

数学 2倍角の公式 ()年()組()番()

三角関数の加法定理は

$$\begin{aligned}\sin(\alpha + \beta) &= \left(\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \right) && \text{サイタコスモスコスモサイタ} \\ \cos(\alpha + \beta) &= \left(\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \right) && \text{コスモスコスモスマアサイタサイタ} \\ \tan(\alpha + \beta) &= \left(\frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \right) && \text{コスタンたすタンの1引くタンタン}\end{aligned}$$

である。この式の $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ も用いる

$$\begin{aligned}\sin 2\alpha &= \sin(\alpha + \alpha) = \left(\sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha \sin \alpha \right) = \left(2 \sin \alpha \cos \alpha \right) \\ \cos 2\alpha &= \cos(\alpha + \alpha) = \left(\cos \alpha \cos \alpha - \sin \alpha \sin \alpha \right) = \left(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \right) \\ &= \left(\cos^2 \alpha - (1 - \cos^2 \alpha) \right) = \left(2 \cos^2 \alpha - 1 \right) \\ &= \left((1 - \sin^2 \alpha) - \sin^2 \alpha \right) = \left(1 - 2 \sin^2 \alpha \right) \\ \tan 2\alpha &= \tan(\alpha + \alpha) = \left(\frac{\tan \alpha + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha \tan \alpha} \right) = \left(\frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \right)\end{aligned}$$

2倍角の公式

$$\sin 2\alpha =$$

$$\cos 2\alpha =$$

$$\tan 2\alpha =$$

問題 A が第 1 象限の角で、 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ のとき、 $\sin 2\alpha$ 、 $\cos 2\alpha$ の値を求めよ。

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad \text{より} \quad \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{3}{5} \right)^2 = \frac{16}{25}$$

$$\text{が第 1 象限の角であるから } \cos \alpha > 0 \quad \text{よって} \quad \cos \alpha = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\sin 2\alpha =$$

$$\cos 2\alpha =$$

問題 B が第 3 象限の角で、 $\tan \alpha = \sqrt{3}$ のとき、 $\tan 2\alpha$ の値を求めよ。

問題 C $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ のとき、 $\cos 2\alpha + \cos \alpha = 1$ を解きなさい。

発展問題 D $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ のとき、次の方程式、不等式を解きなさい。

(1) $\sin 2\alpha = \sin \alpha$
(2) $\sin 2\alpha > \sin \alpha$

$\sin 2\alpha = \left(\frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \right)$ より $\sin \alpha = \frac{\tan \alpha}{\sec \alpha}$
 $\sin \alpha = 0$ のとき、 $\sin 2\alpha = 0$
ゆえに $\tan \alpha = 0$

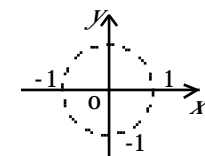
$\sin \alpha > 0$ のとき、与えられた不等式は $\frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} > \frac{\tan \alpha}{\sec \alpha}$
 $\sin \alpha > 0$ のとき、両辺を $\sin \alpha$ で割ると $\frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} > \frac{1}{\sec \alpha}$

$\sin \alpha = 0$ のとき、 $\sin 2\alpha = 0$
ゆえに $\tan \alpha = 0$

$\sin \alpha > 0$ のとき、与えられた不等式は $\frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} > \frac{1}{\sec \alpha}$
 $\sin \alpha > 0$ のとき、両辺を $\sin \alpha$ で割ると $\frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} > \frac{1}{\sec \alpha}$

$\sin \alpha = 0$ のとき、 $\sin 2\alpha = 0$
ゆえに $\tan \alpha = 0$

$\sin \alpha > 0$ のとき、与えられた不等式は $\frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} > \frac{1}{\sec \alpha}$
 $\sin \alpha > 0$ のとき、両辺を $\sin \alpha$ で割ると $\frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} > \frac{1}{\sec \alpha}$



数学

はんかくこうしき半角の公式

()年()組()番()

cos の加法定理は

$\cos(\theta + \phi) = \cos\theta \cos\phi - \sin\theta \sin\phi$ コスモスコスモスマアサイタサイタ
この式の $\sin\theta$ を $\sin\phi$ に置き換えると, $\sin^2\theta + \sin^2\phi = 1$ も用いる

$$\begin{aligned}\cos 2\theta &= \cos(\theta + \theta) = \cos\theta \cos\theta - \sin\theta \sin\theta = (\cos^2\theta - \sin^2\theta) \\ &= (\cos^2\theta - (1 - \cos^2\theta)) = (2\cos^2\theta - 1) \\ &= (1 - \sin^2\theta) = (1 - \sin^2\theta)\end{aligned}$$

したがって

$$\sin^2\theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}, \quad \cos^2\theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$$

この式の $\cos 2\theta$ を $\cos\theta$ と置き換えて,

$$\sin^2\frac{\theta}{2} = \frac{1 - \cos\theta}{2}, \quad \cos^2\frac{\theta}{2} = \frac{1 + \cos\theta}{2}$$

問題 A $\tan^2\frac{\theta}{2}$ の公式を導きなさい。

問題 B $\sin 15^\circ, \cos 15^\circ, \tan 15^\circ$ の値を求めよ。

問題 C $90^\circ < \theta < 180^\circ$ で, $\cos\theta = -\frac{1}{3}$ のとき, $\tan\frac{\theta}{2}$ の値を求めよ。

はんかくこうしき半角の公式

$\sin^2\frac{\theta}{2} = \frac{1 - \cos\theta}{2}, \cos^2\frac{\theta}{2} = \frac{1 + \cos\theta}{2}$

$\tan^2\frac{\theta}{2} = \frac{1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta}$