

数学 等式の証明 ( )年( )組( )番( )

等式の証明

等式  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  のように左辺を変形すると右辺になる式を恒等式という。

等式の  $A = B$  の証明は、次の方法がある。

$A$  を変形して  $B$  にする。  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

(左辺)  $= (a - b)^2 = (a - b)(a - b) =$   $= a^2 - 2ab + b^2 =$  (右辺)

よって、

$A = C, B = C$  を示す。  $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2 + (ay - bx)^2$

(左辺)  $= (a^2 + b^2)(x^2 + y^2) =$

(右辺)  $= (ax + by)^2 + (ay - bx)^2 =$

よって、

$A - B = 0$  を示す。  $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$

(左辺) - (右辺)  $= (a + b)^2 + (a - b)^2 - 2(a^2 + b^2)$

よって、

条件付きの等式は、代入して文字を減らす。  $a + b + c = 0$  のとき、 $a^2 - bc = b^2 - ca$

$a + b + c = 0$  より  $c =$

(左辺)  $=$

(右辺)  $=$

よって、

比例式は比の値を  $k$  とおいて代入する。  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  のとき  $\frac{a - 2b}{a + 2b} = \frac{c - 2d}{c + 2d}$

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$  とおくと、 $a = k, c = k$

(左辺)  $= \frac{a - 2b}{a + 2b} =$

(右辺)  $= \frac{c - 2d}{c + 2d} =$

よって、

問題 A  $a + b + c = 0$  のとき、 $(a + b)(b + c)(c + a) = -abc$  を証明せよ。

恒等式の係数決定

$x$  に関する式  $ax^2 + bx + c = a'x^2 + b'x + c'$  のとき、 $a = a', b = b', c = c'$  になる。

係数を比較することにより、係数を決定できる。

問題 B  $a(x + 1)^2 + b(x + 1) + c = x^2 + 2x$  となるように、定数  $a, b, c$  を決定せよ。

$a(x + 1)^2 + b(x + 1) + c = a(x^2 + 2x + 1) + b(x + 1) + c$

$= x^2 + (2a + b)x + (a + b + c)$

係数を比較して  $[x^2] = 1, [x] = 2, [\text{定数}] = 0$

したがって、 $a =$  ,  $b =$  ,  $c =$

$x$  についての恒等式は、 $x$  の値にかかわらず成立しているので、代入して調べる。

問題 C  $a(x + 1)(x - 1) + bx(x + 1) + cx(x - 1) = x^2 + 4x + 3$  のとき、定数  $a, b, c$  を決定せよ。

$x = 0$  のとき

$x = 1$  のとき

$x = -1$  のとき

したがって、 $a =$  ,  $b =$  ,  $c =$

応用問題 D  $x, y$  に関する等式が  $k$  の値に関係なく成立するように  $x, y$  の値を求めよ。

$(2k + 1)x + (-k + 1)y = -k + 3$

$k$  について整理すると