

数学Ⅱ 虚数解と判別式 課題

1. 2次方程式の解の公式を用いて、判別式 D と解を求めよ。
Find the discriminant D and the solution using the formula for solving a quadratic equation.

$ax^2+bx+c=0$ のとき $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

※ルートの中を判別式 D といい、 $D < 0$ のとき、虚数解

例題 $3x^2 + 5x + 1 = 0$
① $D = 5^2 - 4 \times 3 \times 1 = 13$
 $x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2 \times 3} = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}$ ※実数解

問題 $2x^2 + 5x + 1 = 0$
①

例題 $4x^2 - 4x + 1 = 0$
② $D = (-4)^2 - 4 \times 4 \times 1 = 0$
 $x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{0}}{2 \times 4} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ ※重解

問題 $9x^2 - 6x + 1 = 0$
②

例題 $x^2 - 2x + 3 = 0$
③ $D = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 3 = -8$
 $x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{-8}}{2 \times 1} = \frac{2 \pm \sqrt{8}i}{2}$
 $= \frac{2 \pm 2\sqrt{2}i}{2} = 1 \pm \sqrt{2}i$ ※虚数解

問題 $x^2 + 4x + 5 = 0$
③

()年()組()番()

2. 次の2次方程式の解を判別せよ。
Determine the solution to the following quadratic equation.

例題 $x^2 + 2x - 1 = 0$
① $D = 2^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 8$
 $D > 0$ より、異なる2つの実数解をもつ。
It has two distinct real roots.

問題 $2x^2 + 5x - 2 = 0$
①

例題 $x^2 + 6x + 9 = 0$
② $D = 6^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0$
 $D = 0$ より、重解をもつ。
It has double root.

問題 $2x^2 + 4x + 2 = 0$
②

例題 $2x^2 + x + 3 = 0$
③ $D = 1^2 - 4 \times 2 \times 3 = -23$
 $D < 0$ より、異なる2つの虚数解をもつ。
It has two distinct complex roots.

問題 $2x^2 + 5x - 2 = 0$
③

3. 次の2次方程式が異なる2つの虚数解をもつような定数 k の値の範囲を求めなさい。
Find the range of values of the constant k such that the following quadratic equation has two different imaginary solutions.

例題 $x^2 - 4x + k = 0$
2次方程式 $x^2 - 4x + k = 0$ の判別式は
 $D = (-4)^2 - 4 \times 1 \times k = 16 - 4k$
異なる2つの虚数解をもつのは $D < 0$ である。
よって $16 - 4k < 0$
 $k > 4$

問題 $x^2 + 6x + k = 0$

1. 2次方程式の解の公式を用いて、判別式 D と解を求めよ。
Find the discriminant D and the solution using the formula for solving a quadratic equation.
2. 次の 2 次方程式の解を判別せよ。
Determine the solution to the following quadratic equation.

$ax^2+bx+c=0$ のとき $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

※ルートの中を判別式 D といい、 $D < 0$ のとき、虚数解

例題

①

$3x^2 + 7x + 1 = 0$

$D = 7^2 - 4 \times 3 \times 1 = 37$

$x = \frac{-7 \pm \sqrt{37}}{2 \times 3} = \frac{-7 \pm \sqrt{37}}{6}$

※実数解

問題

①

$2x^2 + 7x + 1 = 0$

例題

②

$25x^2 - 10x + 1 = 0$

$D = (-10)^2 - 4 \times 25 \times 1 = 0$

$x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{0}}{2 \times 25} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$

※重解

問題

②

$16x^2 - 8x + 1 = 0$

例題

③

$x^2 - 4x + 6 = 0$

$D = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 6 = -8$

$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{-8}}{2 \times 1} = \frac{4 \pm \sqrt{8}i}{2}$

$= \frac{4 \pm 2\sqrt{2}i}{2} = 2 \pm \sqrt{2}i$

※虚数解

問題

③

$x^2 + 2x + 4 = 0$

例題

①

$2x^2 + 3x + 1 = 0$

$D = 3^2 - 4 \times 2 \times 1 = 1$

$D > 0$ より、異なる2つの実数解をもつ。
It has two distinct real roots.

問題

①

$3x^2 + 4x + 1 = 0$

例題

②

$9x^2 + 6x + 1 = 0$

$D = 6^2 - 4 \times 9 \times 1 = 0$

$D = 0$ より、重解をもつ。
It has double root.

問題

②

$2x^2 + 8x + 8 = 0$

例題

③

$3x^2 + 2x + 1 = 0$

$D = 2^2 - 4 \times 3 \times 1 = -8$

$D < 0$ より、異なる2つの虚数解をもつ。
It has two distinct complex roots.

問題

③

$2x^2 + 3x + 4 = 0$

3. 次の 2 次方程式が異なる 2 つの虚数解をもつような定数 k の値の範囲を求めなさい。
Find the range of values of the constant k such that the following quadratic equation has two different imaginary solutions.

例題

$x^2 - 2x - k = 0$

2次方程式 $x^2 - 2x - k = 0$ の判別式は

$D = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-k) = 4 + 4k$

異なる2つの虚数解をもつのは $D < 0$ である。

よって $4 + 4k < 0$

$k < -4$

問題

$x^2 - 8x - k = 0$

1. 2次方程式の解の公式を用いて、判別式 D と解を求めよ。
Find the discriminant D and the solution using the formula for solving a quadratic equation.
2. 次の 2 次方程式の解を判別せよ。
Determine the solution to the following quadratic equation.

$ax^2+bx+c=0$ のとき $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

※ルートの中を判別式 D といい、 $D < 0$ のとき、虚数解

例題

①

$3x^2 + 6x + 1 = 0$

$D = 6^2 - 4 \times 3 \times 1 = 24$

$x = \frac{-6 \pm \sqrt{24}}{2 \times 3} = \frac{-3 \pm \sqrt{6}}{3}$

※実数解

問題

①

$4x^2 + 6x + 1 = 0$

例題

②

$4x^2 - 12x + 9 = 0$

$D = (-12)^2 - 4 \times 4 \times 9 = 0$

$x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{0}}{2 \times 4} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

※重解

問題

②

$9x^2 - 12x + 4 = 0$

例題

③

$x^2 - 2x + 5 = 0$

$D = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 5 = -16$

$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{-16}}{2 \times 1} = \frac{2 \pm 4i}{2}$

$= 1 \pm 2i$

※虚数解

問題

③

$x^2 - 4x + 8 = 0$

例題

①

$2x^2 + 3x - 1 = 0$

$D = 3^2 - 4 \times 2 \times (-1) = 17$

$D > 0$ より、異なる2つの実数解をもつ。
It has two distinct real roots.

問題

①

$2x^2 + 4x - 3 = 0$

例題

②

$3x^2 + 6x + 3 = 0$

$D = 6^2 - 4 \times 3 \times 3 = 0$

$D = 0$ より、重解をもつ。
It has double root.

問題

②

$4x^2 + 12x + 9 = 0$

例題

③

$2x^2 + 2x + 3 = 0$

$D = 2^2 - 4 \times 2 \times 3 = -20$

$D < 0$ より、異なる2つの虚数解をもつ。
It has two distinct complex roots.

問題

③

$2x^2 + 5x + 4 = 0$

3. 次の 2 次方程式が異なる 2 つの虚数解をもつような定数 k の値の範囲を求めなさい。
Find the range of values of the constant k such that the following quadratic equation has two different imaginary solutions.

例題

$x^2 + 6x + k = 0$

2次方程式 $x^2 + 6x + k = 0$ の判別式は

$D = 6^2 - 4 \times 1 \times k = 36 - 4k$

異なる2つの虚数解をもつのは $D < 0$ である。

よって $36 - 4k < 0$

$k > 9$

問題

$2x^2 + 4x + k = 0$