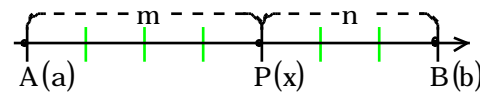


数学 内分点と外分点 ()年()組()番()

内分点の座標

線分 AB 上に点 P があり、
 $AP : PB = m : n$ が成り立つとき、点 P は線分 AB を $m : n$ に()する()という。



問題 A 2点 A(-2), B(5)に対して、
 線分 AB を 1 : 6 に内分する点 P と
 線分 AB を 4 : 3 に内分する点 Q を図示せよ。



2点 A(a), B(b)に対して線分 AB を $m : n$ に内分する点 P(x)を求める。(b > a とする)

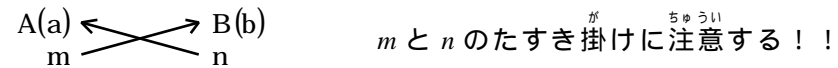
AP = , PB =

AP : PB = m : n であるから

$$\left(\frac{a+x}{m} \right) : \left(\frac{x-b}{n} \right) = m : n \quad \therefore \frac{a+x}{m} = \frac{n}{m} \cdot \frac{x-b}{n} \quad \therefore \frac{a+x}{m} = \frac{x-b}{m}$$

$$m(a+x) = n(x-b)$$

$$x = \frac{na + mb}{m + n} \quad \text{とくに中点の座標は } x = \frac{a + b}{2}$$

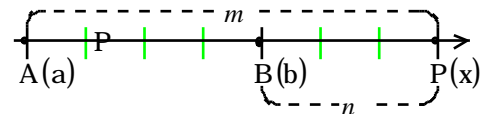


2点 A(-2), B(5) に対して 1 : 6 に内分する点 P の x 座標は

$$x = \frac{1 \times (-2) + 6 \times 5}{1 + 6} = \frac{-2 + 30}{7} = \frac{28}{7} = 4$$

外分点の座標

線分 AB の延長線上に点 P があり、
 $AP : PB = m : n$ が成り立つとき、点 P は線分 AB を $m : n$ に()する()という。



2点 A(a), B(b)に対して線分 AB を $m : n$ に外分する点 P(x)を求める。(b > a とする)

AP = , PB =

AP : PB = m : n であるから

$$\left(\frac{a+x}{m} \right) : \left(\frac{x-b}{n} \right) = m : n \quad \therefore \frac{a+x}{m} = \frac{n}{m} \cdot \frac{x-b}{n}$$

$$m(a+x) = n(x-b)$$

$$x = \frac{na - mb}{m - n} \quad \text{外分点は } m : (-n) \text{ に内分する}$$

2点 A(-2), B(1) に対して 2 : 1 に外分する点 P の x 座標は

$$x = \frac{2 \times (-2) + 1 \times 1}{2 - 1} = \frac{-4 + 1}{1} = \frac{-3}{1} = -3$$

内分点・外分点の別の考え方

(1) 内分点

点 P は点 A から AB の $\frac{m}{m+n}$ 倍

$$x = a + (b - a) \times \frac{m}{m + n}$$

$$= \frac{a(m+n) + m(b-a)}{m+n} = \frac{am + an + mb - ma}{m+n} = \frac{an + mb}{m+n}$$

$$= \frac{na + mb}{m + n}$$

(2) 外分点

点 P は点 B から AB の $\frac{n}{m-n}$ 倍

$$x = b + (b - a) \times \frac{n}{m - n}$$

$$= \frac{b(m-n) + n(b-a)}{m-n} = \frac{bm - bn + nb - na}{m-n} = \frac{bm - na}{m-n}$$

$$= \frac{bm - na}{m - n}$$

問題 A 2点 A(1), B(5)を内分・外分する点の値を求めよ。

(1) 1 : 4 に内分する点

(2) 中点 (1 : 1 に内分する)

(3) 2 : 1 に外分する点

(3) 1 : 2 に外分する点

平面上の内分点・外分点

平面上の内分点と外分点は x 座標と y 座標のそれぞれの値を計算する。

2点 A(x₁, y₁)と B(x₂, y₂)を結ぶ線分 AB を

$$m : n \text{ に内分する点の座標は } \left(\frac{mx_1 + nx_2}{m + n}, \frac{my_1 + ny_2}{m + n} \right)$$

$$m : n \text{ に外分する点の座標は } \left(\frac{-mx_1 + nx_2}{m - n}, \frac{-my_1 + ny_2}{m - n} \right)$$

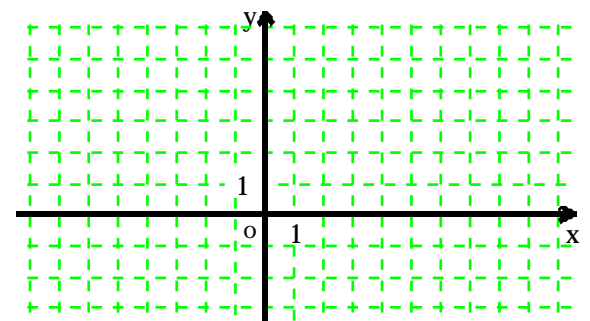
問題 B 2点 A(-2, 0), B(4, 3)に対して、次の点の座標を求め、図示せよ。

(1) 1 : 2 に内分する点 X

$$\left(\frac{1 \times (-2) + 2 \times 4}{1 + 2}, \frac{1 \times 0 + 2 \times 3}{1 + 2} \right) = \left(\frac{-2 + 8}{3}, \frac{0 + 6}{3} \right) = \left(\frac{6}{3}, \frac{6}{3} \right) = (2, 2)$$

(2) 1 : 2 に外分する点 Y

$$\left(\frac{-1 \times (-2) + 2 \times 4}{1 - 2}, \frac{-1 \times 0 + 2 \times 3}{1 - 2} \right) = \left(\frac{2 + 8}{-1}, \frac{0 + 6}{-1} \right) = \left(\frac{10}{-1}, \frac{6}{-1} \right) = (-10, -6)$$



数学 内分点と外分点 ()年()組()番()

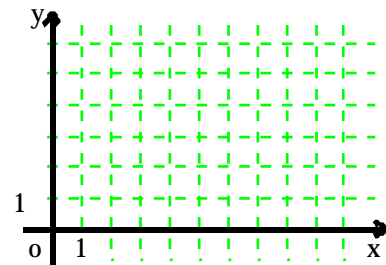
内分点と外分点の考えを用いて図形の性質を調べる。

問題 A 線分 AB を 2 : 1 に外分する点 P である。
点 A(2, 2), 点 P(8, 5) のとき, 点 B(x, y) の座標を求めよ。

点 P は線分 AB を 2 : 1 に外分するので

$$(x \text{ 座標}) \frac{\times 2}{-} + \frac{\times x}{-} = 8$$

$$(y \text{ 座標}) \frac{\times 2}{-} + \frac{\times y}{-} = 5$$

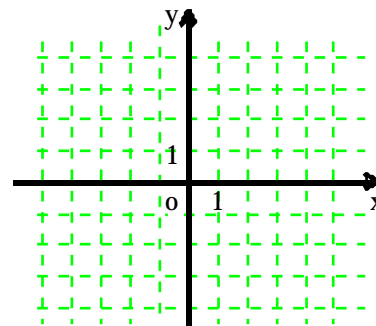


問題 B 点 A(1, 2) に関して点 P(3, -1) と対称な点 Q(x, y) を求める。

線分 PQ の中点が点 A より

$$(x \text{ 座標}) \frac{\quad}{+} = 1$$

$$(y \text{ 座標}) \frac{\quad}{+} = 2$$



問題 C 三角形 ABC の頂点 A(x₁, y₁), B(x₂, y₂), C(x₃, y₃) に関して,
BC の中点 M と AM を 2 : 1 に内分する点 G の座標を求めよ。

点 M の座標は $(\frac{\quad}{+}, \frac{\quad}{+})$ であるから, 点 G の x 座標は

$$\frac{\quad}{+} \times \frac{\quad}{-} = \frac{\quad}{-}$$

y 座標も同様なので点 G の座標は

$$(\frac{\quad}{-}, \frac{\quad}{-}) \text{ となる。}$$

この点 G を ABC の重心という。

問題 D 平行四辺形 ABCD の頂点 A(0, -4), B(6, -2), C(4, 2), D(x, y) について答えよ。

(1) 対角線 AC の中点 M の座標を求めよ。 (2) 対角線 BD の中点 N の座標を求めよ。

$$\left(\frac{\quad}{-}, \frac{\quad}{-} \right) \quad \left(\frac{\quad}{-}, \frac{\quad}{-} \right)$$

$$= (\quad, \quad)$$

(3) 平行四辺形の対角線は互いに中点で交わることより, D の座標を求めよ。

対角線 AC の中点 M と対角線 BD の中点 N は等しいから

問題 E 3点 A(-7, 0), B(5, -2), C(2, 5) を頂点とする ABC について答えよ。

(1) 線分 AB の中点 M の座標を求めよ。

$$\left(\frac{\quad}{+}, \frac{\quad}{+} \right) = (\quad, \quad)$$

(2) 線分 CM を 2 : 1 に内分する点 G₁ の座標を求めよ。

$$\left(\frac{\quad}{-}, \frac{\quad}{-} \right) = (\quad, \quad)$$

(3) 線分 AC の中点 N の座標を求めよ。

$$\left(\frac{\quad}{+}, \frac{\quad}{+} \right) = (\quad, \quad)$$

(4) 線分 BN を 2 : 1 に内分する点 G₂ の座標を求めよ。

$$\left(\frac{\quad}{-}, \frac{\quad}{-} \right) = (\quad, \quad)$$

(5) ABC の重心 G の座標を求めよ。

$$\left(\frac{\quad}{-}, \frac{\quad}{-} \right) = (\quad, \quad)$$