数学Ⅱ　2倍角の公式　課題

(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　)

1.　次の 2 倍角の公式を作りなさい。
Derive the following double angle formula.

① sin 2α

sin(α + β) = [sin　cos　　cos　sin] より

β を α に置き換えて

sin(α + α) = sin α cos α + cos α sin α

sin 2α = [　　　　]

② cos 2α

cos(α + β) = [cos　cos　　sin　sin] より

β を α に置き換えると

cos(α + α) = cos α cos α − sin α sin α

cos 2α = [　　　　]

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ より

$\cos^2 \alpha =$ [1−　　　]

$\sin^2 \alpha =$ [1−　　　]

cos 2α の式の $\cos^2 \alpha$ を置き換えて

cos 2α = [(1−　　　)−　　　]

cos 2α = [1−　　　]

cos 2α の式の $\sin^2 \alpha$ を置き換えて

cos 2α = [　　　−(1−　　　)]

cos 2α = [　　　−1]

③ tan 2α

$\tan(\alpha+\beta) = \dfrac{\tan\quad\quad\tan}{1\quad\tan\quad\tan}$

β を α に置き換えると

$\tan(\alpha+\alpha) = \dfrac{\tan\quad\quad\tan}{1\quad\tan\quad\tan}$

$\tan 2\alpha = \dfrac{\tan}{1\quad\tan}$

2.　第 1 象限$(0^\circ < \alpha < 90^\circ)$のとき，次の値を求めよ。
Find the following value when in the first quadrant $(0^\circ < \alpha < 90^\circ)$.

例題	問題
$\sin\alpha = \dfrac{1}{2}$ のとき， sin 2α , cos 2α を求めよ。 $\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$ $= 1 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 = \dfrac{3}{4}$ $\cos\alpha > 0$ より $\cos\alpha = \sqrt{\dfrac{3}{4}}$ $= \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ $= 2 \times \dfrac{1}{2} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $= \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$ $= 1 - 2\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 = \dfrac{1}{2}$	$\sin\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ のとき sin 2α , cos 2α を求めよ。

3.　第 2 象限$(90^\circ < \alpha < 180^\circ)$のとき，次の値を求めよ。
Find the following value when in the second quadrant $(90^\circ < \alpha < 180^\circ)$.

例題	問題
$\tan\alpha = -\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ のとき tan 2α を求めよ。 $\tan 2\alpha = \dfrac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha}$ $= \dfrac{2 \times \left(-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)}{1 - \left(-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$ $= \dfrac{-\dfrac{2}{\sqrt{3}}}{\dfrac{2}{3}} = -\dfrac{3}{\sqrt{3}}$ $= -\sqrt{3}$	$\tan\alpha = -\sqrt{3}$

数学Ⅱ　2倍角の公式　2　課題　　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　)

1．次の 2 倍角の公式を作りなさい。

Derive the following double angle formula.

① $\sin 2\alpha$

$\sin(\alpha+\beta)=$ [sin　　cos　　　　cos　　　sin] より

β を α に置き換えて

$\sin(\alpha+\alpha)=\sin\alpha\cos\alpha+\cos\alpha\sin\alpha$

$\sin 2\alpha=$ [　　　　　　]

② $\cos 2\alpha$

$\cos(\alpha+\beta)=$ [cos　　cos　　　　sin　　　sin] より

β を α に置き換えると

$\cos(\alpha+\alpha)=\cos\alpha\cos\alpha-\sin\alpha\sin\alpha$

$\cos 2\alpha=$ [　　　　　　　　　]

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ より

$\cos^2\alpha=$ [$1-$　　　　　]

$\sin^2\alpha=$ [$1-$　　　　　]

$\cos 2\alpha$ の式の $\cos^2\alpha$ を置き換えて

$\cos 2\alpha=$ [$(1-$　　　　　$)-$　　　　　]

$\cos 2\alpha=$ [$1-$　　　　　]

$\cos 2\alpha$ の式の $\sin^2\alpha$ を置き換えて

$\cos 2\alpha=$ [　　　　　$-(1-$　　　　　$)$]

$\cos 2\alpha=$ [　　　　　-1]

③ $\tan 2\alpha$

$\tan(\alpha+\beta)=$ [$\dfrac{\tan\qquad\qquad\tan}{1\qquad\tan\qquad\tan}$]

β を α に置き換えると

$\tan(\alpha+\alpha)=$ [$\dfrac{\tan\qquad\qquad\tan}{1\qquad\tan\qquad\tan}$]

$\tan 2\alpha=$ [$\dfrac{\tan}{1\qquad\tan}$]

2．第 2 象限($90^\circ<\alpha<180^\circ$)のとき，次の値を求めよ。

Find the following value when in the second quadrant ($90^\circ<\alpha<180^\circ$).

例題	問題
$\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ のとき， $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$ を求めよ。 $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$ $=1-\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}$ $\cos\alpha<0$ より $\cos\alpha=-\sqrt{\dfrac{1}{4}}$ $=-\dfrac{1}{2}$ $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$ $=2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)$ $=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha$ $=1-2\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$ $=-\dfrac{1}{2}$	$\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ のとき $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$ を求めよ。

3．第 1 象限($0^\circ<\alpha<90^\circ$)のとき，次の値を求めよ。

Find the following value when in the first quadrant ($0^\circ<\alpha<90^\circ$).

例題	問題
$\tan\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ のとき $\tan 2\alpha$ を求めよ。 $\tan 2\alpha=\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$ $=\dfrac{2\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}}{1-\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$ $=\dfrac{\dfrac{2}{\sqrt{3}}}{\dfrac{2}{3}}=\dfrac{3}{\sqrt{3}}$ $=\sqrt{3}$	$\tan\alpha=\sqrt{3}$

数学Ⅱ　2倍角の公式　3　課題

(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　　　)

1. 次の 2 倍角の公式を作りなさい。

Derive the following double angle formula.

① $\sin 2\alpha$

$\sin(\alpha+\beta)=$ [sin　cos　　cos　sin] より

β を α に置き換えて

$\sin(\alpha+\alpha)=\sin\alpha\cos\alpha+\cos\alpha\sin\alpha$

$\sin 2\alpha=$ [　　　]

② $\cos 2\alpha$

$\cos(\alpha+\beta)=$ [cos　cos　　sin　sin] より

β を α に置き換えると

$\cos(\alpha+\alpha)=\cos\alpha\cos\alpha-\sin\alpha\sin\alpha$

$\cos 2\alpha=$ [　　　]

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ より

$\cos^2\alpha=$ [$1-$　　]

$\sin^2\alpha=$ [$1-$　　]

$\cos 2\alpha$ の式の $\cos^2\alpha$ を置き換えて

$\cos 2\alpha=$ [$(1-$　　$)-$　　]

$\cos 2\alpha=$ [$1-$　　]

$\cos 2\alpha$ の式の $\sin^2\alpha$ を置き換えて

$\cos 2\alpha=$ [　　$-(1-$　　$)$]

$\cos 2\alpha=$ [　　-1]

③ $\tan 2\alpha$

$\tan(\alpha+\beta)=$ [$\dfrac{\tan\quad\quad\tan}{1\quad\tan\quad\tan}$]

β を α に置き換えると

$\tan(\alpha+\alpha)=$ [$\dfrac{\tan\quad\quad\tan}{1\quad\tan\quad\tan}$]

$\tan 2\alpha=$ [$\dfrac{\tan}{1\quad\tan}$]

2. 第 3 象限$\left(\pi<\theta<\dfrac{3\pi}{2}\right)$のとき，次の値を求めよ。

例題	問題
$\cos\alpha=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ のとき，$\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$ を求めよ。 $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$ $=1-\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=\dfrac{1}{2}$ $\sin\alpha<0$ より $\sin\alpha=-\sqrt{\dfrac{1}{2}}$ $=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$ $=2\times\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$ $=\underline{\underline{1}}$ $\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha$ $=1-2\left(-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^2=\underline{\underline{0}}$	$\cos\alpha=-\dfrac{1}{2}$ のとき $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$ を求めよ。

3. 第 4 象限$\left(\dfrac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi\right)$のとき，次の値を求めよ。

例題	問題
$\tan\alpha=-\sqrt{3}$ のとき $\tan 2\alpha$ を求めよ。 $\tan 2\alpha=\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$ $=\dfrac{2\times(-\sqrt{3})}{1-(-\sqrt{3})^2}$ $=\dfrac{-2\sqrt{3}}{-2}=\sqrt{3}$	$\tan\alpha=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

数学Ⅱ　半角(はんかく)の公式(こうしき)　課題(かだい)

(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　)

1.　2倍角(ばいかく) $\cos 2\alpha$ の公式(こうしき)を作(つく)りなさい。

Derive the following double angle formula $\cos 2\alpha$.

$\cos(\alpha+\beta) = \boxed{\cos\quad \cos\quad - \sin\quad \sin\quad}$ より

β を α に置(お)き換(か)えて

$\cos(\alpha+\alpha) = \cos\alpha\cos\alpha - \sin\alpha\sin\alpha$

$\cos 2\alpha = \boxed{\quad - \quad}$

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ より

$\cos^2\alpha = \boxed{1-\quad}$

$\sin^2\alpha = \boxed{1-\quad}$

$\cos 2\alpha$ の式(しき)の $\cos^2\alpha$ を置(お)き換(か)えて

$\cos 2\alpha = \boxed{(1-\quad)-\quad}$

$\cos 2\alpha = \boxed{1-\quad}$

$\cos 2\alpha$ の式(しき)の $\sin^2\alpha$ を置(お)き換(か)えて

$\cos 2\alpha = \boxed{\quad -(1-\quad)}$

$\cos 2\alpha = \boxed{\quad -1}$

2.　次(つぎ)の半角(はんかく)の公式(こうしき)を作(つく)りなさい。

Derive the following half angle formula.

① $\sin^2\frac{\alpha}{2}$

$\cos 2\alpha = \boxed{\quad \sin^2\alpha}$ より

$\sin^2\alpha = \boxed{\frac{\quad}{\quad}}$, α を $\frac{\alpha}{2}$ にして

$\sin^2\frac{\alpha}{2} = \boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

② $\cos^2\frac{\alpha}{2}$

$\cos 2\alpha = \boxed{\quad \cos^2\alpha}$ より

$\cos^2\alpha = \boxed{\frac{\quad}{\quad}}$, α を $\frac{\alpha}{2}$ にして

$\cos^2\frac{\alpha}{2} = \boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

③ $\tan^2\frac{\alpha}{2}$

$\tan^2\frac{\alpha}{2} = \boxed{\frac{\frac{\quad}{\quad}}{\frac{\quad}{\quad}}} = \boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

2.　次(つぎ)の値(あたい)を求(もと)めよ。

Find the following value.

例題(れいだい)	問題(もんだい)
① $\sin 22.5^\circ$ $\sin^2 22.5^\circ$ $=\frac{1-\cos 45^\circ}{2}$ $=\frac{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}$ $=\frac{2-\sqrt{2}}{4}$ $\sin 22.5^\circ>0$　より $\sin 22.5^\circ=\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{4}}$ $=\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$	① $\sin 15^\circ$
② $\cos 22.5^\circ$ $\cos^2 22.5^\circ$ $=\frac{1+\cos 45^\circ}{2}$ $=\frac{1+\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}$ $=\frac{2+\sqrt{2}}{4}$ $\cos 22.5^\circ>0$　より $\cos 22.5^\circ=\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}$ $=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$	② $\cos 15^\circ$
③ $\tan 22.5^\circ$ $\tan 22.5^\circ=\frac{\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}}{\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}}$ $=\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{\sqrt{2+\sqrt{2}}}$ $=\sqrt{3-2\sqrt{2}}$	③ $\tan 15^\circ$

数学Ⅱ　半角の公式　2　課題　　　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　)

1．2倍角 $\cos 2\alpha$ の公式を作りなさい。

Derive the following double angle formula $\cos 2\alpha$.

$\cos(\alpha+\beta)=$ [cos　　cos　　　　sin　　sin] より

β を α に置き換えて

$\cos(\alpha+\alpha)=\cos\alpha\cos\alpha-\sin\alpha\sin\alpha$

$\cos 2\alpha=$ [　　　　$-$　　　　]

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ より

$\cos^2\alpha=$ [$1-$　　　　]

$\sin^2\alpha=$ [$1-$　　　　]

$\cos 2\alpha$ の式の $\cos^2\alpha$ を置き換えて

$\cos 2\alpha=$ [$(1-$　　　　$)-$　　　　]

$\cos 2\alpha=$ [$1-$　　　　]

$\cos 2\alpha$ の式の $\sin^2\alpha$ を置き換えて

$\cos 2\alpha=$ [　　　　$-(1-$　　　　$)$]

$\cos 2\alpha=$ [　　　　-1]

2．次の半角の公式を作りなさい。

Derive the following half angle formula.

① $\sin^2\frac{\alpha}{2}$

$\cos 2\alpha=$ [　　　　$\sin^2\alpha$] より

$\sin^2\alpha=$ [$\frac{\qquad}{\qquad}$] , α を $\frac{\alpha}{2}$ にして

$\sin^2\frac{\alpha}{2}=$ [$\frac{\qquad}{\qquad}$]

② $\cos^2\frac{\alpha}{2}$

$\cos 2\alpha=$ [　　$\cos^2\alpha$] より

$\cos^2\alpha=$ [$\frac{\qquad}{\qquad}$] , α を $\frac{\alpha}{2}$ にして

$\cos^2\frac{\alpha}{2}=$ [$\frac{\qquad}{\qquad}$]

③ $\tan^2\frac{\alpha}{2}$

$\tan^2\frac{\alpha}{2}=$ [$\dfrac{\frac{\qquad}{\qquad}}{\frac{\qquad}{\qquad}}$] $=$ [$\frac{\qquad}{\qquad}$]

2．第2象限 $(90^\circ<\alpha<180^\circ)$ のとき，次の値を求めよ。

Find the following value when in the second quadrant $(90^\circ<\alpha<180^\circ)$.

例題

$\cos\alpha=-\frac{4}{5}$ のとき

① $\sin\frac{\alpha}{2}$

$\sin^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{2}$

$=\dfrac{1-\left(-\frac{4}{5}\right)}{2}$

$=\frac{9}{10}$

$\sin\frac{\alpha}{2}>0$ より

$\sin\frac{\alpha}{2}=\sqrt{\frac{9}{10}}$

$=\frac{3}{\sqrt{10}}$

② $\cos\frac{\alpha}{2}$

$\cos^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1+\cos\alpha}{2}$

$=\dfrac{1+\left(-\frac{4}{5}\right)}{2}$

$=\frac{1}{10}$

$\cos\frac{\alpha}{2}>0$ より

$\cos\frac{\alpha}{2}=\sqrt{\frac{1}{10}}$

$=\frac{1}{\sqrt{10}}$

③ $\tan\frac{\alpha}{2}=\dfrac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}}$

$=\dfrac{\frac{3}{\sqrt{10}}}{\frac{1}{\sqrt{10}}}=3$

問題

$\cos\alpha=-\frac{1}{2}$ のとき

① $\sin\frac{\alpha}{2}$

② $\cos\frac{\alpha}{2}$

③ $\tan\frac{\alpha}{2}$

数学Ⅱ　半角(はんかく)の公式(こうしき)　3　課題(かだい)　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　)

1．2倍角(ばいかく) cos 2α の公式(こうしき)を作(つく)りなさい。

Derive the following double angle formula cos 2α .

$\cos(\alpha+\beta) = \boxed{\cos\quad\cos\qquad\sin\quad\sin}$ より

β を α に置(お)き換(か)えて

$\cos(\alpha+\alpha) = \cos\alpha\cos\alpha - \sin\alpha\sin\alpha$

$\cos 2\alpha = \boxed{\qquad - \qquad}$

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ より

$\cos^2\alpha = \boxed{1 - \qquad}$

$\sin^2\alpha = \boxed{1 - \qquad}$

cos 2α の式(しき)の $\cos^2\alpha$ を置(お)き換(か)えて

$\cos 2\alpha = \boxed{(1 - \qquad) - \qquad}$

$\cos 2\alpha = \boxed{1 - \qquad}$

cos 2α の式(しき)の $\sin^2\alpha$ を置(お)き換(か)えて

$\cos 2\alpha = \boxed{\qquad - (1 - \qquad)}$

$\cos 2\alpha = \boxed{\qquad - 1}$

2．次(つぎ)の半角(はんかく)の公式(こうしき)を作(つく)りなさい。

Derive the following half angle formula.

① $\sin^2\frac{\alpha}{2}$

$\cos 2\alpha = \boxed{\qquad \sin^2\alpha}$ より

$\sin^2\alpha = \boxed{\frac{\qquad}{\qquad}}$, α を $\frac{\alpha}{2}$ にして

$\sin^2\frac{\alpha}{2} = \boxed{\frac{\qquad}{\qquad}}$

② $\cos^2\frac{\alpha}{2}$

$\cos 2\alpha = \boxed{\qquad \cos^2\alpha}$ より

$\cos^2\alpha = \boxed{\frac{\qquad}{\qquad}}$, α を $\frac{\alpha}{2}$ にして

$\cos^2\frac{\alpha}{2} = \boxed{\frac{\qquad}{\qquad}}$

③ $\tan^2\frac{\alpha}{2}$

$\tan^2\frac{\alpha}{2} = \boxed{\frac{\frac{\qquad}{\qquad}}{\frac{\qquad}{\qquad}}} = \boxed{\frac{\qquad}{\qquad}}$

3．第(だい)3象限(しょうげん)($\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$)のとき，次(つぎ)の値(あたい)を求(もと)めよ。

Find the following value when in the third quadrant.

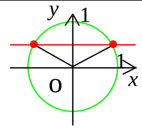
例題(れいだい)	問題(もんだい)
$\cos\alpha = -\frac{1}{3}$ のとき	$\cos\alpha = -\frac{1}{4}$ のとき
① $\sin\frac{\alpha}{2}$	① $\sin\frac{\alpha}{2}$
$\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{2}$	
$= \frac{1-\left(-\frac{1}{3}\right)}{2}$	
$= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$	
$\sin\frac{\alpha}{2} < 0$ より	
$\sin\frac{\alpha}{2} = -\sqrt{\frac{2}{3}}$	
$= -\frac{\sqrt{6}}{3}$	
② $\cos\frac{\alpha}{2}$	② $\cos\frac{\alpha}{2}$
$\cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1+\cos\alpha}{2}$	
$= \frac{1+\left(-\frac{1}{3}\right)}{2}$	
$= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$	
$\cos\frac{\alpha}{2} < 0$ より	
$\cos\frac{\alpha}{2} = -\sqrt{\frac{1}{3}}$	
$= -\frac{\sqrt{3}}{3}$	
③ $\tan\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}}$	③ $\tan\frac{\alpha}{2}$
$= \frac{-\frac{\sqrt{6}}{3}}{-\frac{\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{2}$	

数学Ⅱ　三角方程式(2倍角)　課題　　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　)

1. 次の等式を満たす x の値を求めよ。$(0^\circ \leqq x < 360^\circ)$

Find the value of x that satisfies the following equation. $(0^\circ \leqq x < 360^\circ)$

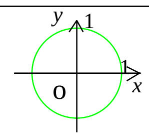
例題　$\sin 2x = \dfrac{1}{2}$



$2x = 30^\circ, 150^\circ, 390^\circ, 510^\circ$

$x = 15^\circ, 75^\circ, 195^\circ, 255^\circ$

問題　$\sin 2x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$



2. 次の三角方程式を解きなさい。　※ $0^\circ \leqq x < 360^\circ$

Solve the following trigonometric equation. $(0^\circ \leqq x < 360^\circ)$

例題　$\sin 2x + \sin x = 0$

$2\sin x\cos x + \sin x = 0$

$\sin x(2\cos x + 1) = 0$

よって　$\sin x = 0$　または　$2\cos x + 1 = 0$

$\sin x = 0$　のとき，　$x = 0^\circ, 180^\circ$

$2\cos x + 1 = 0$　すなわち，　$\cos x = -\dfrac{1}{2}$ のとき

$x = 120^\circ, 240^\circ$

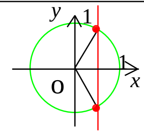
したがって　$x = 0^\circ, 120^\circ, 180^\circ, 240^\circ$

問題　$\sin 2x + \cos x = 0$

3. 次の等式を満たす x の値を求めよ。$(0^\circ \leqq x < 360^\circ)$

Find the value of x that satisfies the following equation. $(0^\circ \leqq x < 360^\circ)$

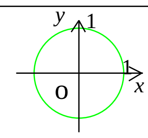
例題　$\cos 2x = \dfrac{1}{2}$



$2x = 60^\circ, 300^\circ, 420^\circ, 660^\circ$

$x = 30^\circ, 150^\circ, 210^\circ, 330^\circ$

問題　$\cos 2x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$



4. 次の三角方程式を解きなさい。　※ $0^\circ \leqq x < 360^\circ$

Solve the following trigonometric equation. $(0^\circ \leqq x < 360^\circ)$

例題　$\cos 2x + \sin x = 0$

$(1 - 2\sin^2 x) + \sin x = 0$

$-2\sin^2 x + \sin x + 1 = 0$

$2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$

$(2\sin x + 1)(\sin x - 1) = 0$

よって　$2\sin x + 1 = 0$　または　$\sin x - 1 = 0$

$2\sin x + 1 = 0$　すなわち，$\sin x = -\dfrac{1}{2}$ のとき

$x = 210^\circ, 330^\circ$

$\sin x - 1 = 0$　すなわち，$\sin x = 1$ のとき，$x = 90^\circ$

したがって　$x = 90^\circ, 210^\circ, 330^\circ$

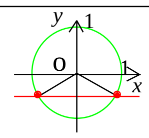
問題　$\cos 2x + \cos x = 0$

数学Ⅱ　三角方程式(2倍角)　2　課題　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　)

1. 次の等式を満たす x の値を求めよ。$(0^\circ \leqq x < 180^\circ)$

Find the value of x that satisfies the following equation. $(0^\circ \leqq x < 180^\circ)$

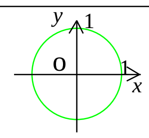
例題　$\sin 2x = -\dfrac{1}{2}$



$2x = 210^\circ,\ 330^\circ$

$x = 105^\circ,\ 165^\circ$

問題　$\sin 2x = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$



2. 次の三角方程式を解きなさい。　※ $0^\circ \leqq x < 360^\circ$

Solve the following trigonometric equation. $(0^\circ \leqq x < 360^\circ)$

例題　$\sin 2x - \sin x = 0$

$2\sin x\cos x - \sin x = 0$

$\sin x(2\cos x - 1) = 0$

よって　$\sin x = 0$　または　$2\cos x - 1 = 0$

$\sin x = 0$　のとき，　$x = 0^\circ,\ 180^\circ$

$2\cos x - 1 = 0$　すなわち，　$\cos x = \dfrac{1}{2}$ のとき

$x = 60^\circ,\ 300^\circ$

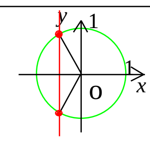
したがって　$x = 0^\circ,\ 60^\circ,\ 180^\circ,\ 300^\circ$

問題　$\sin 2x - \cos x = 0$

3. 次の等式を満たす x の値を求めよ。$(0^\circ \leqq x < 180^\circ)$

Find the value of x that satisfies the following equation. $(0^\circ \leqq x < 180^\circ)$

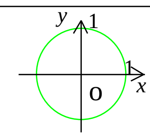
例題　$\cos 2x = -\dfrac{1}{2}$



$2x = 120^\circ,\ 240^\circ$

$x = 60^\circ,\ 120^\circ$

問題　$\cos 2x = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$



4. 次の三角方程式を解きなさい。　※ $0^\circ \leqq x < 360^\circ$

Solve the following trigonometric equation. $(0^\circ \leqq x < 360^\circ)$

例題　$\cos 2x + 2\sin x + 3 = 0$

$(1 - 2\sin^2 x) + 2\sin x + 3 = 0$

$-2\sin^2 x + 2\sin x + 4 = 0$

$\sin^2 x - \sin x - 2 = 0$

$(\sin x + 1)(\sin x - 2) = 0$

よって　$\sin x + 1 = 0$

すなわち　$\sin x = -1$　となる　$\underline{x = 270^\circ}$

※$-1 \leqq \sin x \leqq 1$　より　$\sin x - 2 \neq 0$

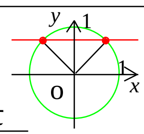
問題　$\cos 2x - 2\cos x - 3 = 0$

数学Ⅱ　三角方程式(2倍角) 3 課題　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　)

1. 次の等式を満たす x の値を求めよ。$(0 \leqq x < \pi)$

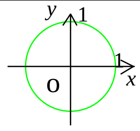
Find the value of x that satisfies the following equation. $(0 \leqq x < \pi)$

例題　$\sin 2x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

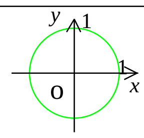


$2x = \dfrac{\pi}{4},\ \dfrac{3\pi}{4}$　$\therefore\ x = \dfrac{\pi}{8},\ \dfrac{3\pi}{8}$

問題①　$\sin 2x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$



問題②　$\sin 2x = 1$



2. 次の三角方程式を解きなさい。$(0 \leqq x < 2\pi)$

Solve the following trigonometric equation. $(0 \leqq x < 2\pi)$

例題　$\sin 2x + \sqrt{3}\cos x = 0$

$2\sin x\cos x + \sqrt{3}\cos x = 0$

$\cos x\left(2\sin x + \sqrt{3}\right) = 0$

よって　$\cos x = 0$　または　$2\sin x + \sqrt{3} = 0$

$\cos x = 0$　のとき，　$x = \dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{3\pi}{2}$

$2\sin x + \sqrt{3} = 0$　すなわち，　$\sin x = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$x = \dfrac{4\pi}{3},\ \dfrac{5\pi}{3}$

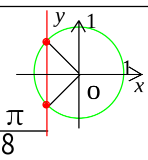
したがって　$x = \dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{4\pi}{3},\ \dfrac{5\pi}{3},\ \dfrac{3\pi}{2}$

問題　$\sin 2x + \sqrt{2}\cos x = 0$

3. 次の等式を満たす x の値を求めよ。$(0 \leqq x < \pi)$

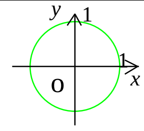
Find the value of x that satisfies the following equation. $(0 \leqq x < \pi)$

例題　$\cos 2x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

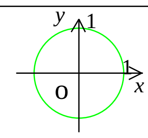


$2x = \dfrac{3\pi}{4},\ \dfrac{5\pi}{4}$　$\therefore\ x = \dfrac{3\pi}{8},\ \dfrac{5\pi}{8}$

問題①　$\cos 2x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$



問題②　$\cos 2x = 1$



4. 次の三角方程式を解きなさい。$(0 \leqq x < 2\pi)$

Solve the following trigonometric equation. $(0 \leqq x < 2\pi)$

例題　$\cos 2x - \cos x = 0$

$\left(2\cos^2 x - 1\right) - \cos x = 0$

$2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$

$2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$

$\left(2\cos x + 1\right)\left(\cos x - 1\right) = 0$

よって　$2\cos x + 1 = 0$　または　$\cos x - 1 = 0$

$2\cos x + 1 = 0$　すなわち，$\cos x = -\dfrac{1}{2}$ のとき

$x = \dfrac{2\pi}{3},\ \dfrac{4\pi}{3}$

$\cos x - 1 = 0$　すなわち，$\cos x = 1$のとき，$x = 0$

したがって　$x = 0,\ \dfrac{2\pi}{3},\ \dfrac{4\pi}{3}$

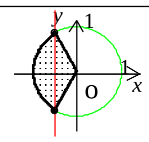
問題　$\cos 2x + \cos x = -1$

数学Ⅱ　三角不等式(2倍角)　課題　　　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　)

1．次の不等式を満たす x の値を求めよ。$(0^\circ \leqq x < 180^\circ)$

Find the value of x that satisfies the following inequality. $(0^\circ \leqq x < 180^\circ)$

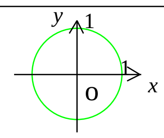
例題　$\cos 2x < -\dfrac{1}{2}$



$120^\circ < 2x < 240^\circ$

$60^\circ < x < 120^\circ$

問題　$\cos 2x > -\dfrac{1}{2}$



2．次の不等式を満たす x の値を求めよ。$(0^\circ \leqq x < 360^\circ)$

Find the value of x that satisfies the following inequality. $(0^\circ \leqq x < 360^\circ)$

例題　$\cos 2x - 3\cos x + 2 > 0$

$\cos 2x = 2\cos^2 - 1$ であるから

$\cos 2x - 3\cos x + 2$

$= (2\cos^2 x - 1) - 3\cos x + 2$

$= 2\cos^2 x - 3\cos x + 1$

$= (2\cos x - 1)(\cos x - 1) > 0$

$-1 \leqq \cos x \leqq 1$ より $(\cos x - 1) \leqq 0$

したがって，$(2\cos x - 1) < 0$

$\cos x < \dfrac{1}{2}$ より　　$60^\circ < x < 300^\circ$

問題　$\cos 2x + 3\cos x + 2 < 0$

3．次の不等式を満たす x の値を求めよ。$(0^\circ \leqq x < 360^\circ)$

Find the value of x that satisfies the following inequality. $(0^\circ \leqq x < 360^\circ)$

例題　$\sin 2x > \sqrt{2}\cos x$

$\sin 2x = 2\sin x \cos x$ であるから

$2\sin x \cos x > \sqrt{2}\cos x$

$\cos x > 0$ のとき，

$0^\circ \leqq x < 90^\circ,\ 270^\circ < x < 360^\circ$　　・・・①

両辺を $2\cos x$ で割ると

$\sin x > \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

よって　$45^\circ < x < 135^\circ$　　・・・②

①,②より　　$45^\circ < x < 90^\circ$

$\cos x < 0$ のとき，$90^\circ < x < 270^\circ$　　・・・③

両辺を $2\cos x$ で割ると

$\sin x < \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

よって $0^\circ < x < 45^\circ,\ 135^\circ < x < 360^\circ$　　・・・④

③,④より　$135^\circ < x < 270^\circ$

したがって，$45^\circ < x < 90^\circ,\ 135^\circ < x < 270^\circ$

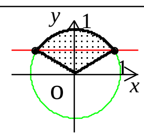
問題　$\sin 2x > \sqrt{3}\cos x$

数学Ⅱ　三角不等式(2倍角)　2 課題　　　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　)

1．次の等式を満たす x の 値 を求めよ。$(0 \leqq x < \pi)$

Find the value of x that satisfies the following inequality.$(0 \leqq x < \pi)$

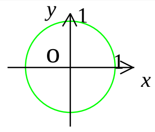
例題　$\sin 2x > \frac{1}{2}$



$\frac{\pi}{6} < 2x < \frac{5\pi}{6}$

$\frac{\pi}{12} < x < \frac{5\pi}{12}$

問題　$\sin 2x < -\frac{1}{2}$



2．次の不等式を満たす x の 値 を求めよ。$(0 \leqq x < 2\pi)$

Find the value of x that satisfies the following inequality.$(0 \leqq x < 2\pi)$

例題　$\cos 2x - 3\sin x + 1 < 0$

$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ であるから

$\cos 2x - 3\sin x + 1 = (1 - 2\sin^2 x) - 3\sin x + 1$

$= -2\sin^2 x - 3\sin x + 2 < 0$

$2\sin^2 x + 3\sin x - 2$

$= (2\sin x - 1)(\sin x + 2) > 0$

$-1 \leqq \sin x \leqq 1$ より　$\sin x + 2 > 0$

したがって，$2\sin x - 1 > 0$

$\sin x > \frac{1}{2}$　より　$\frac{\pi}{6} < x < \frac{5\pi}{6}$

問題　$\cos 2x + 3\sin x + 1 < 0$

3．次の不等式を満たす x の 値 を求めよ。$(0 \leqq x < 2\pi)$

Find the value of x that satisfies the following inequality.$(0 \leqq x < 2\pi)$

例題　$\sin 2x < \sqrt{2}\sin x$

$\sin 2x = 2\sin x \cos x$ であるから

$2\sin x \cos x < \sqrt{2}\sin x$

$\sin x > 0$ のとき，$0 < x < \pi$　…①

両辺を $2\sin x$ で割ると　$\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$

よって　$\frac{\pi}{4} < x < \frac{7\pi}{4}$　…②

①,②より $\frac{\pi}{4} < x < \pi$

$\sin x < 0$ のとき，$\pi < x < 2\pi$　…③

両辺を $2\sin x$ で割ると　$\cos x > \frac{\sqrt{2}}{2}$

よって　$0 < x < \frac{\pi}{4}$，$\frac{7\pi}{4} < x < 2\pi$　…④

③，④より $\frac{7\pi}{4} < x < 2\pi$

したがって，$\frac{\pi}{4} < x < \pi$，$\frac{7\pi}{4} < x < 2\pi$

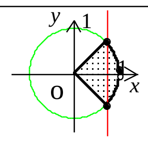
問題　$\sin 2x < \sqrt{3}\sin x$

数学Ⅱ　三角不等式(2倍角)　3 課題　　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　　)

1．次の等式を満たす x の値を求めよ。$(0 \leqq x < \pi)$

Find the value of x that satisfies the following inequality.$(0 \leqq x < \pi)$

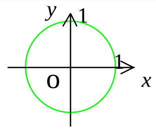
例題　$\cos 2x > \dfrac{\sqrt{2}}{2}$



$0 < 2x < \dfrac{\pi}{4}$，$\dfrac{7\pi}{4} < 2x < 2\pi$

$0 < x < \dfrac{\pi}{8}$，$\dfrac{7\pi}{8} < x < \pi$

問題　$\cos 2x > 0$



2．次の不等式を満たす x の値を求めよ。$(0 \leqq x < 2\pi)$

Find the value of x that satisfies the following inequality.$(0 \leqq x < 2\pi)$

例題　$\cos 2x - \cos x + 1 < 0$

$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ であるから

$\cos 2x - \cos x + 1 = (2\cos^2 x - 1) - \cos x + 1$

$= 2\cos^2 x - \cos x = \cos x(2\cos x - 1) < 0$

$\cos x > 0$ のとき，

$0 \leqq x < \dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{3\pi}{2} < x < 2\pi$　　・・・①

$2\cos x - 1 < 0$　より　$\dfrac{\pi}{3} < x < \dfrac{5\pi}{3}$　　・・・②

①，②より，$\dfrac{\pi}{3} < x < \dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{3\pi}{2} < x < \dfrac{5\pi}{3}$

$\cos x < 0$ のとき，$2\cos x - 1 > 0$ の解はない。

したがって，$\dfrac{\pi}{3} < x < \dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{3\pi}{2} < x < \dfrac{5\pi}{3}$

問題　$\cos 2x + \cos x + 1 < 0$

3．次の不等式を満たす x の値を求めよ。$(0 \leqq x < 2\pi)$

Find the value of x that satisfies the following inequality.$(0 \leqq x < 2\pi)$

例題　$\sin 2x > 2\cos x$

$\sin 2x = 2\sin x\cos x$ であるから

$2\sin x\cos x > 2\cos x$

$\cos x > 0$ のとき，

$0 \leqq x < \dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{3\pi}{2} < x < 2\pi$

両辺を $2\cos x$ で割ると　$\sin x > 1$

よって，　解なし

$\cos x < 0$ のとき，

$\dfrac{\pi}{2} < x < \dfrac{3\pi}{2}$　　・・・①

両辺を $2\cos x$ で割ると　$\sin x < 1$

$0 \leqq x < \dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{\pi}{2} < x < 2\pi$　　・・・②

①，②より

$\dfrac{\pi}{2} < x < \dfrac{3\pi}{2}$

問題　$\sin 2x > \cos x$