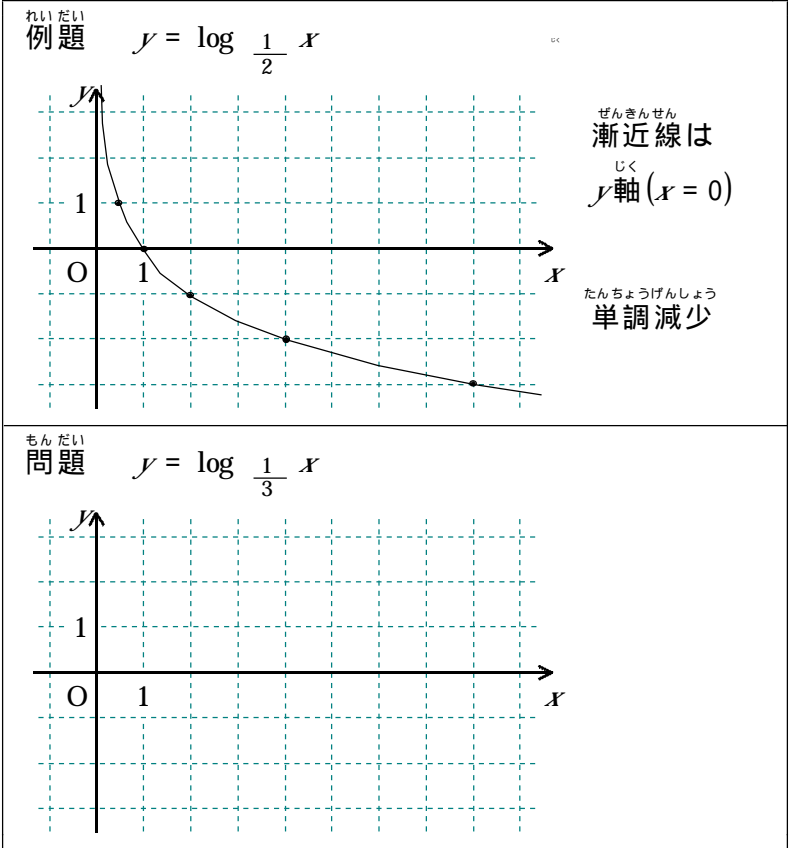
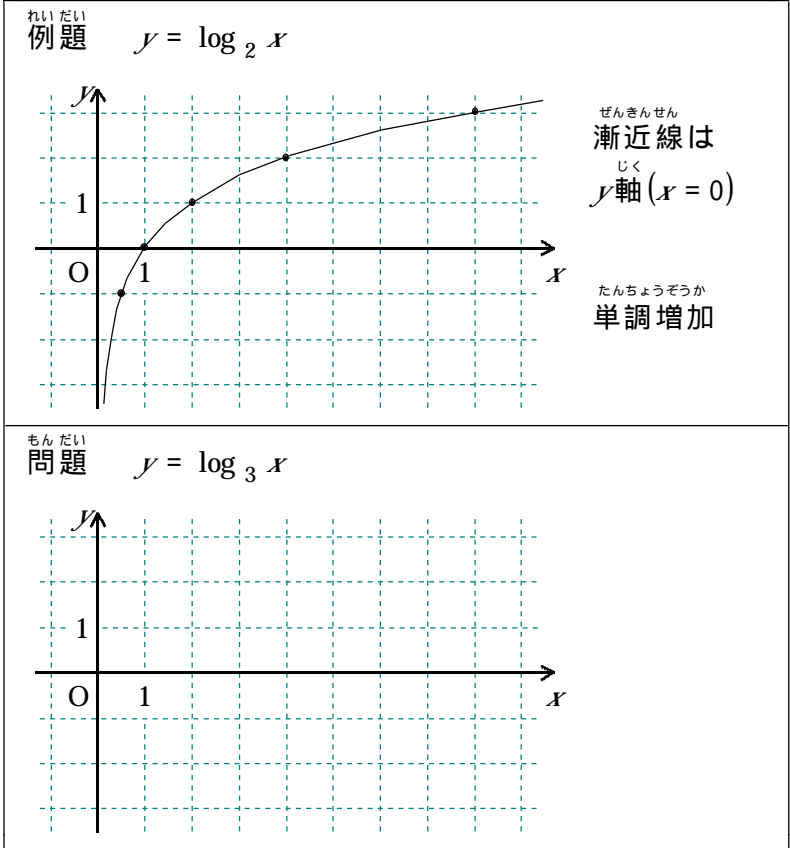
れいだい 例題	もんだい 問題
$\log \frac{1}{2} \frac{1}{2}$ $= \log \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{2} \right)^1 = 1$ $\log \frac{1}{2} 1$ $= \log \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{2} \right)^0 = 0$ $\log \frac{1}{2} 2$ $= \log \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{2} \right)^{-1} = -1$ $\log \frac{1}{2} 4$ $= \log \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{2} \right)^{-2} = -2$	$\log \frac{1}{3} \frac{1}{3}$  $\log \frac{1}{3} 1$  $\log \frac{1}{3} 3$  $\log \frac{1}{3} 9$

2. 次のグラフを描きなさい。  
つぎか

Draw the following graph.

5. 次のグラフを描きなさい。  
つぎか

Draw the following graph.



3. 次の不等式を解きなさい。  
つぎふとうしきと

Solve the following inequality.

6. 次の不等式を解きなさい。  
つぎふとうしきと

Solve the following inequality.

れいだい 例題	もんだい 問題
$\log_2 x < 3$ しんすうせい 真数は正より, $x > 0$ $\log_2 x < \log_2 2^2$ てい 底 3 が 1 より大きい $x < 2^3 = 8$ したがって, $0 < x < 8$	$\log_3 x < 2$

れいだい 例題	もんだい 問題
$\log \frac{1}{2} x < 3$ しんすうせい 真数は正より, $x > 0$ $\log \frac{1}{2} x < \log \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{2} \right)^3$ てい 底 $\frac{1}{2}$ が 1 より小さい $x > \left( -\frac{1}{2} \right)^3 = -\frac{1}{8}$ したがって, $x > -\frac{1}{8}$	$\log \frac{1}{3} x < 2$

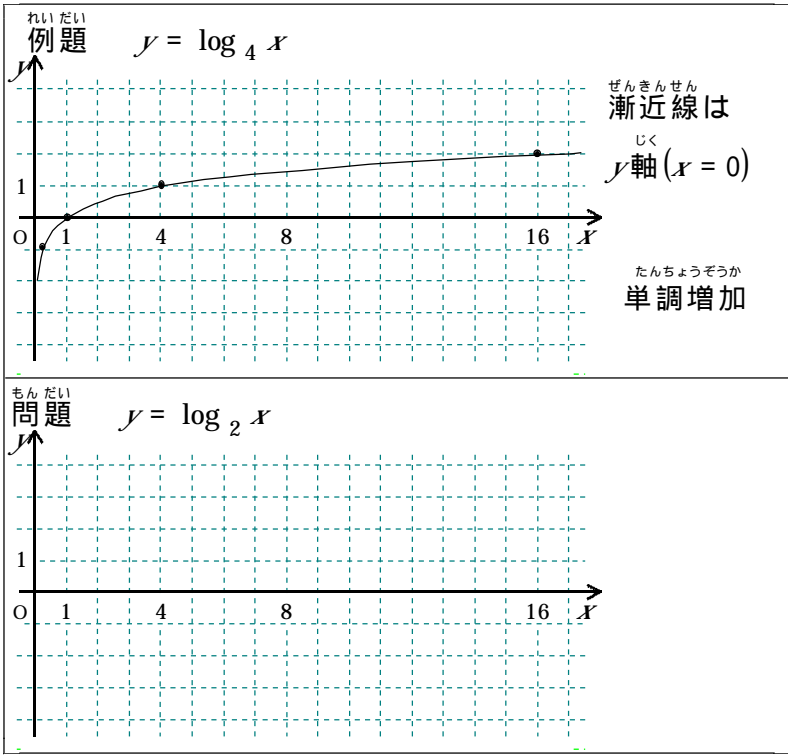
1 . 次の計算をなさい。

Calculate the following value.

例題	問題
$\log_4 64$ $= \log_4 4^3 = 3$	$\log_2 16$
$\log_4 16$ $= \log_4 4^2 = 2$	$\log_2 8$
$\log_4 4$ $= \log_4 4^1 = 1$	$\log_2 4$
$\log_4 1$ $= \log_4 4^0 = 0$	$\log_2 2$
$\log_4 \frac{1}{4}$ $= \log_4 4^{-1} = -1$	$\log_2 1$
$\log_4 \frac{1}{16}$ $= \log_4 16^{-2} = -2$	$\log_2 \frac{1}{2}$

2 . 次のグラフを描きなさい。

Draw the following graph.



3 . 次の不等式を解きなさい。

Solve the following inequality.

例題	問題
$\log_4 x > 2$ 真数は正より, $x > 0$ $\log_4 x > \log_4 4^2$ 底4 が1より大きい $x > 4^2 = 16$ したがって, $0 < x < 16$	$\log_2 x < 4$

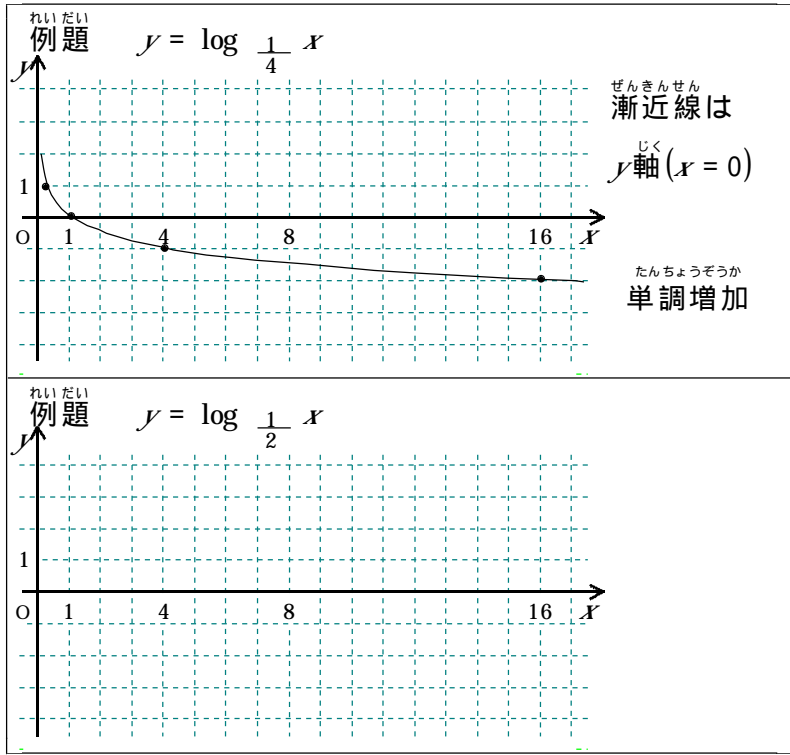
4 . 次の計算をなさい。

Calculate the following value.

例題	問題
$\log \frac{1}{4} \frac{1}{4}$ $= \log \frac{1}{4} \left( \frac{1}{4} \right)^1 = 1$	$\log \frac{1}{2} \frac{1}{2}$
$\log \frac{1}{4} 1$ $= \log \frac{1}{4} \left( \frac{1}{4} \right)^0 = 0$	$\log \frac{1}{2} 1$
$\log \frac{1}{4} 4$ $= \log \frac{1}{4} \left( \frac{1}{4} \right)^{-1} = -1$	$\log \frac{1}{2} 2$
$\log \frac{1}{4} 16$ $= \log \frac{1}{4} \left( \frac{1}{4} \right)^{-2} = -2$	$\log \frac{1}{2} 4$
$\log \frac{1}{4} 64$ $= \log \frac{1}{4} \left( \frac{1}{4} \right)^{-3} = -3$	$\log \frac{1}{2} 8$

5 . 次のグラフを描きなさい。

Draw the following graph.



6 . 次の不等式を解きなさい。

Solve the following inequality.

例題	問題
$\log \frac{1}{4} x < 2$ 真数は正より, $x > 0$ $\log \frac{1}{4} x < \log \frac{1}{4} \left( \frac{1}{4} \right)^2$ 底 $\frac{1}{4}$ が1より小さい $x > \left( \frac{1}{4} \right)^2 = \frac{1}{16}$ したがって, $x > \frac{1}{16}$	$\log \frac{1}{2} x < 3$

1. 次の対数不等式を解きなさい。

底が1より大

Solve the following logarithmic inequality.
2. 次の対数不等式を解きなさい。

底が1より小

Solve the following logarithmic inequality.

例題

$\log_2 x(x+1) < 1$

真数が正より  $x(x+1) > 0$  ,  $x < -1$  または  $0 < x$

式を変形し  $\log_2 x(x+1) < \log_2 2$

底が1より大きいから

$x(x+1) < 2$  ,  $x^2 + x - 2 < 0$

$(x-1)(x+2) < 0$  より  $-2 < x < 1$

したがって,  $-2 < x < -1$  ,  $0 < x < 1$

問題

$\log_3 x(x+2) < 1$

例題

$\log_3 (x-3) + \log_3 (x-5) < 1$

真数が正より  $x-3 > 0$  かつ  $x-5 > 0$

よって,  $x > 5$

式を変形し  $\log_3 (x-3)(x-5) < \log_3 3$

底が1より大きいから

$(x-3)(x-5) < 3$

$x^2 - 8x + 12 < 0$

$(x-2)(x-6) < 0$  より  $2 < x < 6$

したがって,  $5 < x < 6$

問題

$\log_2 (x-2) + \log_2 (x-3) < 1$

例題

$\log \frac{1}{2} x(x-1) < -1$

真数が正より  $x(x-1) > 0$  ,  $x < 0$  または  $1 < x$

式を変形し  $\log \frac{1}{2} x(x-1) < \log \frac{1}{2} 2$

底が1より小さいから 

不等号の向きが変わる

$x(x-1) > 2$  ,  $x^2 - x - 2 > 0$

$(x+1)(x-2) > 0$  より  $x < -1$  ,  $2 < x$

したがって,  $x < -1$  ,  $2 < x$

問題

$\log \frac{1}{3} x(x-2) < -1$

例題

$\log \frac{1}{2} (x+2) + \log \frac{1}{2} (x+5) < -2$

真数が正より  $x+2 > 0$  かつ  $x+5 > 0$

よって,  $x > -2$

式を変形し  $\log \frac{1}{2} (x+2)(x+5) < \log \frac{1}{2} 4$

底が1より小さいから 

不等号の向きが変わる

$(x+2)(x+5) > 4$

$x^2 + 7x + 6 > 0$

$(x+1)(x+6) > 0$  より  $x < -6$  ,  $-1 < x$

したがって,  $x > -1$

問題

$\log \frac{1}{3} x + \log \frac{1}{3} (x-2) < -1$

1. 次の対数不等式を解きなさい。

底が1より大

Solve the following logarithmic inequality.
2. 次の対数不等式を解きなさい。

底が1より小

Solve the following logarithmic inequality.

例題

$\log_3 x(x-8) > 2$

真数が正より  $x(x-8) > 0$  ,  $x < 0$  または  $8 < x$

式を変形し  $\log_3 x(x-8) > \log_3 9$

底が1より大きいから

$x(x-8) > 9$  ,  $x^2 - 8x - 9 > 0$

$(x+1)(x-9) > 0$  より  $x < -1$  ,  $9 < x$

したがって ,  $x < -1$  ,  $9 < x$

問題

$\log_2 x(x-3) > 2$

例題

$\log_2 (x-1) + \log_2 (x-4) > 2$

真数が正より  $x-1 > 0$  かつ  $x-4 > 0$

よって ,  $x > 4$

式を変形し  $\log_2 (x-1)(x-4) > \log_2 4$

底が1より大きいから

$(x-1)(x-4) > 4$

$x^2 - 5x > 0$

$x(x-5) > 0$  より  $x < 0$  ,  $5 < x$

したがって ,  $5 < x$

問題

$\log_3 (x-4) + \log_3 (x-2) > 1$

例題

$\log \frac{1}{2} x(x-3) > -2$

真数が正より  $x(x-3) > 0$  ,  $x < 0$  または  $3 < x$

式を変形し  $\log \frac{1}{2} x(x-3) > \log \frac{1}{2} 4$

底が1より小さいから 不等号の向きが変わる

$x(x-3) < 4$  ,  $x^2 - 3x - 4 < 0$

$(x+1)(x-4) < 0$  より  $-1 < x < 4$

したがって ,  $-1 < x < 0$  ,  $3 < x < 4$

問題

$\log \frac{1}{3} (x-1)(x+3) > -1$

例題

$\log \frac{1}{3} x + \log \frac{1}{3} (x+2) > -1$

真数が正より  $x > 0$  かつ  $x+2 > 0$

よって ,  $x > 0$

式を変形し  $\log \frac{1}{3} x(x+2) > \log \frac{1}{3} 3$

底が1より小さいから 不等号の向きが変わる

$x(x+2) < 3$

$x^2 + 2x - 3 < 0$

$(x-1)(x+3) < 0$  より  $-3 < x < 1$

したがって ,  $0 < x < 1$

問題

$\log \frac{1}{2} (x+2) + \log \frac{1}{2} (x+3) > -1$

## 数学 対数不等式 3 課題

1. 次の対数不等式を解きなさい。 底が 1 より大  
Solve the following logarithmic inequality.

$$\text{例題} \quad \log_2(x+3) < 2$$

真数が正より  $x(x+3) > 0$  ,  $x < -3$  または  $0 < x$

式を変形し  $\log_2 x(x+3) < \log_2 4$

てい おお  
底が1より大きいから

$$x(x+3) < 4 \quad , \quad x^2 + 3x - 4 < 0$$

$$(x - 1)(x + 4) < 0 \quad \text{よ} \text{リ} \quad -4 < x < 1$$

したがって,  $-4 < x < -3$ ,  $0 < x < 1$

問題  $\log_3(x+8) < 2$

### 例題 $\log_2(x-3) + \log_2(x-6) < 2$

真数が正より  $x - 3 > 0$  かつ  $x - 6 > 0$

よって,  $x > 6$

式を変形し  $\log_2 (x - 3)(x - 6) < \log_2 4$

てい おお  
底が1より大きいから

$$(x - 3)(x - 6) < 4$$

$$x^2 - 9x + 14 < 0$$

$$(x - 2)(x - 7) < 0 \text{ より } 2 < x < 7$$

真数条件より,  $6 < x < 7$

問題  $\log_2(x-1) + \log_2(x-4) < 2$

( )年( )組( )番( )

2. 次の対数不等式を解きなさい。 底が 1 より小  
Solve the following logarithmic inequality.

$$\text{例題} \quad \log \frac{1}{2} x(x+2) < -3$$

真数が正より  $x(x+2) > 0$  ,  $x < -2$  または  $0 < x$

式を<sup>しき</sup>変<sup>へん</sup>形<sup>けい</sup>し  $\log_{\frac{1}{x}}(x-1) < \log_{\frac{1}{x}}8$

底が1より小さいから  $\frac{2}{1}$  不等号の向きが変わる  $\frac{2}{\frac{1}{2}}$

$$x(x+2) > 8 \quad , \quad x^2 + 2x - 8 > 0$$

$$(x - 2)(x + 4) > 0 \quad \text{よ} \text{リ} \quad x < -4, 2 < x$$

したがって,  $x < -4$ ,  $2 < x$

$$\log_{\frac{1}{3}}(x+8) < -2$$

$$\text{例題} \quad \log_{\frac{1}{2}}(x+1) + \log_{\frac{1}{2}}(x+3) < -1$$

真数が正より  $x+1>0$  かつ  $x+3>0$

よって,  $x > -1$

式を変形し  $\log_{\frac{1}{3}}(x+1)(x+3) < \log_{\frac{1}{3}}3$

底が1より小さいから 不等号の向きが変わる

$$\binom{X+1}{2} \binom{X+3}{2} > 3$$

$$x^2 + 4x > 0$$

$$x(x+4) > 0 \text{ より } x < -4, 0 < x$$

真数条件より,  $x > 0$

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+1) + \log_{\frac{1}{2}}(x+3) < -3$$

1. 次の式を証明せよ。 Prove the following formula.

2. 次の式の値を求めよ。 Find the value of the following expression.

例題  $2^X = 3^Y = 6^Z, X, Y, Z \neq 0$  のとき,

$$\frac{1}{X} + \frac{1}{Y} = \frac{1}{Z}$$

6を底とする対数をとれば,

$$\log_6 2^X = \log_6 3^Y = \log_6 6^Z$$

したがって

$$X \log_6 2 = Z, X = \frac{Z}{\log_6 2}$$

$$Y \log_6 3 = Z, Y = \frac{Z}{\log_6 3}$$

$$\frac{1}{X} = \frac{\log_6 2}{Z} \quad \frac{1}{Y} = \frac{\log_6 3}{Z}$$

$$\frac{1}{X} + \frac{1}{Y} = \frac{\log_6 2}{Z} + \frac{\log_6 3}{Z} = \frac{\log_6 6}{Z} = \frac{1}{Z}$$

問題  $2^X = 5^Y = 10^Z, X, Y, Z \neq 0$  のとき,

$$\frac{1}{X} + \frac{1}{Y} = \frac{1}{Z}$$

例題  $2^X = 3^Y = 7$  のとき,  $\frac{1}{X} + \frac{1}{Y}$  を求めよ。

7を底とする対数をとれば,

$$\log_7 2^X = \log_7 3^Y = \log_7 7 = 1$$

したがって

$$X \log_7 2 = 1, X = \frac{1}{\log_7 2}$$

$$Y \log_7 3 = 1, Y = \frac{1}{\log_7 3}$$

$$\frac{1}{X} + \frac{1}{Y} = \log_7 2 + \log_7 3 = \log_7 6$$

問題  $3^X = 5^Y = 15^Z = 10$  のとき,  $\frac{1}{X} + \frac{1}{Y} - \frac{1}{Z}$  を求めよ。

問題  $36^X = 9^Y = \sqrt[3]{4}$  のとき  $\frac{1}{X} - \frac{1}{Y}$  を求めよ。