

1. 次の を埋めて、文 章を完成せよ。
Fill in the blanks below to complete the sentences.

$M = a^p > 0, N = a^q > 0$ のとき対数の性質を 考 える。

$\log_a M = \text{}$, $\log_a N = \text{}$

$MN = \text{} \text{} = \text{}^p \text{}^q = a^{\text{}^p \text{}^q}$ より

$\log_a MN = \text{} \text{} = \log_a \text{} \log_a \text{}$

$\frac{M}{N} = \text{} \text{} = \text{}^p \text{}^{-q} = \text{}^{p-q}$

$\log_a \frac{M}{N} = \text{} \text{} = \log_a \text{} \log_a \text{}$

$M^r = (a^p)^r = a^{\text{}^p r}$ より

$\log_a M^r = \text{} \text{} = \log_a \text{}$

$a > 0$ のとき , $a^0 = \text{}$ より $\log_a \text{} = 0$

$a^1 = \text{}$ より $\log_a \text{} = 1$

2. 次の式を計算せよ。
Calculate the following value.

れい だい 例 題	もん だい 問 題
$\log_4 2 + \log_4 8$ $= \log_4 (2 \times 8)$ $= \log_4 16 = \log_4 4^2$ $= 2$	$\log_{10} 5 + \log_{10} 2$
$\log_8 48 - \log_8 6$ $= \log_8 \frac{48}{6}$ $= \log_8 8 = \log_8 8^1$ $= 1$	$\log_4 80 - \log_4 5$
$\log_2 \sqrt[3]{24} - \frac{1}{3} \log_2 6$ $= \log_2 \sqrt[3]{24} - \log_2 \sqrt[3]{6}$ $= \log_2 \frac{\sqrt[3]{24}}{\sqrt[3]{6}}$ $= \log_2 \sqrt[3]{4} = \log_2 \sqrt[3]{2^2}$ $= \log_2 2^{\frac{2}{3}}$ $= \frac{2}{3} \log_2 2$ $= \frac{2}{3}$	$\log_2 \sqrt{24} - \frac{1}{2} \log_2 3$

3. 次の を埋めて、文 章を完成せよ。
Fill in the blanks below to complete the sentences.

a を底とする対数 $\log_a b$ を c を底とする 対数 で表す。

$\log_a b = x$ とおくと $a^x = \text{}$

c を底 (base) とする対数をとると

$\log_c a^x = \log_c \text{}$ すなわち $x \log_c a = \log_c \text{}$

$a \neq 1$ より , $\log_c a \neq 0$ であるから

$\log_a b = x = \frac{\log_c \text{}}{\log_c \text{}}$

4. 次の 値 を求めよ。
Calculate the following value.

れい だい 例 題	もん だい 問 題
$\log_9 27$ $= \frac{\log_3 27}{\log_3 9} = \frac{\log_3 3^3}{\log_3 3^2}$ $= \frac{3}{2}$	$\log_4 8$
$\log_3 6 \times \log_6 9$ $= \log_3 6 \times \frac{\log_3 9}{\log_3 6}$ $= \log_3 9 = \log_3 3^2$ $= 2$	$\log_4 10 \times \log_{10} 64$
$\log_2 12 - \log_4 9$ $= \log_2 12 - \frac{\log_2 9}{\log_2 4}$ $= \log_2 12 - \frac{\log_2 3^2}{\log_2 2^2}$ $= \log_2 12 - \frac{2 \log_2 3}{2 \log_2 2}$ $= \log_2 12 - \log_2 3$ $= \log_2 \frac{12}{3}$ $= \log_2 4 = \log_2 2^2$ $= 2$	$\log_3 15 - \log_9 25$

数学 対数の性質 2 課題

()年()組()番()

1. 次の を埋めて、文章を完成せよ。
Fill in the blanks below to complete the sentences.

$M = a^p > 0, N = a^q > 0$ のとき対数の性質を考える。

$\log_a M = \text{}$, $\log_a N = \text{}$

$MN = \text{} \text{} = \text{}^p \text{}^q = a^{\text{}^p \text{}^q}$ より

$\log_a MN = \text{} \text{} = \log_a \text{} \log_a \text{}$

$\frac{M}{N} = \text{} \text{} = \text{}^p \text{}^q = a^{\text{}^p \text{}^q}$

$\log_a \frac{M}{N} = \text{} \text{} = \log_a \text{} \log_a \text{}$

$M = (a^p)^r = a^{\text{}^p \text{}^r}$ より

$\log_a M = \text{} \text{} = \log_a \text{}$

$a > 0$ のとき, $a^0 = \text{}$ より $\log_a \text{} = 0$

$a^1 = \text{}$ より $\log_a \text{} = 1$

2. 次の式を計算せよ。
Calculate the following value.

例題	問題
$\log_4 2 + \log_4 32$ $= \log_4 (2 \times 32)$ $= \log_4 64 = \log_4 4^3$ $= 3$	$\log_6 4 + \log_6 9$
$\log_4 32 - \log_4 2$ $= \log_4 \frac{32}{2}$ $= \log_4 16 = \log_4 4^2$ $= 2$	$\log_2 24 - \log_2 3$
$\log_2 \sqrt[3]{96} - \frac{1}{3} \log_2 3$ $= \log_2 \sqrt[3]{96} - \log_2 \sqrt[3]{3}$ $= \log_2 \frac{\sqrt[3]{96}}{\sqrt[3]{3}}$ $= \log_2 \sqrt[3]{32} = \log_2 \sqrt[3]{2^5}$ $= \log_2 2^{\frac{5}{3}}$ $= \frac{5}{3} \log_2 2$ $= \frac{5}{3}$	$\log_2 \sqrt{24} - \frac{1}{2} \log_2 6$

3. 次の を埋めて、文章を完成せよ。
Fill in the blanks below to complete the sentences.

a を底とする対数 $\log_a b$ を c を底とする対数で表す。

$\log_a b = x$ とおくと $a^x = \text{}$

c を底 (base) とする対数をとると

$\log_c a^x = \log_c \text{}$ すなわち $x \log_c a = \log_c \text{}$

$a \neq 1$ より, $\log_c a \neq 0$ であるから

$\log_a b = x = \frac{\log_c \text{}}{\log_c \text{}}$

4. 次の値を求めよ。
Calculate the following value.

例題	問題
$\log_{27} 9$ $= \frac{\log_3 9}{\log_3 27} = \frac{\log_3 3^2}{\log_3 3^3}$ $= \frac{2}{3}$	$\log_{32} 8$
$\log_3 8 \times \log_8 27$ $= \log_3 8 \times \frac{\log_3 27}{\log_3 8}$ $= \log_3 27 = \log_3 3^3$ $= 3$	$\log_2 5 \times \log_5 64$
$\log_3 72 - \log_9 64$ $= \log_3 72 - \frac{\log_3 64}{\log_3 9}$ $= \log_3 72 - \frac{\log_3 8^2}{\log_3 3^2}$ $= \log_3 72 - \frac{2 \log_3 8}{2 \log_3 3}$ $= \log_3 72 - \log_3 8$ $= \log_3 \frac{72}{8}$ $= \log_3 9 = \log_3 3^2$ $= 2$	$\log_2 24 - \log_8 27$

数学 対数の性質 3 課題

()年()組()番()

1. 次の を埋めて、文章を完成せよ。
Fill in the blanks below to complete the sentences.

$M = a^p > 0, N = a^q > 0$ のとき対数の性質を考える。

$\log_a M = \text{}$, $\log_a N = \text{}$

$MN = \text{} \text{} = \text{}^p \text{}^q = a^{\text{}^p \text{}^q}$ より

$\log_a MN = \text{} \text{} = \log_a \text{} \log_a \text{}$

$\frac{M}{N} = \text{} \text{} = \text{}^p \text{}^q = a^{\text{}^p \text{}^q}$

$\log_a \frac{M}{N} = \text{} \text{} = \log_a \text{} \log_a \text{}$

$M = (a^p)^r = a^{\text{}^p \text{}^r}$ より

$\log_a M = \text{} \text{} = \text{} \log_a \text{}$

$a > 0$ のとき, $a^0 = \text{}$ より $\log_a \text{} = 0$

$a^1 = \text{}$ より $\log_a \text{} = 1$

2. 次の式を計算せよ。
Calculate the following value.

例題	問題
$\log_6 4 + \log_6 54$ $= \log_6 (4 \times 54)$ $= \log_6 216 = \log_6 6^3$ $= 3$	$\log_6 3 + \log_6 12$
$\log_4 20 - \log_4 10$ $= \log_4 \frac{20}{10}$ $= \log_4 2 = \log_4 2^{0.5}$ $= 0.5$	$\log_2 24 - \log_2 3$
$\log_2 \sqrt[4]{24} - \frac{1}{4} \log_2 6$ $= \log_2 \sqrt[4]{24} - \log_2 \sqrt[4]{6}$ $= \log_2 \frac{\sqrt[4]{24}}{\sqrt[4]{6}}$ $= \log_2 \sqrt[4]{4} = \log_2 \sqrt[4]{2^2}$ $= \log_2 2^{\frac{1}{2}}$ $= \frac{1}{2} \log_2 2$ $= \frac{1}{2}$	$\log_2 \sqrt{48} - \frac{1}{2} \log_2 3$

3. 次の を埋めて、文章を完成せよ。
Fill in the blanks below to complete the sentences.

a を底とする対数 $\log_a b$ を c を底とする対数で表す。

$\log_a b = x$ とおくと $a^x = \text{}$

c を底とする対数をとると

$\log_c a^x = \log_c \text{}$ すなわち $x \log_c a = \log_c \text{}$

$a \neq 1$ より, $\log_c a \neq 0$ であるから

$\log_a b = x = \frac{\log_c \text{}}{\log_c \text{}}$

4. 次の値を求めよ。
Calculate the following value.

例題	問題
$\log_8 16$ $= \frac{\log_2 16}{\log_2 8} = \frac{\log_2 2^4}{\log_2 2^3}$ $= \frac{4}{3}$	$\log_{16} 32$
$\log_3 4 \times \log_4 27$ $= \log_3 4 \times \frac{\log_3 27}{\log_3 4}$ $= \log_3 27 = \log_3 3^3$ $= 3$	$\log_2 5 \times \log_5 16$
$\log_3 18 - \log_{27} 8$ $= \log_3 18 - \frac{\log_3 8}{\log_3 27}$ $= \log_3 18 - \frac{\log_3 2^3}{\log_3 3^3}$ $= \log_3 18 - \frac{3 \log_3 2}{3 \log_3 3}$ $= \log_3 18 - \log_3 2$ $= \log_3 \frac{18}{2}$ $= \log_3 9 = \log_3 3^2$ $= 2$	$\log_2 24 - \log_4 9$

1. 次の対数方程式を解きなさい。

Solve the following logarithmic equation.

例題

$(\log_2 x)^2 - 3 \log_2 x - 4 = 0$

$\log_2 x = t$ とおくと $t^2 - 3t - 4 = 0$

$(t + 1)(t - 4) = 0$ より $t = -1, 4$

$t = 4$ のとき $x = 16$, $t = -1$ のとき $x = \frac{1}{2}$

したがって, $x = 16, \frac{1}{2}$

問題

$(\log_3 x)^2 - 3 \log_3 x = 0$

例題

$\log_2 (x - 1) + \log_2 (x + 1) = 3$

真数が正であるから $x - 1 > 0$ かつ $x + 1 > 0$

よって, $x > 1$

式を変形し $\log_2 (x - 1)(x + 1) = \log_2 2^3$

よって $(x - 1)(x + 1) = 2^3$

式を整理して, $x^2 - 9 = 0$ したがって, $x = 3$

問題

$\log_2 (x - 2) + \log_2 (x + 1) = 2$

問題

$\log_2 (x - 3) + \log_2 (x + 3) = 4$

2. 次の方程式を解きなさい。

Solve the following equation.

例題	問題
$2^x = 3^{x+2}$	$3^x = 5^{x-1}$
2を底とする対数をと	
$\log_2 2^x = \log_2 3^{x+2}$	
$x = (x + 2) \log_2 3$	
$(1 - \log_2 3)x = 2 \log_2 3$	
$x = \frac{2 \log_2 3}{1 - \log_2 3}$	

3. 次の関数の最大値と最小値を求めよ。また, そのときの x の値を求めよ。

Find the maximum and minimum values of the following functions.
Also, find the value of x at that time.

例題

$y = (\log_2 x)^2 - \log_2 x^4 + 5 \quad (2 \leq x \leq 8)$

$\log_2 x = t$ とおくと, $2 \leq x \leq 8$ であるから

$\log_2 2 \leq \log_2 x \leq \log_2 8$, $1 \leq t \leq 3$

$y = t^2 - 4t + 5 = (t - 2)^2 + 1$

頂点 $(2, 1)$ $t = \log_2 x = 2$, $x = 4$

$t = 1$ ($x = 2$) のとき, $y = 2$

$t = 3$ ($x = 8$) のとき, $y = 2$

最大値は2 ($x = 2, 8$), 最小値は1 ($x = 4$)

問題

$y = (\log_2 x)^2 - \log_2 x^2 + 2 \quad (1 \leq x \leq 4)$

1. 次の対数方程式を解きなさい。

Solve the following logarithmic equation.
2. 次の式の値を求めよ。

Find the value of the following expression.

例題

$(\log_3 x)^2 - 2 \log_3 3x - 1 = 0$

$(\log_3 x)^2 - 2 \log_2 3x - 1$

$= (\log_3 x)^2 - 2 \log_3 x - 2 \log_3 3 - 1$

$= (\log_3 x)^2 - 2 \log_3 x - 3 = 0$

$\log_2 x = t$ とおくと $t^2 - 2t - 3 = 0$

$(t + 1)(t - 3) = 0$ より $t = -1, 3$

$t = 3$ のとき $x = 27$, $t = -1$ のとき $x = \frac{1}{3}$

したがって, $x = 27, \frac{1}{2}$

問題

$(\log_2 x)^2 - \log_2 4x = 0$

例題

$\log_3 (x - 3) + \log_3 (x + 3) = 3$

真数が正であるから $x - 3 > 0$ かつ $x + 3 > 0$

よって, $x > 3$

式を変形し $\log_3 (x - 3)(x + 3) = \log_3 3^3$

よって $(x - 3)(x + 3) = 27$

式を整理して, $x^2 - 9 = 27$

$x^2 = 36$ より $x = -6, 6$

$x > 3$ より $x = 6$

問題

$\log_2 (x - 1) + \log_2 (x + 1) = 3$

例題	問題
$3^{2 \log_3 2}$	$3^{-\log_3 2}$
$M = 3^{2 \log_3 2}$ とおく。	
3を底とする対数をとる。	
$\log_3 M$	
$= \log_3 3^{2 \log_3 2}$	
$= 2 \log_3 2 \times \log_3 3$	
$= \log_3 4$	
よって $M = 4$	

3. 次の関数の最大値と最小値を求めよ。また, そのときの x の値を求めよ。

Find the maximum and minimum values of the following function.
Also, find the value of x at that time.

例題

$y = (\log_2 x)^2 - \log_2 x^6 + 5 \quad (1 \leq x \leq 8)$

$\log_2 x = t$ とおくと, $1 \leq x \leq 8$ であるから

$\log_2 1 \leq \log_2 x \leq \log_2 8, \quad 0 \leq t \leq 3$

$y = t^2 - 6t + 5 = (t - 3)^2 - 4$

頂点(3, -4) は定義域内

$t = 0 (x = 1)$ のとき, $y = 5$

$t = 3 (x = 8)$ のとき, $y = -4$

最大値は $5 (x = 1)$, 最小値は $-4 (x = 8)$

問題

$y = (\log_2 x)^2 - 2 \log_2 x^2 \quad (1 \leq x \leq 8)$

1. 次の対数方程式を解きなさい。
Solve the following logarithmic equation.
2. 次の関数の最大値と最小値を求めよ。また、そのときの x の値を求めよ。
Find the maximum and minimum values of the following function.
Also, find the value of x at that time.

例題 $(\log_4 x)^2 + \log_4 x - 2 = 0$

$\log_4 x = t$ とおくと $t^2 + t - 2 = 0$

$(t - 1)(t + 2) = 0$ より $t = 1, -2$

$t = 1$ のとき $x = 4$, $t = -2$ のとき $x = \frac{1}{16}$

したがって, $x = 4, \frac{1}{16}$

問題 $(\log_3 x)^2 - 2\log_3 x - 3 = 0$

例題 $\log_3 (x - 2) + \log_3 (x + 6) = 2$

真数が正であるから $x - 2 > 0$ かつ $x + 6 > 0$

よって, $x > 2$

式を変形し $\log_3 (x - 2)(x + 6) = \log_3 3^2$

よって $(x - 2)(x + 6) = 3^2$

$x^2 + 4x - 12 = 0$

$(x - 3)(x + 7) = 0$

真数条件より $x = 3$

問題 $\log_2 (x - 1) + \log_2 (x + 2) = 2$

問題 $\log_4 (x - 1) + \log_4 (x + 5) = 2$

例題 $y = \log_3 (x + 2) + \log_3 (4 - x)$

真数が正であるから $x + 2 > 0$ かつ $4 - x > 0$

よって $-2 < x < 4$

$y = \log_3 (x + 2) + \log_3 (4 - x)$

$= \log_3 (x + 2)(4 - x)$

$= \log_3 (-x^2 + 2x + 8)$

真数を $f(x)$ とすると

$f(x) = -x^2 + 2x + 8 = -(x - 1)^2 + 9$

$-2 < x < 4$ において

$f(x)$ の最大値・最小値を求めると,

最大値は $9 (x = 1)$, 最小値はない。

よって $\log_3 f(x)$ の最大値は $\log_3 9 = 2$

$y = \log_3 (x + 2) + \log_3 (4 - x)$ の最大値は $2 (x = 1)$, 最小値はない。

問題 $y = \log_4 (x + 2) + \log_4 (6 - x)$