

数学 三角関数の合成 ( )年( )組( )番( )

三角関数の合成

加法定理を利用して、 $\sqrt{3}\sin + \cos$  を  $r\sin(+)$  の形に変形する。

$\sin, \cos$  の係数を考えると、 $\left( OP = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = \right)$  より

$\left( \cos = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sin = \frac{1}{2} \right)$  より

$\sqrt{3} = ( ), 1 = ( )$

したがって、

$$\begin{aligned} \sqrt{3}\sin + \cos &= \left( \cos \sin + \sin \cos \right) \\ &= \left( \cos \sin + \sin \cos \right) \\ &= \left( \sin( + ) \right) \end{aligned}$$

一般に、 $a\sin + b\cos$  の式は、点  $P(a, b)$  をとり、動径  $OP$  の表す角を とし、  
 $\left( r = OP = \sqrt{a^2 + b^2} \right)$  とすると、 $a = r\cos, b = r\sin$  となるから  
 $a\sin + b\cos = r(\cos \sin + \sin \cos) = r\sin(+)$

三角関数の合成

$a\sin + b\cos =$

ただし  $\sin = \frac{b}{r}, \cos = \frac{a}{r}$

問題 A 次の三角関数を合成せよ。

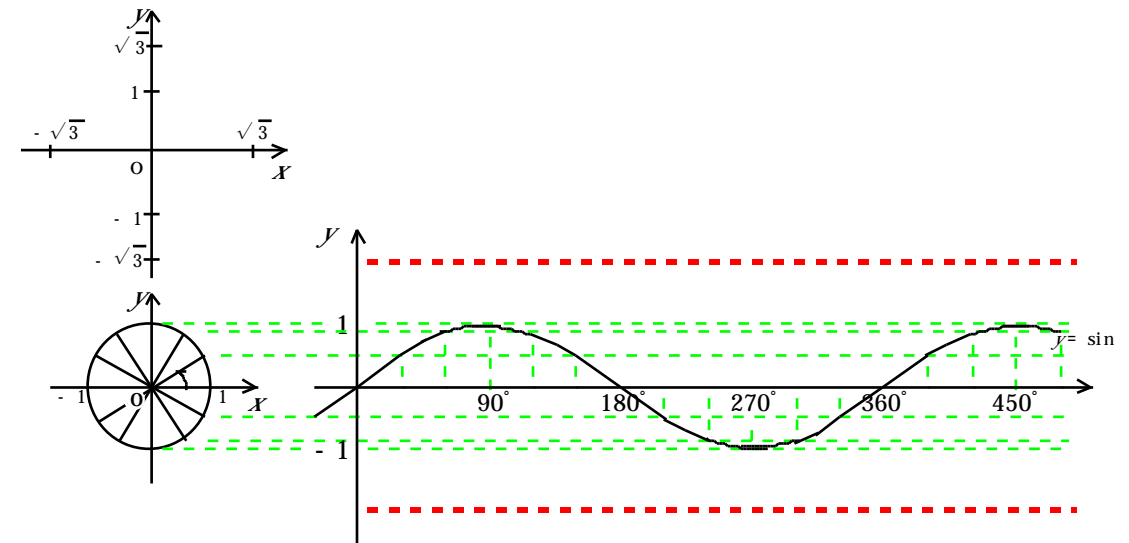
(1)  $\sin - \cos$  (2)  $\sin + \sqrt{3}\cos$

(3)  $3\sin - \sqrt{3}\cos$  (4)  $2\sin + \cos$

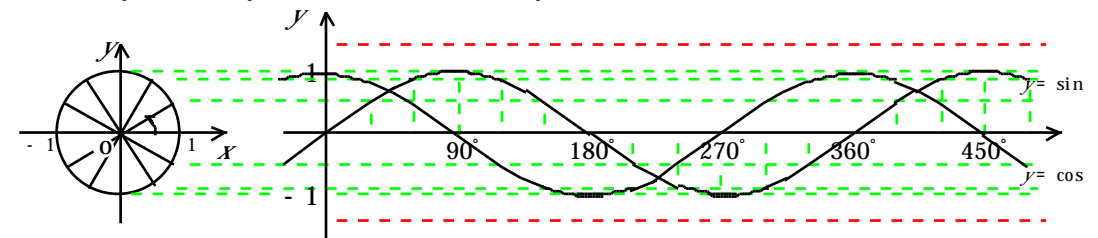
$\sin = \frac{b}{r}, \cos = \frac{a}{r}$

問題 B  $0^\circ < 360^\circ$  のとき、 $y = \sin + \cos$  の最大値と最小値を求めよ。

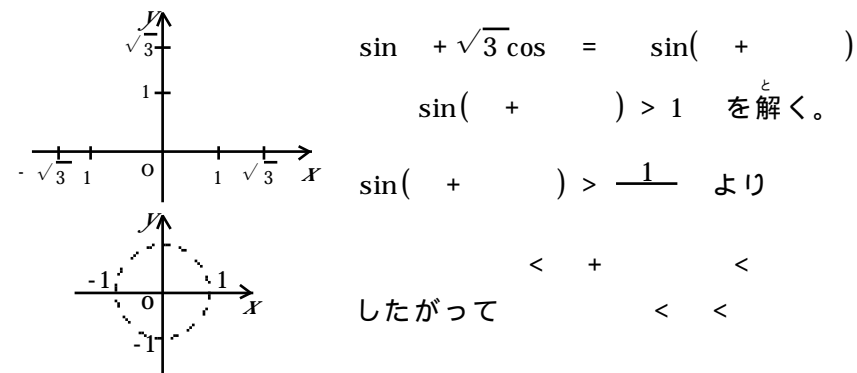
応用問題 C  $y = \sqrt{3}\sin - \cos$  のグラフを描き、最大値と最小値を求めよ。



発展問題 D  $y = \sin, y = \cos$  を利用して、 $y = \sin + \cos$  のグラフを描きなさい。



発展問題 E  $0^\circ < 180^\circ$  のとき、 $\sin + \sqrt{3}\cos > 1$  を満たす を求めよ。



$\sin + \sqrt{3}\cos = \sin(+)$

$\sin(+)$  を解く。

$\sin(+)$  より

$< + <$

したがって  $< <$