

1. 加法定理を用いて，次の式を展開せよ。  
Expand the following expression using the addition theorem.

例題

$2\sin\left(\phantom{0}+\phantom{0}30^{\circ}\right)$

$=2\left(\sin\phantom{0}\cos 30^{\circ}+\cos\phantom{0}\sin 30^{\circ}\right)$

$=2\left(\sin\phantom{0}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\cos\phantom{0}\times\frac{1}{2}\right)$

$=\sqrt{3}\sin\phantom{0}+\cos\phantom{0}$

問題

$2\sin\left(\phantom{0}+45^{\circ}\right)$

例題

$2\sin\left(\phantom{0}-60^{\circ}\right)$

$=2\left(\sin\phantom{0}\cos 60^{\circ}-\cos\phantom{0}\sin 60^{\circ}\right)$

$=2\left(\sin\phantom{0}\times\frac{1}{2}-\cos\phantom{0}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$=\sin\phantom{0}-\sqrt{3}\cos\phantom{0}$

問題

$2\sin\left(\phantom{0}-30^{\circ}\right)$

2. 次の点と原点 O との距離  $r$  を求めよ。  
Find the distance  $r$  between the next point and the origin O.

例題

$\left(1,\sqrt{3}\right)$

$r=\sqrt{1^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{4}=2$

問題

$\left(1,-\sqrt{3}\right)$

問題

$\left(3,-4\right)$

問題

$\left(-2,2\right)$

3. 次の三角関数の合成をせよ。  
Compose the following trigonometric functions.

例題

$3\sin\phantom{0}-4\cos\phantom{0}$

$=\sqrt{3^2+\left(-4\right)^2}\sin\left(\phantom{0}+\phantom{0}\right)=5\sin\left(\phantom{0}+\phantom{0}\right)$

$\cos\phantom{0}=\frac{3}{5},\sin\phantom{0}=-\frac{4}{5}$ を満たす

問題

$\sin\phantom{0}+2\cos\phantom{0}$

例題

$\sin\phantom{0}+\sqrt{3}\cos\phantom{0}$

$=\sqrt{1^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}\sin\left(\phantom{0}+\phantom{0}\right)=2\sin\left(\phantom{0}+\phantom{0}\right)$

$\cos\phantom{0}=\frac{1}{2},\sin\phantom{0}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ を満たすは  $60^{\circ}$

$\sin\phantom{0}+\sqrt{3}\cos\phantom{0}=2\sin\left(\phantom{0}+60^{\circ}\right)$

問題

$\sqrt{3}\sin\phantom{0}-\cos\phantom{0}$

問題

$\sin\phantom{0}-\cos\phantom{0}$

問題

$-2\sin\phantom{0}+2\cos\phantom{0}$

1. 加法定理を用いて，次の式を展開せよ。  
Expand the following expression using the addition theorem.

例題

$$2 \sin \left( \quad + 60^\circ \right)$$
$$= 2 \left( \sin \cos 60^\circ + \cos \sin 60^\circ \right)$$
$$= 2 \left( \sin \times \frac{1}{2} + \cos \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$
$$= \sin + \sqrt{3} \cos$$

問題

$$2 \sin \left( \quad + 135^\circ \right)$$

例題

$$2 \sin \left( \quad - 45^\circ \right)$$
$$= 2 \left( \sin \cos 45^\circ - \cos \sin 45^\circ \right)$$
$$= 2 \left( \sin \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \cos \times \frac{1}{2} \right)$$
$$= \sin - \sqrt{3} \cos$$

問題

$$2 \sin \left( \quad - 30^\circ \right)$$

2. 次の点と原点 O との距離  $r$  を求めよ。  
Find the distance  $r$  between the next point and the origin O.

例題

$$\left( 1, -\sqrt{3} \right)$$
$$r = \sqrt{1^2 + \left( -\sqrt{3} \right)^2} = \sqrt{4} = 2$$

問題

$$\left( -1, \sqrt{3} \right)$$

問題

$$\left( 6, -8 \right)$$

問題

$$\left( -4, -4 \right)$$

3. 次の三角関数の合成をせよ。  
Compose the following trigonometric functions.

例題

$$2 \sin \quad - 3 \cos$$
$$= \sqrt{2^2 + \left( -3 \right)^2} \sin \left( \quad + \quad \right) = \sqrt{13} \sin \left( \quad + \quad \right)$$
$$\cos = \frac{2}{\sqrt{13}}, \sin = -\frac{3}{\sqrt{13}} \text{ を満たす}$$

問題

$$6 \sin \quad - 8 \cos$$

例題

$$\sqrt{3} \sin \quad - \cos$$
$$= \sqrt{\left( \sqrt{3} \right)^2 + 1^2} \sin \left( \quad + \quad \right) = 2 \sin \left( \quad + \quad \right)$$
$$\cos = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sin = -\frac{1}{2} \text{ を満たす は } -30^\circ$$
$$\sqrt{3} \sin \quad - \cos = 2 \sin \left( \quad - 30^\circ \right)$$

問題

$$\sin \quad - \sqrt{3} \cos$$

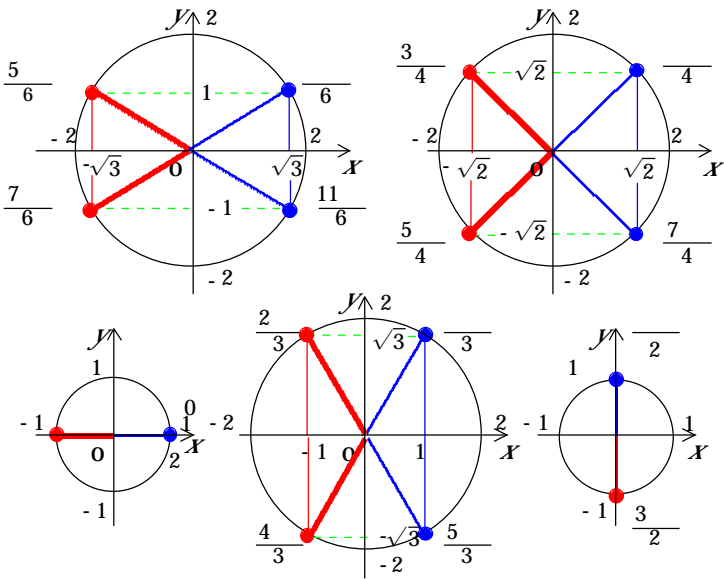
問題

$$- \sin \quad + \cos$$

問題

$$- 4 \sin \quad - 4 \cos$$

1. 図を利用して、次の三角関数の表を完成せよ。  
Complete the following table of trigonometric functions using the diagram.



	0	$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{2}{2}$
sin	0	—	—	—	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{11}{6}$	2
sin	-1	—	—	—	0
cos	0	—	—	—	1

2. 次の点と原点 O との距離  $r$  を求めよ。  
Find the distance  $r$  between the next point and the origin O.

例題 (1, -3)

$$r = \sqrt{1^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}$$

問題 (1, -2)

3. 加法定理を用いて、次の式を展開せよ。  
Expand the following expression using the addition theorem.

例題  $\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right)$

$$= \sqrt{2} \left( \sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{4} \right)$$
$$= \sqrt{2} \left( \sin \frac{\pi}{4} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \cos \frac{\pi}{4} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$
$$= \sin \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{4}$$

問題  $2 \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right)$

4. 次の三角関数の合成をせよ。  
Compose the following trigonometric functions.

例題  $8 \sin \theta - 6 \cos \theta$

$$= \sqrt{8^2 + (-6)^2} \sin(\theta + \alpha) = 10 \sin(\theta + \alpha)$$

$\cos \alpha = \frac{4}{5}$ ,  $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$  を満たす

問題  $\sin \theta - 2 \cos \theta$

例題  $\sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta$

$$= \sqrt{1^2 + (-\sqrt{3})^2} \sin(\theta + \alpha) = 2 \sin(\theta + \alpha)$$

$\cos \alpha = \frac{1}{2}$ ,  $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$  を満たす  $\alpha$  は  $\frac{5}{3}$

$$\sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta = 2 \sin\left(\theta + \frac{5}{3}\right)$$

問題  $\sqrt{3} \sin \theta - \cos \theta$

問題  $\sqrt{6} \sin \theta + \sqrt{2} \cos \theta$

問題  $2 \sin \theta + 2 \cos \theta$

1. 次の三角方程式を解きなさい。(0° < x < 360°)  
Solve the following trigonometric equation.

例題    sin x + √3 cos x = √3

sin x + √3 cos x

= √(1<sup>2</sup> + (√3)<sup>2</sup>) sin(x +    ) = 2 sin(x +    )

cos    = 1/2 , sin    = √3/2 を満たす    は 60°

sin x - √3 cos x = 2 sin(x + 60°) = √3

sin(x + 60°) = √3/2 より ,

x + 60° = 60°    または    x + 60° = 120°

よって , x = 0° , 60°

問題    √3 sin x + cos x = √2

2. 次の三角不等式を解きなさい。(0° < x < 360°)  
Solve the following trigonometric inequality.

例題    √3 sin x + cos x > √3

√3 sin x + cos x = 2 sin(x + 30°) > √3

sin(x + 30°) > √3/2 より ,

60° < x + 30° < 120°

よって 30° < x < 90°

問題    √3 sin x + cos x > √2

3. 次の関数の最大値・最小値を求めよ。(0° < x < 360°)  
また , そのときの sin x , cos x の値を求めよ。  
Find the maximum and minimum values of the following functions.  
Also, find sin x and cos x at that time.

例題    3 sin x + 4 cos x

3 sin x + 4 cos x

= √(3<sup>2</sup> + 4<sup>2</sup>) sin(x +    ) = 5 sin(x +    )

cos    = 3/5 , sin    = - 4/5 を満たす

よって , 最大値は 5 ,    x +    = 90°

      x +    = 90° より , x = 90° -   

sin x = sin(90° -    )

          = sin 90° cos    - cos 90° sin    = 3/5

cos x = cos(90° -    )

          = cos 90° cos    + sin 90° sin    = 4/5

よって , 最小値は 5 ,    x +    = 270°

      x +    = 270° より , x = 270° -   

sin x = sin(270° -    )

          = sin 270° cos    - cos 270° sin    = - 3/5

cos x = cos(270° -    )

          = cos 270° cos    + sin 270° sin    = - 4/5

問題    5 sin x - 12 cos x

1. 次の三角方程式を解きなさい。(0° < x < 360°)

Solve the following trigonometric equation.

例題

$$\sin x - \sqrt{3} \cos x = 1$$
$$\sin x - \sqrt{3} \cos x = \sqrt{1^2 + (-\sqrt{3})^2} \sin(x + \quad) = 2 \sin(x + \quad)$$
$$\cos \quad = \frac{1}{2}, \sin \quad = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{を満たす} \quad \text{は } 300^\circ$$
$$\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2 \sin(x + 300^\circ) = 1$$
$$\sin(x + 300^\circ) = \frac{1}{2} \text{より},$$
$$x + 300^\circ = 390^\circ \text{ または } x + 300^\circ = 510^\circ$$
$$\text{よって, } x = 90^\circ, 210^\circ$$

問題

$$\sqrt{3} \sin x - \cos x = -1$$

2. 次の三角不等式を解きなさい。(0° < x < 360°)

Solve the following trigonometric inequality.

例題

$$\sin x - \sqrt{3} \cos x \leq 1$$
$$\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2 \sin(x + 300^\circ) \leq 1$$
$$\sin(x + 300^\circ) \leq \frac{1}{2} \text{より},$$
$$390^\circ \leq x + 300^\circ \leq 510^\circ$$
$$\text{よって } 90^\circ \leq x \leq 210^\circ$$

問題

$$\sqrt{3} \sin x - \cos x \leq -1$$

3. 次の関数の最大値・最小値を求めよ。(0° < x < 360°)

また, そのときの sin x, cos x の値を求めよ。

Find the maximum and minimum values of the following functions.  
Also, find sin x and cos x at that time.

例題

$$6 \sin x + 8 \cos x$$
$$6 \sin x + 8 \cos x = \sqrt{6^2 + 8^2} \sin(x + \quad) = 10 \sin(x + \quad)$$
$$\cos \quad = \frac{3}{5}, \sin \quad = -\frac{4}{5} \text{を満たす}$$
$$\text{よって, 最大値は } 10, \quad x + \quad = 90^\circ$$
$$\quad x + \quad = 90^\circ \text{より}, \quad x = 90^\circ - \quad$$
$$\sin x = \sin(90^\circ - \quad)$$
$$= \sin 90^\circ \cos \quad - \cos 90^\circ \sin \quad = \frac{3}{5}$$
$$\cos x = \cos(90^\circ - \quad)$$
$$= \cos 90^\circ \cos \quad + \sin 90^\circ \sin \quad = \frac{4}{5}$$
$$\text{よって, 最小値は } -10, \quad x + \quad = 270^\circ$$
$$\quad x + \quad = 270^\circ \text{より}, \quad x = 270^\circ - \quad$$
$$\sin x = \sin(270^\circ - \quad)$$
$$= \sin 270^\circ \cos \quad - \cos 270^\circ \sin \quad = -\frac{3}{5}$$
$$\cos x = \cos(270^\circ - \quad)$$
$$= \cos 270^\circ \cos \quad + \sin 270^\circ \sin \quad = -\frac{4}{5}$$

問題

$$4 \sin x + 3 \cos x$$

1. 次の三角方程式を解きなさい。(  $0 \leq x < 2\pi$  )

Solve the following trigonometric equation.

例題  $\sin x - \cos x = 1$

$$\sin x - \cos x = \sqrt{1^2 + (-1)^2} \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$
$$\cos = \frac{1}{\sqrt{2}}, \sin = \frac{-1}{\sqrt{2}} \text{をみたす } x \text{ は } \frac{7\pi}{4}$$
$$\sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{7\pi}{4}\right) = 1$$
$$0 \leq x < 2\pi \text{ より, } \frac{7\pi}{4} \leq x + \frac{7\pi}{4} < \frac{15\pi}{4}$$
$$\sin\left(x + \frac{7\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$x + \frac{7\pi}{4} = \frac{9\pi}{4} \text{ より, } x = \frac{\pi}{2}$$
$$x + \frac{7\pi}{4} = \frac{11\pi}{4} \text{ より, } x = \frac{7\pi}{4}$$

したがって,  $x = \frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{4}$

問題  $\sin x + \cos x = 1$

2. 次の三角不等式を解きなさい。(  $0 \leq x < 2\pi$  )

Solve the following trigonometric inequality.

例題  $\sin x - \cos x > 1$

$$\sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{7\pi}{4}\right) > 1$$

したがって,  $\frac{\pi}{4} < x < \frac{5\pi}{4}$

問題  $\sin x + \cos x > 1$

3. 次の関数の最大値・最小値を求めよ。(  $0 \leq x < 2\pi$  )

また, そのときの  $x$  の値を求めよ。

Find the maximum and minimum values of the following functions.  
Also, find  $\sin x$  and  $\cos x$  at that time.

例題  $\sin x + \sqrt{3} \cos x$

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$
$$\cos = \frac{1}{2}, \sin = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{をみたす } x = \frac{\pi}{3}$$

最大値  $2$ ,  $x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$  より  $x = \frac{\pi}{6}$

最小値  $-2$ ,  $x + \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{2}$  より  $x = \frac{7\pi}{6}$

例題  $3 \sin x + \sqrt{3} \cos x$

問題  $\sin x + \cos x$