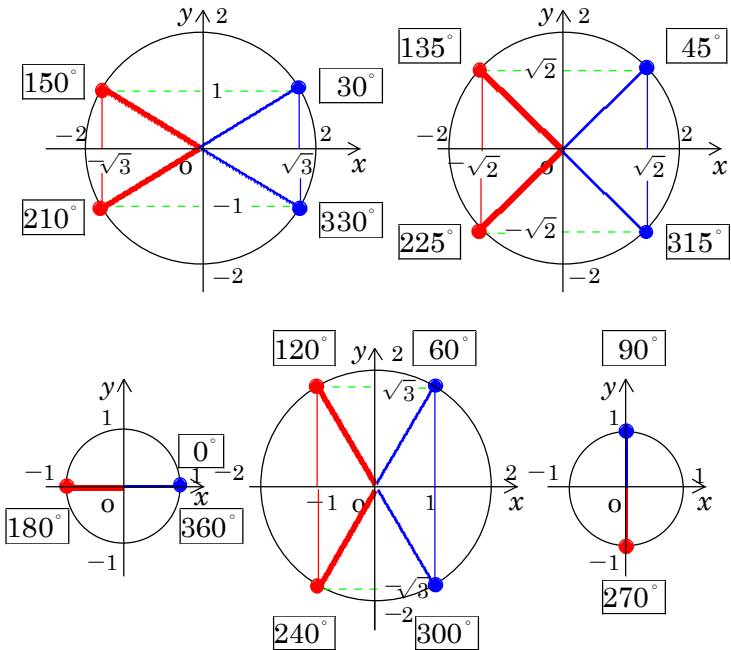


1. 図を利用して、次の三角関数の表を完成せよ。
Complete the following table of trigonometric functions using the diagram.



θ	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	

θ	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin \theta$			$\frac{\sqrt{2}}{2}$		
$\cos \theta$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan \theta$			-1		

θ	180°	210°	225°	240°	270°
$\sin \theta$	0	$-\frac{1}{2}$			-1
$\cos \theta$			$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	
$\tan \theta$			1		

θ	270°	300°	315°	330°	360°
$\sin \theta$					
$\cos \theta$					
$\tan \theta$		$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

2. 第3象限($180^\circ < \theta < 270^\circ$)のとき、 $\sin \theta$ を求めよ。
Find $\sin \theta$ when it is in the third quadrant ($180^\circ < \theta < 270^\circ$).

例題

$$\cos \theta = -\frac{1}{2} \text{ のとき,}$$
$$\sin \theta \text{ を求めよ。}$$
$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$$
$$= 1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$
$$\sin \theta < 0 \text{ より}$$
$$\sin \theta = -\sqrt{\frac{3}{4}}$$
$$= -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

問題

$$\cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ のとき}$$
$$\sin \theta \text{ を求めよ。}$$

3. 第4象限($270^\circ < \theta < 360^\circ$)のとき $\sin \theta$, $\cos \theta$ を求めよ。
Find $\sin \theta$ and $\cos \theta$ when it is in the fourth quadrant ($270^\circ < \theta < 360^\circ$).

例題

$$\tan \theta = -\frac{1}{\sqrt{3}} \text{ のとき,}$$
$$\sin \theta, \cos \theta \text{ を求めよ。}$$
$$\frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + \tan^2 \theta$$
$$= 1 + \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{4}{3}$$
$$\cos^2 \theta = \frac{3}{4}$$
$$\cos \theta > 0 \text{ より}$$
$$\cos \theta = \sqrt{\frac{3}{4}}$$
$$= \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \text{ より}$$
$$\sin \theta = \tan \theta \times \cos \theta$$
$$= \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$
$$= -\frac{1}{2}$$

問題

$$\tan \theta = -\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ のとき,}$$
$$\sin \theta, \cos \theta \text{ を求めよ。}$$

1. 第 3 象 限(180° < θ < 270°)のとき、次の関数を求めよ。
Find trigonometric functions when it is in the third quadrant (180° < θ < 270°).

れいだい 例題	もんだい 問題
<div>① sin θ = −$\frac{\sqrt{3}}{2}$ のとき cos θ , tan θ を求めよ。</div> <div>cos² θ = 1 − sin² θ</div> <div>= 1 − $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$</div> <div>= $\frac{1}{4}$</div> <div>cos θ < 0 より</div> <div>cos θ = −$\sqrt{\frac{1}{4}}$</div> <div>= −$\frac{1}{2}$</div> <div>tan θ = $\frac{\sin \theta}{\cos \theta}$</div> <div>= $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \div \left(-\frac{1}{2}\right)$</div> <div>= $\sqrt{3}$</div>	<div>① sin θ = −$\frac{\sqrt{2}}{2}$ のとき cos θ , tan θ を求めよ。</div>
<div>② sin θ = −$\frac{1}{\sqrt{5}}$ のとき cos θ , tan θ を求めよ。</div> <div>cos² θ = 1 − sin² θ</div> <div>= 1 − $\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2$</div> <div>= $\frac{4}{5}$</div> <div>cos θ < 0 より</div> <div>cos θ = −$\sqrt{\frac{4}{5}}$</div> <div>= −$\frac{2}{\sqrt{5}}$</div> <div>tan θ = $\frac{\sin \theta}{\cos \theta}$</div> <div>= $\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right) \div \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$</div> <div>= $\frac{1}{2}$</div>	<div>② sin θ = −$\frac{1}{\sqrt{10}}$ のとき cos θ , tan θ を求めよ。</div>

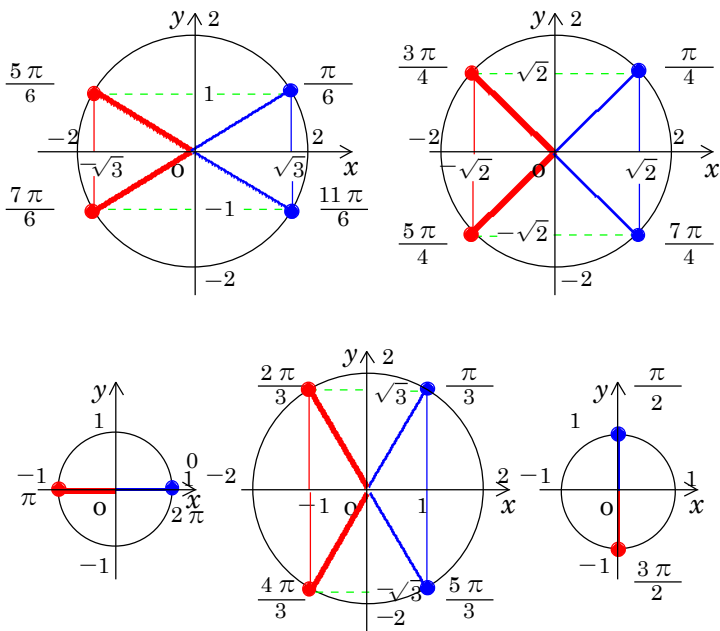
2. 第 4 象 限(270° < θ < 360°)のとき、次の関数を求めよ。
Find trigonometric functions when it is in the third quadrant (270° < θ < 360°).

れいだい 例題	もんだい 問題
<div>① cos θ = $\frac{12}{13}$ のとき, sin θ , tan θ を求めよ。</div> <div>sin² θ = 1 − cos² θ</div> <div>= 1 − $\left(\frac{12}{13}\right)^2$</div> <div>= $\frac{25}{169}$</div> <div>sin θ < 0 より</div> <div>sin θ = −$\sqrt{\frac{25}{169}}$</div> <div>= −$\frac{5}{13}$</div> <div>tan θ = $\frac{\sin \theta}{\cos \theta}$</div> <div>= $\left(-\frac{5}{13}\right) \div \frac{12}{13}$</div> <div>= −$\frac{5}{12}$</div>	<div>① cos θ = $\frac{4}{5}$ のとき, sin θ , tan θ を求めよ。</div>
<div>② tan θ = −1 のとき, sin θ , cos θ を求めよ。</div> <div>$\frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + \tan^2 \theta$</div> <div>= 1 + (−1)² = 2</div> <div>cos² θ = $\frac{1}{2}$</div> <div>cos θ > 0 より</div> <div>cos θ = $\sqrt{\frac{1}{2}}$</div> <div>= $\frac{1}{\sqrt{2}}$</div> <div>tan θ = $\frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ より</div> <div>sin θ = tan θ × cos θ</div> <div>= (−1) × $\frac{1}{\sqrt{2}}$</div> <div>= −$\frac{1}{\sqrt{2}}$</div>	<div>② tan θ = −2 のとき, sin θ , cos θ を求めよ。</div>

数学Ⅱ 三角関数 3 課題

1. 図を利用して、次の三角関数の表を完成せよ。

Complete the following table of trigonometric functions using the diagram.



θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	

θ	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\sin \theta$			$\frac{\sqrt{2}}{2}$		
$\cos \theta$		$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan \theta$			-1		

θ	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$
$\sin \theta$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$		-1
$\cos \theta$					
$\tan \theta$				$\sqrt{3}$	

θ	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
$\sin \theta$					
$\cos \theta$					
$\tan \theta$		$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

()年()組()番()

2. 第3象限($\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$)のとき、 $\cos \theta$ を求めよ。

Find $\cos \theta$ when it is in the third quadrant ($\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$).

例題	問題
$\sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ のとき、 $\cos \theta$ を求めよ。 $\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$ $= 1 - \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$ $\cos \theta < 0$ より $\cos \theta = -\sqrt{\frac{1}{2}}$ $= -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\sin \theta = -\frac{1}{2}$ のとき、 $\cos \theta$ を求めよ。

3. 第4象限($\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$)のとき、 $\sin \theta$, $\cos \theta$ を求めよ。

Find $\cos \theta$ when it is in the fourth quadrant ($\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$).

例題	問題
$\tan \theta = -\sqrt{3}$ のとき、 $\sin \theta$, $\cos \theta$ を求めよ。 $\frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + \tan^2 \theta$ $= 1 + (-\sqrt{3})^2 = 4$ $\cos^2 \theta = \frac{1}{4}$ $\cos \theta > 0$ より $\cos \theta = \sqrt{\frac{1}{4}}$ $= \frac{1}{2}$ $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ より $\sin \theta = \tan \theta \times \cos \theta$ $= (-\sqrt{3}) \times \left(\frac{1}{2}\right)$ $= -\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\tan \theta = -1$ のとき、 $\sin \theta$, $\cos \theta$ を求めよ。

1. 第3象限($\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$)のとき、次の関数を求めよ。
Find $\sin \theta$ and $\tan \theta$ when it is in the third quadrant ($\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$).

例題	問題
<div>① $\cos \theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ のとき $\sin \theta, \tan \theta$ を求めよ。</div> <div>$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$$= 1 - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$$= \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$\sin \theta < 0 \text{ より}$$\sin \theta = -\sqrt{\frac{1}{2}}$$= -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$= \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \div \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$= \underline{\underline{1}}$</div>	<div>① $\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ のとき $\sin \theta, \tan \theta$ を求めよ。</div>
<div>② $\cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{10}}$ のとき $\sin \theta, \tan \theta$ を求めよ。</div> <div>$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$$= 1 - \left(-\frac{1}{\sqrt{10}}\right)^2$$= \frac{9}{10}$$\sin \theta < 0 \text{ より}$$\sin \theta = -\sqrt{\frac{9}{10}}$$= -\frac{3}{\sqrt{10}}$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$= \left(-\frac{1}{\sqrt{10}}\right) \div \left(-\frac{3}{\sqrt{10}}\right)$$= \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$</div>	<div>② $\cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ のとき $\sin \theta, \tan \theta$ を求めよ。</div>

2. 第4象限($-\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$)のとき、次の関数を求めよ。
Find trigonometric functions when it is in the fourth quadrant.

例題	問題
<div>① $\sin \theta = -\frac{3}{5}$ のとき、$\cos \theta, \tan \theta$ を求めよ。</div> <div>$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$= 1 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2$$= \frac{16}{25}$$\cos \theta > 0 \text{ より}$$\cos \theta = \sqrt{\frac{16}{25}}$$= \frac{4}{5}$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$= \left(-\frac{3}{5}\right) \div \frac{4}{5}$$= \underline{\underline{-\frac{3}{4}}}$</div>	<div>① $\sin \theta = -\frac{12}{13}$ のとき、$\cos \theta, \tan \theta$ を求めよ。</div>
<div>② $\tan \theta = -2$ のとき、$\sin \theta, \cos \theta$ を求めよ。</div> <div>$\frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + \tan^2 \theta$$= 1 + (-2)^2 = 5$$\cos^2 \theta = \frac{1}{5}$$\cos \theta > 0 \text{ より}$$\cos \theta = \sqrt{\frac{1}{5}}$$= \frac{1}{\sqrt{5}}$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \text{ より}$$\sin \theta = \tan \theta \times \cos \theta$$= (-2) \times \frac{1}{\sqrt{5}}$$= \underline{\underline{-\frac{2}{\sqrt{5}}}}$</div>	<div>② $\tan \theta = -1$ のとき、$\sin \theta, \cos \theta$ を求めよ。</div>

1. 次の三角比を求めなさい。 Find the following trigonometric ratio.

例題

$\sin \theta = \frac{y}{r}$

$\cos \theta = \frac{x}{r}$

$\tan \theta = \frac{y}{x}$

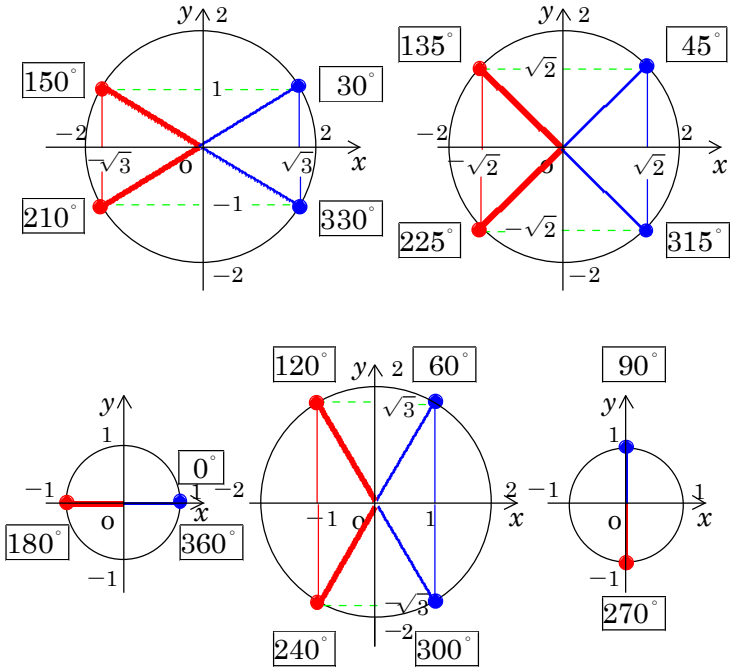
問題

$\sin \theta = \rule{1cm}{0.4pt}$

$\cos \theta = \rule{1cm}{0.4pt}$

$\tan \theta = \rule{1cm}{0.4pt}$

2. 図を利用して、次の三角関数の表を完成せよ。 Complete the following table of trigonometric functions using the diagram.



θ	180°	210°	225°	240°	270°
$\sin \theta$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1
$\cos \theta$			$-\frac{\sqrt{2}}{2}$		
$\tan \theta$			1		

θ	270°	300°	315°	330°	360°
$\sin \theta$					
$\cos \theta$					
$\tan \theta$			-1		

3. 第3象限($180^\circ < \theta < 270^\circ$)のとき、次の三角比を求めよ。 Find the following trigonometric functions when it is in the third quadrant.

例題

① $\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ のとき、 $\sin \theta$ 、 $\tan \theta$ を求めよ。

$2^2 = x^2 + (-\sqrt{3})^2$

$x^2 = 2^2 - (-\sqrt{3})^2$

$= 4 - 3 = 1$

$x < 0$ より

$x = -\sqrt{1} = -1$

よって、

$\sin \theta = -\frac{1}{2}$

$\tan \theta = \frac{-1}{-\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

問題

① $\cos \theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ のとき、 $\sin \theta$ 、 $\tan \theta$ を求めよ。

例題

② $\tan \theta = \sqrt{3}$ のとき、 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ を求めよ。

$x^2 = (\sqrt{3})^2 + (-1)^2$

$= 3 + 1 = 4$

$x > 0$ より

$x = \sqrt{4} = 2$

よって、

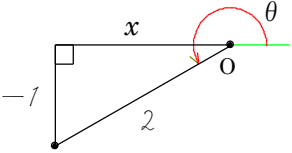
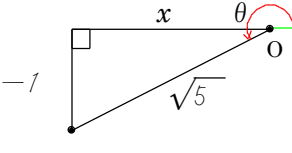
$\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

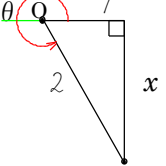
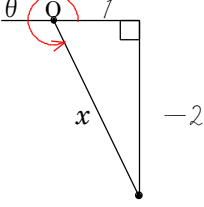
$\cos \theta = -\frac{1}{2}$

問題

② $\tan \theta = 1$ のとき、 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ を求めよ。

1. 第3象限(180°<θ<270°)のとき、次の三角比を求めよ。
Find the following trigonometric functions when it is in the third quadrant.
2. 第4象限(270°<θ<360°)のとき、次の三角比を求めよ。
Find the following trigonometric functions when it is in the fourth quadrant.

例題	問題
<div>① $\sin \theta = -\frac{1}{2}$ のとき、 $\cos \theta, \tan \theta$ を求めよ。</div> <div></div> <div>$2^2 = x^2 + (-1)^2$</div> <div>$x^2 = 2^2 - (-1)^2$</div> <div>$= 4 - 1 = 3$</div> <div>$x < 0$ より</div> <div>$x = -\sqrt{3}$</div> <div>よって、</div> <div>$\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$</div> <div>$\tan \theta = \frac{-1}{-\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$</div>	<div>① $\sin \theta = -\frac{4}{5}$ のとき、 $\cos \theta, \tan \theta$ を求めよ。</div>
<div>② $\sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ のとき $\cos \theta, \tan \theta$ を求めよ。</div> <div></div> <div>$(\sqrt{5})^2 = x^2 + (-1)^2$</div> <div>$x^2 = (\sqrt{5})^2 - (-1)^2$</div> <div>$= 5 - 1 = 4$</div> <div>$x < 0$ より</div> <div>$x = -\sqrt{4} = -2$</div> <div>よって、</div> <div>$\cos \theta = -\frac{2}{\sqrt{5}}$</div> <div>$\tan \theta = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$</div>	<div>② $\sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ のとき $\cos \theta, \tan \theta$ を求めよ。</div>

例題	問題
<div>① $\cos \theta = \frac{1}{2}$ のとき、 $\sin \theta, \tan \theta$ を求めよ。</div> <div></div> <div>$2^2 = x^2 + (-1)^2$</div> <div>$x^2 = 2^2 - (-1)^2$</div> <div>$= 4 - 1 = 3$</div> <div>$x < 0$ より</div> <div>$x = -\sqrt{3}$</div> <div>よって、</div> <div>$\sin \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$</div> <div>$\tan \theta = \frac{-\sqrt{3}}{-1} = \sqrt{3}$</div>	<div>① $\cos \theta = \frac{12}{13}$ のとき、 $\sin \theta, \tan \theta$ を求めよ。</div>
<div>② $\tan \theta = -2$ のとき、 $\sin \theta, \cos \theta$ を求めよ。</div> <div></div> <div>$x^2 = 2^2 + 1^2$</div> <div>$= 4 + 1 = 5$</div> <div>$x > 0$ より</div> <div>$x = \sqrt{5}$</div> <div>よって、</div> <div>$\sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{5}}$</div> <div>$\cos \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$</div>	<div>② $\tan \theta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ のとき、 $\sin \theta, \cos \theta$ を求めよ。</div>

1. 次の三角比を求めなさい。 Find the following trigonometric ratio.

例題

$\sin \theta = \frac{y}{r}$

$\cos \theta = \frac{x}{r}$

$\tan \theta = \frac{y}{x}$

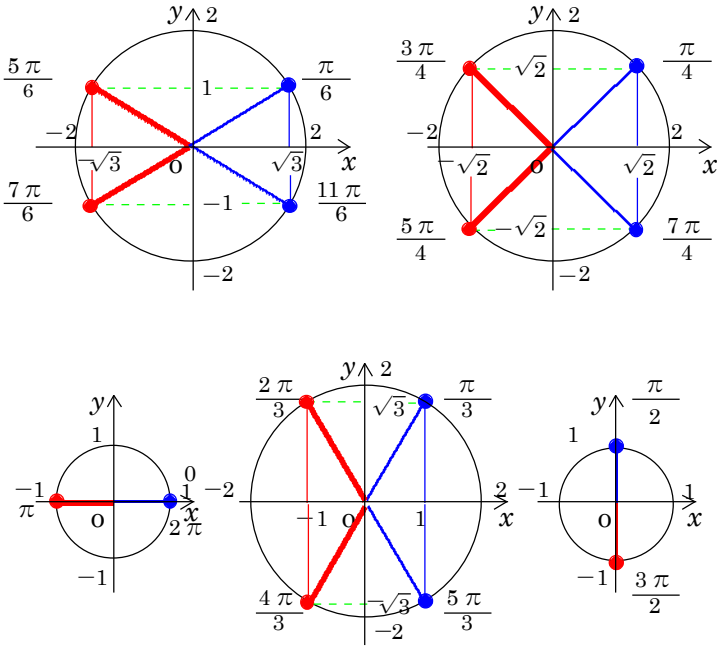
問題

$\sin \theta = \rule{1cm}{0.4pt}$

$\cos \theta = \rule{1cm}{0.4pt}$

$\tan \theta = \rule{1cm}{0.4pt}$

2. 図を利用して、次の三角関数の表を完成せよ。 Complete the following table of trigonometric functions using the diagram.



θ	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$
$\sin \theta$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\rule{1cm}{0.4pt}$	-1
$\cos \theta$	$\rule{1cm}{0.4pt}$	$\rule{1cm}{0.4pt}$	$\rule{1cm}{0.4pt}$	$\rule{1cm}{0.4pt}$	$\rule{1cm}{0.4pt}$
$\tan \theta$	$\rule{1cm}{0.4pt}$	$\rule{1cm}{0.4pt}$	$\rule{1cm}{0.4pt}$	$\sqrt{3}$	$\rule{1cm}{0.4pt}$

θ	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
$\sin \theta$	$\rule{1cm}{0.4pt}$	$\rule{1cm}{0.4pt}$	$\rule{1cm}{0.4pt}$	$\rule{1cm}{0.4pt}$	$\rule{1cm}{0.4pt}$
$\cos \theta$	$\rule{1cm}{0.4pt}$	$\rule{1cm}{0.4pt}$	$\rule{1cm}{0.4pt}$	$\rule{1cm}{0.4pt}$	$\rule{1cm}{0.4pt}$
$\tan \theta$	$\rule{1cm}{0.4pt}$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	0

3. 第4象限($-\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$)のとき、次の三角比を求めよ。 Find the following trigonometric functions when it is in the fourth quadrant.

例題

① $\sin \theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ のとき、
 $\cos \theta, \tan \theta$ を求めよ。

$2^2 = x^2 + (-\sqrt{2})^2$

$x^2 = 2^2 - (-\sqrt{2})^2$

$= 4 - 2 = 2$

$x > 0$ より $x = \sqrt{2}$

よって、

$\cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\tan \theta = \frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = -1$

問題

① $\sin \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ のとき、
 $\cos \theta, \tan \theta$ を求めよ。

例題

② $\tan \theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ のとき、
 $\sin \theta, \cos \theta$ を求めよ。

$x^2 = (\sqrt{2})^2 + (-1)^2$

$= 2 + 1 = 3$

$x > 0$ より $x = \sqrt{3}$

よって、

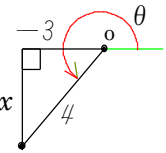
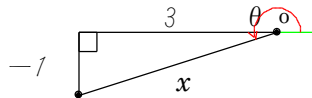
$\sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

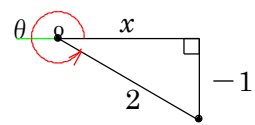
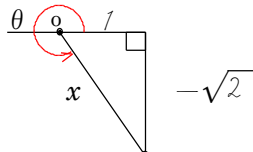
問題

② $\tan \theta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ のとき、
 $\sin \theta, \cos \theta$ を求めよ。

1. 第3象限($\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$)のとき、次の関数を求めよ。
Find the functions when it is in the third quadrant ($\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$).

例題	問題
<p>① $\cos \theta = -\frac{3}{4}$ のとき、 $\sin \theta, \tan \theta$ を求めよ。</p>  $4^2 = x^2 + (-3)^2$ $x^2 = 4^2 - (-3)^2$ $= 16 - 9 = 7$ <p>$x < 0$ より</p> $x = -\sqrt{7}$ <p>よって、</p> $\sin \theta = -\frac{\sqrt{7}}{4}$ $\tan \theta = \frac{-\sqrt{7}}{-3} = \frac{\sqrt{7}}{3}$	<p>① $\cos \theta = -\frac{2}{3}$ のとき、 $\cos \theta, \tan \theta$ を求めよ。</p>
<p>② $\tan \theta = -\frac{1}{3}$ のとき $\sin \theta, \cos \theta$ を求めよ。</p>  $x^2 = 3^2 + (-1)^2$ $= 9 + 1 = 10$ <p>$x > 0$ より $x = \sqrt{10}$</p> <p>よって、</p> $\sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{10}}$ $\cos \theta = -\frac{3}{\sqrt{10}}$	<p>② $\tan \theta = -\frac{1}{2}$ のとき $\cos \theta, \tan \theta$ を求めよ。</p>

2. 第4象限($\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$)のとき、次の関数を求めよ。
Find the following trigonometric functions when it is in the fourth quadrant.

例題	問題
<p>① $\sin \theta = -\frac{1}{2}$ のとき、 $\cos \theta, \tan \theta$ を求めよ。</p>  $2^2 = x^2 + (-1)^2$ $x^2 = 2^2 - (-1)^2$ $= 4 - 1 = 3$ <p>$x > 0$ より $x = \sqrt{3}$</p> <p>よって、</p> $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\tan \theta = \frac{-1}{\sqrt{3}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$	<p>① $\sin \theta = -\frac{1}{3}$ のとき、 $\cos \theta, \tan \theta$ を求めよ。</p>
<p>② $\tan \theta = -\sqrt{2}$ のとき、 $\sin \theta, \cos \theta$ を求めよ。</p>  $x^2 = 1^2 + (-\sqrt{2})^2$ $= 1 + 2 = 3$ <p>$x > 0$ より、$x = \sqrt{3}$</p> <p>よって、</p> $\sin \theta = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$	<p>② $\tan \theta = -\sqrt{3}$ のとき、 $\sin \theta, \cos \theta$ を求めよ。</p>

例題①

次の等式を証明せよ。

Prove the following equation.

$$\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} + \frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} = \frac{2}{\cos \theta}$$
$$\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta}$$
$$= \frac{\cos \theta (1 - \sin \theta)}{(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)}$$
$$= \frac{\cos \theta (1 - \sin \theta)}{1 - \sin^2 \theta}$$
$$= \frac{\cos \theta (1 - \sin \theta)}{\cos^2 \theta} = \frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta}$$
$$\frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta}$$
$$= \frac{\cos \theta (1 + \sin \theta)}{(1 - \sin \theta)(1 + \sin \theta)}$$
$$= \frac{\cos \theta (1 + \sin \theta)}{1 - \sin^2 \theta}$$
$$= \frac{\cos \theta (1 + \sin \theta)}{\cos^2 \theta} = \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta}$$
$$\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} + \frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta}$$
$$= \frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta} + \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} = \frac{2}{\cos \theta}$$

Q.E.D

例題②

$90^\circ < \theta < 180^\circ$, $\sin \theta \cos \theta = -\frac{1}{3}$ のとき,

$\sin \theta - \cos \theta$ の値を求めよ。

Find the value of $\sin \theta - \cos \theta$ when $\sin \theta \cos \theta = -\frac{1}{3}$, $90^\circ < \theta < 180^\circ$.

$$(\sin \theta - \cos \theta)^2$$
$$= \sin^2 \theta - 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta$$

※ $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ より

$$= 1 - 2 \times \left(-\frac{1}{3} \right) = \frac{5}{3}$$

$90^\circ < \theta < 180^\circ$ より,

$$\sin \theta > 0, \cos \theta < 0, \sin \theta - \cos \theta > 0$$

$$\sin \theta - \cos \theta = \sqrt{\frac{5}{3}}$$

問題①

次の等式を証明せよ。

$$\frac{1}{1 + \cos \theta} + \frac{1}{1 - \cos \theta} = \frac{2}{\sin^2 \theta}$$

問題②

$90^\circ < \theta < 180^\circ$, $\sin \theta \cos \theta = -\frac{1}{2}$ のとき,

$\sin \theta - \cos \theta$ の値を求めよ。

れいだい

例題①

つぎ　とうしき　しょうめい

次の等式を証明せよ。

Prove the following equation.

$$1 + \frac{1}{\tan^2 \theta} = \frac{1}{\sin^2 \theta}$$
$$1 + \frac{1}{\tan^2 \theta} = 1 + \frac{1}{\left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta}\right)^2}$$
$$= \frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \theta} + \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta}$$
$$= \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{1}{\sin^2 \theta} \quad \text{Q.E.D.}$$

れいだい

例題②

$\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{3}$ のとき,

$\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$ の値を求めよ。

Find the value of $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$ when $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{3}$.

$$\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{3} \text{ の両辺を2乗すると}$$
$$(\sin \theta + \cos \theta)^2$$
$$= \sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta$$
$$= 1 + 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{9}$$
$$\text{よって, } \sin \theta \cos \theta = -\frac{4}{9}$$
$$\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$$
$$= (\sin \theta + \cos \theta)(\sin^2 \theta - \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta)$$
$$= \frac{1}{3} \left\{ 1 - \left(-\frac{4}{9} \right) \right\} = \frac{1}{3} \times \frac{13}{9} = \frac{13}{27}$$

れいだい

例題③

$90^\circ < \theta < 180^\circ$, $\sin \theta \cos \theta = -\frac{1}{4}$ のとき,

$\sin \theta - \cos \theta$ の値を求めよ。

Find the value of $\sin \theta - \cos \theta$ when $\sin \theta \cos \theta = -\frac{1}{4}$, $90^\circ < \theta < 180^\circ$.

$$(\sin \theta - \cos \theta)^2$$
$$= \sin^2 \theta - 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta$$

※ $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ より

$$= 1 - 2 \times \left(-\frac{1}{4} \right) = \frac{3}{2}$$
$$90^\circ < \theta < 180^\circ \text{ より,}$$
$$\sin \theta > 0, \cos \theta < 0, \sin \theta - \cos \theta > 0$$
$$\sin \theta - \cos \theta = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

もんだい

問題①

つぎ　とうしき　しょうめい

次の等式を証明せよ。

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

もんだい

問題②

$\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{4}$ のとき,

$\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$ の値を求めよ。

もんだい

問題③

$90^\circ < \theta < 180^\circ$, $\sin \theta \cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{4}$ のとき,

$\sin \theta - \cos \theta$ の値を求めよ。

れいだい例題①

つぎとうしきしょうめい次の等式を証明せよ。

Prove the following equation.

$$\sin^3 \theta - \cos^3 \theta = (\sin \theta - \cos \theta) (1 + \sin \theta \cos \theta)$$
$$\text{(左辺)} = (\sin \theta - \cos \theta) (\sin^2 \theta + \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta)$$
$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \text{ より}$$
$$\text{(左辺)} = (\sin \theta - \cos \theta) (1 + \sin \theta \cos \theta) = \text{(右辺)}$$

Q.E.D

れいだい例題②

つぎとうしきしょうめい次の等式を証明せよ。

Prove the following equation.

$$(\sin \theta - \cos \theta)^2 = 1 - 2 \sin \theta \cos \theta$$
$$\text{(左辺)} = \sin^2 \theta - 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta$$
$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \text{ より}$$
$$\text{(左辺)} = (1 - 2 \sin \theta \cos \theta) = \text{(右辺)}$$

Q.E.D

れいだい例題③

$\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{2}$ のとき,

$\sin^3 \theta - \cos^3 \theta$ の値を求めよ。

Find the value of $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$ when $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{3}$.

$$\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{2} \text{ の両辺を2乗すると}$$
$$(\sin \theta - \cos \theta)^2 = 1 - 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{4}$$

よって, $\sin \theta \cos \theta = \frac{3}{8}$

$$\sin^3 \theta - \cos^3 \theta = (\sin \theta - \cos \theta) (1 + \sin \theta \cos \theta) = \frac{1}{2} \times \frac{5}{8} = \frac{5}{16}$$

れいだい例題④

$\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$, $\sin \theta \cos \theta = -\frac{1}{3}$,
のとき, $\sin \theta - \cos \theta$ の値を求めよ。

Find the value of $\sin \theta - \cos \theta$ when $\sin \theta \cos \theta = -\frac{1}{4}$, $90^\circ < \theta < 180^\circ$

$$(\sin \theta - \cos \theta)^2 = 1 - 2 \sin \theta \cos \theta = 1 - 2 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$
$$\frac{\pi}{2} < \theta < \pi \text{ より,}$$
$$\sin \theta > 0, \cos \theta < 0, \sin \theta - \cos \theta > 0$$
$$\sin \theta - \cos \theta = \sqrt{\frac{5}{3}}$$

もんだい問題①

つぎとうしきしょうめい次の等式を証明せよ。

$$\sin^3 \theta + \cos^3 \theta = (\sin \theta + \cos \theta) (1 - \sin \theta \cos \theta)$$

もんだい問題②

つぎとうしきしょうめい次の等式を証明せよ。

$$(\sin \theta + \cos \theta)^2 = 1 + 2 \sin \theta \cos \theta$$

もんだい問題③

$\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{3}$ のとき,

$\sin^3 \theta - \cos^3 \theta$ の値を求めよ。

もんだい問題④

$\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$, $\sin \theta \cos \theta = -\frac{1}{2}$,
のとき, $\sin \theta - \cos \theta$ の値を求めよ。

1. 次の三角関数を角 θ の三角関数を用いて表 せ。

Express the following trigonometric functions using angle θ .

(0) θ の三角関数

単位円上に動径 θ の点 $P(x, y)$ をとる。

$$\sin \theta = y \quad (\text{高さ})$$
$$\cos \theta = x \quad (\text{横})$$
$$\tan \theta = \frac{y}{x} \quad (\text{傾き})$$

(1) $\theta + 360^\circ$ の三角関数

単位円上に動径 $\theta + 360^\circ$ の点 P' をとる。

$$\sin(\theta + 360^\circ) =$$
$$\cos(\theta + 360^\circ) =$$
$$\tan(\theta + 360^\circ) =$$

(2) $\theta + 180^\circ$ の三角関数

単位円上に動径 $\theta + 180^\circ$ の点 P' をとる。

$$\sin(\theta + 180^\circ) =$$
$$\cos(\theta + 180^\circ) =$$
$$\tan(\theta + 180^\circ) =$$

(3) $\theta + 90^\circ$ の三角関数

単位円上に動径 $\theta + 90^\circ$ の点 P' をとる。

$$\sin(\theta + 90^\circ) =$$
$$\cos(\theta + 90^\circ) =$$
$$\tan(\theta + 90^\circ) =$$

(4) $-\theta$ の三角関数

単位円上に動径 $-\theta$ の点 P' をとる。

$$\sin(-\theta) =$$
$$\cos(-\theta) =$$
$$\tan(-\theta) =$$

2. 次の三角関数の値を求めよ。

Find the values of the following trigonometric functions.

例題	問題
① $\sin 390^\circ$ $= \sin(30^\circ + 360^\circ)$ $= \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$	① $\cos 480^\circ$
② $\cos(-60^\circ)$ $= \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$	② $\cos(-30^\circ)$

3. 次の等式を満たす θ の値を求めよ。 ($0^\circ \leq \theta < 360^\circ$)

Find the value of θ that satisfies the following equation.

例題	問題
① $\sin \theta = \frac{1}{2}$ $\theta = 30^\circ, 150^\circ$ 	① $\sin \theta = -\frac{1}{2}$
② $\sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\theta = 45^\circ, 135^\circ$ 	② $\sin \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
③ $\cos \theta = \frac{1}{2}$ $\theta = 60^\circ, 300^\circ$ 	③ $\cos \theta = -\frac{1}{2}$

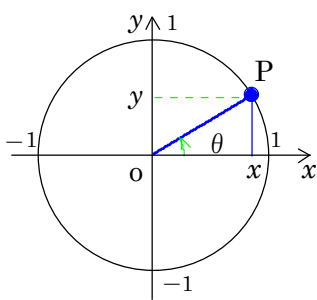
4. 次の不等式を満たす θ の範囲を求めよ。 ($0^\circ \leq \theta < 360^\circ$)

Find the value of θ that satisfies the following inequality.

例題	問題
① $\sin \theta > \frac{1}{2}$ $30^\circ < \theta < 150^\circ$ 	① $\sin \theta > \frac{\sqrt{2}}{2}$
② $\cos \theta < -\frac{1}{2}$ $60^\circ < \theta < 300^\circ$ 	② $\cos \theta < -\frac{1}{2}$

1. 次の三角関数を角 θ の三角関数を用いて表せ。
Express the following trigonometric functions using angle θ .

(0) θ の三角関数



単位円上に動径 θ の点 $P(x, y)$

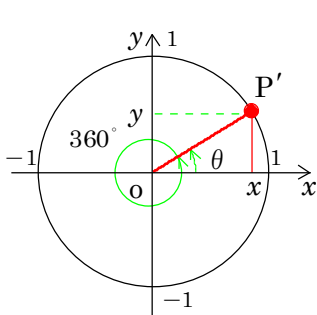
をとる。

$$\sin \theta = y \quad (\text{高さ})$$

$$\cos \theta = x \quad (\text{横})$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} \quad (\text{傾き})$$

(1) $\theta + 360^\circ$ の三角関数



単位円上に動径 $\theta + 360^\circ$ の

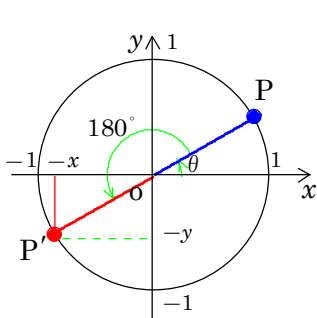
点 P' をとる。

$$\sin(\theta + 360^\circ) =$$

$$\cos(\theta + 360^\circ) =$$

$$\tan(\theta + 360^\circ) =$$

(2) $\theta + 180^\circ$ の三角関数



単位円上に動径 $\theta + 180^\circ$ の

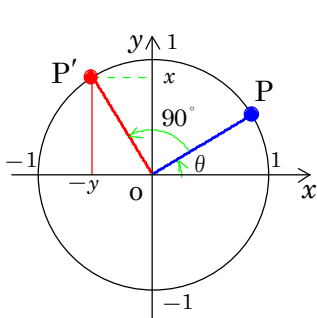
点 P' をとる。

$$\sin(\theta + 180^\circ) =$$

$$\cos(\theta + 180^\circ) =$$

$$\tan(\theta + 180^\circ) =$$

(3) $\theta + 90^\circ$ の三角関数



単位円上に動径 $\theta + 90^\circ$ の

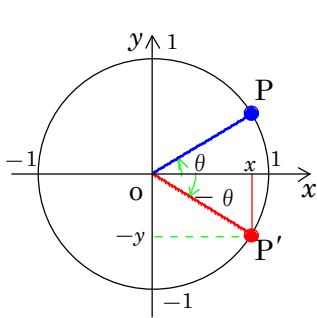
点 P' をとる。

$$\sin(\theta + 90^\circ) =$$

$$\cos(\theta + 90^\circ) =$$

$$\tan(\theta + 90^\circ) =$$

(4) $-\theta$ の三角関数



単位円上に動径 $-\theta$ の

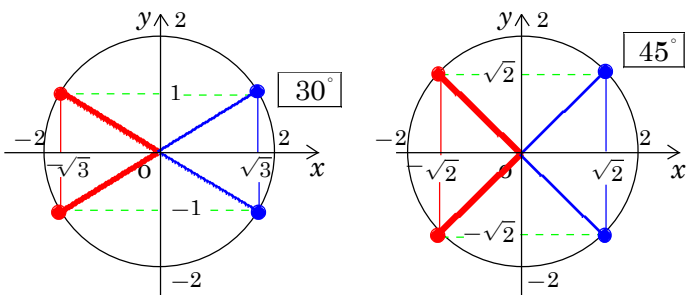
点 P' をとる。

$$\sin(-\theta) =$$

$$\cos(-\theta) =$$

$$\tan(-\theta) =$$

2. 図を利用して、次の三角関数の表を完成せよ。
Complete the following table of trigonometric functions using the diagram.



θ	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$		$\frac{\sqrt{3}}{2}$	
$\cos \theta$	1		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		0

3. 次の三角関数の値を求めよ。
Find the values of the following trigonometric functions.

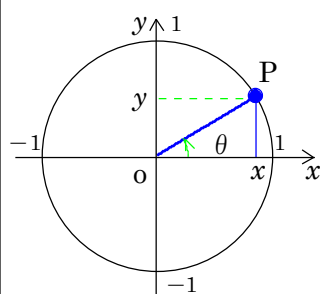
例題	問題
① $\sin 390^\circ$ $= \sin(30^\circ + 360^\circ)$ $= \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$	① $\cos 420^\circ$
② $\sin 210^\circ$ $= \sin(30^\circ + 180^\circ)$ $= -\sin 60^\circ = -\frac{1}{2}$	② $\sin 240^\circ$
③ $\cos 120^\circ$ $= \cos(30^\circ + 90^\circ)$ $= -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$	③ $\cos 150^\circ$
④ $\sin(-30^\circ)$ $= -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$	④ $\sin(-60^\circ)$

数学Ⅱ さんかく かんすう 三角関数の性質 せいしつ 3 かだい 課題

1. 次の三角関数を角 θ の三角関数を用いて表せ。

Express the following trigonometric functions using angle θ .

(0) θ の三角関数



単位円上に動径 θ の点 $P(x, y)$

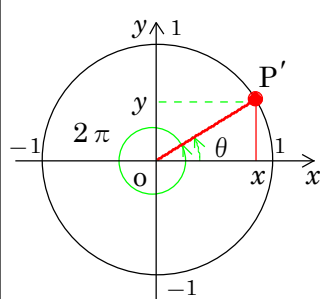
をとる。

$$\sin \theta = y \quad (\text{高さ})$$

$$\cos \theta = x \quad (\text{よこ横})$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} \quad (\text{かたむ 傾き})$$

(1) $\theta + 2\pi$ の三角関数



単位円上に動径 $\theta + 2\pi$ の

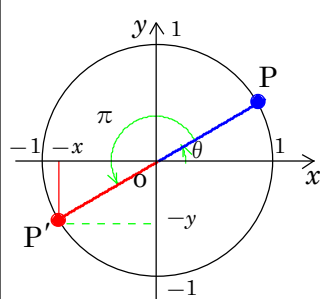
点 P' をとる。

$$\sin(\theta + 2\pi) =$$

$$\cos(\theta + 2\pi) =$$

$$\tan(\theta + 2\pi) =$$

(2) $\theta + \pi$ の三角関数



単位円上に動径 $\theta + \pi$ の

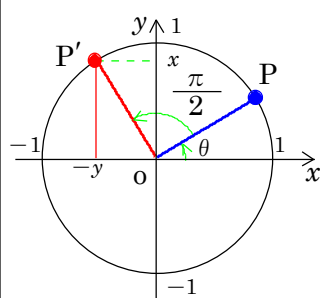
点 P' をとる。

$$\sin(\theta + \pi) =$$

$$\cos(\theta + \pi) =$$

$$\tan(\theta + \pi) =$$

(3) $\theta + \frac{\pi}{2}$ の三角関数



単位円上に動径 $\theta + \frac{\pi}{2}$ の

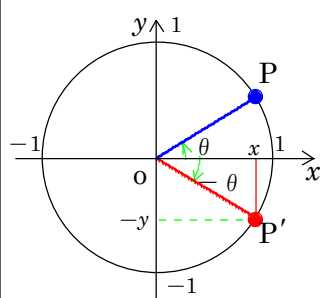
点 P' をとる。

$$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) =$$

$$\cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) =$$

$$\tan\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) =$$

(4) $-\theta$ の さんかくかんすう 三角関数



単位円上に動径 θ の

点 P' をとる。

$$\sin(-\theta) =$$

$$\cos(-\theta) =$$

$$\tan(-\theta) =$$

)年()組()番()

2. 次の三角関数の値を求めよ。

Find the values of the following trigonometric functions.

れいだい 例題	もんだい 問題
$\textcircled{1} \quad \cos \frac{7\pi}{3}$ $= \cos \left(\frac{\pi}{3} + 2\pi \right)$ $= \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$	$\textcircled{1} \quad \cos \frac{7\pi}{6}$
$\textcircled{2} \quad \sin \left(-\frac{\pi}{3} \right)$ $= -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$	$\textcircled{2} \quad \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right)$

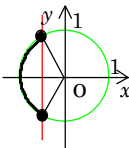
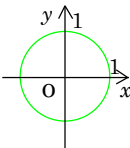
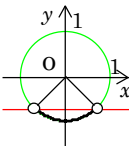
3. 次の等式を満たす θ の値を求めよ。 $(0 \leq \theta < 2\pi)$

Find the value of θ that satisfies the following equation.

れい だい 例題	もん だい 問題
<p>① $\cos \theta = -\frac{1}{2}$</p> <p>$\theta = \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$</p>	<p>① $\cos \theta = \frac{1}{2}$</p>
<p>② $\cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$</p> <p>$\theta = \frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$</p>	<p>② $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$</p>
<p>③ $\sin \theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$</p> <p>$\theta = \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$</p>	<p>③ $\sin \theta = -\frac{1}{2}$</p>

4. 次の不等式を満たす θ の範囲を求めよ。 ($0 \leq \theta < 2\pi$)

Find the value of θ that satisfies the following inequality.

れいだい 例題	もんだい 問題
<p>① $\cos \theta \leq -\frac{1}{2}$</p>  <p>$\frac{2\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{4\pi}{3}$</p>	<p>① $\cos \theta \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$</p> 
<p>② $\sin \theta < -\frac{\sqrt{2}}{2}$</p>  <p>$\frac{5\pi}{4} < \theta < \frac{7\pi}{4}$</p>	<p>② $\sin \theta < -\frac{1}{2}$</p> 