

1. 原点を中心とし、半径が2の円(A)と次の円(B)との位置関係を調べよ。円の中心間の距離をdとする。
Find the positional relationship between the circle (A) with radius 2 centered at the origin and the next circle (B).
*The distance between the centers of the circles is d.
円(A), (B) の半径をそれぞれ, r_A, r_B とする。

例題	問題
<div>$(x+4)^2+y^2=1^2$</div> <div>中心(-4, 0), 半径 1</div> <div>$d=\sqrt{(-4)^2+0^2}=4$</div> <div>4>2+1 より</div> <div>円(A)と円(B)は離れている。</div> <div>$d>r_A+r_B$</div>	<div>$(x-5)^2+y^2=1^2$</div>
<div>$(x+3)^2+y^2=1^2$</div> <div>中心(-3, 0), 半径 1</div> <div>$d=\sqrt{(-3)^2+0^2}=3$</div> <div>3=2+1 より</div> <div>円(A)と円(B)は外接する。</div> <div>$d=r_A+r_B$</div>	<div>$(x-4)^2+y^2=2^2$</div>
<div>$(x+1)^2+y^2=1^2$</div> <div>中心(-1, 0), 半径 1</div> <div>$d=\sqrt{(-1)^2+0^2}=1$</div> <div>1=2-1 より</div> <div>円(A)と円(B)は内接する。</div> <div>$d=r_A-r_B$</div>	<div>$(x-2)^2+y^2=4^2$</div>
<div>$x^2+y^2=3^2$</div> <div>中心(0, 0), 半径 3</div> <div>$d=\sqrt{0^2+0^2}=0$</div> <div>0<3-2 より</div> <div>円(A)は円(B)の内部にある。</div> <div>$d<r_B-r_A$</div>	<div>$(x-1)^2+y^2=4^2$</div>

2. 次の2つの円の共有点の座標を求めよ。
Find the coordinates of the common point of the following two circles.

例題 $x^2+y^2-5=0, x^2+y^2-6x-2y-15=0$
 $(x^2+y^2-5)-(x^2+y^2-6x-2y-15)$
 $=6x+2y+10=0$
よって, $y=-3x-5$ になる。
代入して, $x^2+(-3x-5)^2=5$
整理して, $10x^2+30x+20=0$
 $x^2+3x+2=(x+1)(x+2)=0$
解を求めると $x=-1, -2$
 $x=-1$ のとき, $y=-3\times(-1)-5=2$
 $x=-2$ のとき, $y=-3\times(-2)-5=1$
共有点の座標は $(-1, 2), (-2, 1)$

問題 $x^2+y^2-5=0, x^2+y^2-4x+2y-5=0$

1. 次の円の方程式を求めよ。
2. 次の2つの円の共有点の座標を求めよ。

例題

中心が(2, 6)で円 $x^2 + y^2 = 10$ に外接する円の方程式を求めよ。

円 $x^2 + y^2 = 10$ は中心が原点, 半径 $\sqrt{10}$

2つの円の中心間の距離 $d = \sqrt{2^2 + 6^2} = 2\sqrt{10}$

求める円の半径を r とすると $d = r + r'$

$2\sqrt{10} = r + \sqrt{10}$ $r = \sqrt{10}$

求める円の方程式は $(x - 2)^2 + (y - 6)^2 = 10$

問題

中心が(4, 2)で円 $x^2 + y^2 = 4$ に外接する円の方程式を求めよ。

例題

中心が(1, 2)で円 $x^2 + y^2 = 20$ に内接する円の方程式を求めよ。

円 $x^2 + y^2 = 20$ は中心が原点, 半径 $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

2つの円の中心間の距離 $d = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$

求める円の半径を r とすると $d = r' - r$

$\sqrt{5} = 2\sqrt{5} - r$ $r = \sqrt{5}$

求める円の方程式は $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$

問題

中心が(3, 4)で円 $x^2 + y^2 = 100$ に内接する円の方程式を求めよ。

例題

$x^2 + y^2 - 10 = 0$, $x^2 + y^2 - 4x - 8y + 10 = 0$

$(x^2 + y^2 - 10) - (x^2 + y^2 - 4x - 8y + 10)$

$= 4x + 8y - 20 = 0$

よって, $x = -2y + 5$ になる。

代入して, $(-2y + 5)^2 + y^2 - 10 = 0$

整理して, $5y^2 - 20y + 15 = 0$

$y^2 - 4y + 3 = (y - 1)(y - 3) = 0$

解を求めると $y = 1, 3$

$y = 1$ のとき, $x = -2 \times 1 + 5 = 3$

$y = 3$ のとき, $x = -2 \times 3 + 5 = -1$

共有点の座標は $(3, 1), (-1, 3)$

問題

$x^2 + y^2 - 25 = 0$, $x^2 + y^2 - 2x - 14y + 25 = 0$

1. 原点を中心とし、半径が3の円(A)と次の円(B)との位置関係を調べよ。 円の中心間の距離を d とする。
円(A), (B) の半径をそれぞれ、 r_A, r_B とする。

例題	問題
$(x - 1)^2 + y^2 = 2^2$ 中心(1, 0), 半径 2 $d = \sqrt{1^2 + 0^2} = 1$ $1 = 3 - 2$ より 円(A)と円(B)は内接する。 $d = r_A - r_B$	$(x - 2)^2 + y^2 = 1^2$
$(x - 4)^2 + y^2 = 1^2$ 中心(4, 0), 半径 1 $d = \sqrt{4^2 + 0^2} = 4$ $4 = 3 + 1$ より 円(A)と円(B)は外接する。 $d = r_A + r_B$	$(x - 5)^2 + y^2 = 2^2$
$(x + 2)^2 + y^2 = 2^2$ 中心(-2, 0), 半径 2 $d = \sqrt{(-2)^2 + 0^2} = 2$ $3 - 2 < 2 < 3 + 2$ より 円(A)と円(B)は交わる $r_A - r_B < d < r_A + r_B$	$(x + 1)^2 + y^2 = 3^2$
$x^2 + (y - 1)^2 = 1^2$ 中心(0, 1), 半径 1 $d = \sqrt{0^2 + 1^2} = 1$ $1 < 3 - 1$ より 円(B)は円(A)の内部にある。 $d < r_A - r_B$	$(x - 1)^2 + y^2 = 5^2$

2. 次の2つの円の共有点の座標を求めよ。

例題 $x^2 + y^2 - 20 = 0, x^2 + y^2 + 4x - 4y - 12 = 0$

$(x^2 + y^2 - 20) - (x^2 + y^2 + 4x - 4y - 12)$

$= -4x + 4y - 8 = 0$

よって、 $y = x + 2$ になる。

代入して、 $x^2 + (x + 2)^2 - 20 = 0$

整理して、 $2x^2 + 4x - 16 = 0$

$x^2 + 2x - 8 = (x - 2)(x + 4) = 0$

解を求めると $x = 2, -4$

$x = 2$ のとき、 $x = 2 + 2 = 4$

$x = -4$ のとき、 $x = -2 + 2 = -2$

共有点の座標は $(2, 4), (-4, 2)$

問題 $x^2 + y^2 - 20 = 0, x^2 + y^2 - 12x - 4y + 20 = 0$

