数学Ⅱ　二項定理　　　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　)

$(a+b)^n$ の展開

$(a+b)^0, (a+b)^1, (a+b)^2, (a+b)^3$ の展開を行う。

(0) $(a+b)^0 = 1$　と定める。

(1) $(a+b)^1 = a+b$

(2) $(a+b)^2 = (a+b)\ (a+b)$

$= a\times a + a\times b + b\times a + a\times b$

$= (\ a^2 + \qquad ab + b^2\ )$

(3) $(a+b)^3 = (a+b)\ (a+b)^2$

$= (a+b)\ (\ a^2 + \qquad ab + b^2\ )$

$= a\times a^2 + a\times(\qquad ab) + a\times b^2$

$+\ b\times a^2 \qquad + b\times(\qquad ab) + b\times b^2$

$= (\ a^3 + \qquad a^2 b + \qquad ab^2 + b^3\ )$

ブレーズ・パスカル
1623/6/19 〜 1662/8/19
フランスの数学者

問題 A　$(a+b)^4$ の展開をせよ。

問題 B　$(a+b)^5$ の展開をせよ。

パスカルの三角形

$(a+b)^0, (a+b)^1, (a+b)^2, (a+b)^3$ の展開式を調べて，$(a+b)^n$ の展開式を導く。

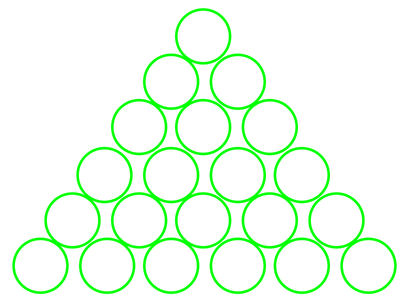
$(a+b)^0 = \qquad 1$

$(a+b)^1 = \qquad a+b$

$(a+b)^2 = \quad a^2 + \qquad ab + b^2$

$(a+b)^3 = \quad a^3 + \qquad a^2 b + \qquad ab^2 + b^3$

係数だけ抜き出す



この様にして得られる三角形状の数の配列を(　　　　　　　　の三角形)という。

問題 C　パスカルの三角形の計算規則を見つけなさい。

①両端の数は(　　　　)である。②両端以外の数は，左上と右上の数の(　　　　　)である。

問題 D　$(a+b)^6$ の展開式をパスカルの三角形を利用して書きなさい。

二項定理

$(a+b)^n$ の展開式と指数 n との関係を調べる。

$(a+b)^3 = (a+b)(a+b)(a+b)$ の右辺を展開することを考えよう。

a^3 の項は $(a+b)\ (a+b)\ (a+b) = a\times a\times a$　の一通りしかない。

a^2b の項は
$(a+b)\ (a+b)\ (a+b) =$
$(a+b)\ (a+b)\ (a+b) =$
$(a+b)\ (a+b)\ (a+b) =$
の三通りもある。

3 個の項から，a を 2 個選ぶ組み合わせ ${}_3C_2 = 3$ になる。

同様に考えると，ab^2 の項は三通り，b^3 の項は一通りである。

$(a+b)^3$ の展開式における a^3, a^2b, ab^2, b^3 の係数は(1 ,　　,　　, 1)になる。

$(a+b)^n$ を展開すると，次の式になる。これを(　　　定理)という。

$$(a+b)^n = {}_nC_0\, a^n + {}_nC_1\, a^{n-1}b + {}_nC_2\, a^{n-2}b^2 + {}_nC_3\, a^{n-3}b^3 + \cdots + {}_nC_n\, b^n$$

右辺を Σ を使い，$\displaystyle\sum_{r=0}^{n} {}_nC_r\, a^{n-r}b^r$ と表せる。

二項定理の一般項は(　　C　　a　⁻　b　)であり，係数 ${}_nC_r$ を二項係数という。

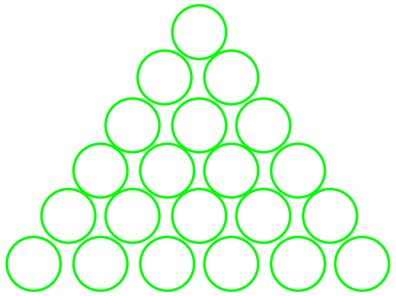
数学Ⅱ　二項定理　　(　　)年(　　)組(　　)番(　　　　　　　　)

パスカルの三角形

$(a+b)^0$, $(a+b)^1$, $(a+b)^2$ などの展開式を調べて，$(a+b)^n$ の展開式を導く。

$(a+b)^0 = 1$
$(a+b)^1 = a + b$
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

係数だけ抜き出す。



この様にして得られる三角形状の数の配列を(　　　　　　　　　の三角形)という。

問題 A　パスカルの三角形の計算規則を見つけなさい。

①両端の数は(　　　　)である。②両端以外の数は，左上と右上の数の(　　　　　)である。

問題 B　$(a+b)^4$，$(a+b)^5$ の展開式をパスカルの三角形を利用して書きなさい。

$(a+b)^4 =$

$(a+b)^5 =$

二項定理

$(a+b)^n$ の展開式と指数 n との関係を調べる。

$(a+b)^3 = (a+b)(a+b)(a+b)$ の右辺を展開することを考えよう。

a^3 の項は $(a+b)\ (a+b)\ (a+b) = a \times a \times a$ の一通りしかない。

a^2b の項は
$(a+b)\ (a+b)\ (a+b) =$
$(a+b)\ (a+b)\ (a+b) =$
$(a+b)\ (a+b)\ (a+b) =$
の三通りもある。

3 個の項から，a を 2 個選ぶ組み合わせ $_3C_2 = 3$ になる。

同様に考えると，ab^2 の項は三通り，b^3 の項は一通りである。

したがって，$(a+b)^3$ の展開式における a^3, a^2b, ab^2, b^3 の係数は 1,3,3,1 になる。

このことより，$(a+b)^n$ を展開すると，次の式になる。これを(　　　　定理)という。

$$(a+b)^n = {}_nC_0\, a^n + {}_nC_1\, a^{n-1}b + {}_nC_2\, a^{n-2}b^2 + {}_nC_3\, a^{n-3}b^3 + \cdots + {}_nC_n\, b^n$$

右辺を Σ を使い，$\sum_{r=0}^{n} {}_nC_r\, a^{n-r}b^r$ と表せる。

二項定理の一般項は(　C　$a^{\ -\ }$　b　)であり，係数 $_nC_r$ を二項係数という。

組み合わせ

異なる n 個から，r 個取り出し1組にしたものを(　　　　　　　　)といい，$_nC_r$ で表す。

$$_nC_r = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)}{r(r-1)(r-2)\cdots 3\cdot 2\cdot 1}$$

$$_nC_r = \frac{n\text{ から } r\text{ 個の整数の積}}{r\text{ から } 1\text{ までの整数の積}}$$

$_4C_0 = 1$　　$_4C_1 = \frac{4}{1} =$　　$_4C_2 = \frac{4\times3}{2\times1} =$　　$_4C_3 = \frac{4\times3\times2}{3\times2\times1} =$　　$_4C_4 =$

問題 C　$(2a+b)^4$ を二項定理を用いて展開せよ。

$(2a+b)^4 = {}_4C_0\,(2a)^4 + {}_4C_1\,(2a)^3b^1 + {}_4C_2\,(2a)^2b^2 + {}_4C_3\,(2a)^1b^3 + {}_4C_4\,b^4$

発展問題 D　$(a^2 - 2b)^4$ を展開せよ。

発展問題 E　$(2x - y)^5$ の展開式における x^2y^3 の係数を求めよ。

発展問題 F　$(x + y + z)^5$ の展開式における x^2y^2z の係数を求めよ。

$(x+y)$をひとかたまりとみて展開した一般項は $_5C_r\,(x+y)^{5-r}\,z^r$ になる。

よって，x^2y^2z になるのは，(r =　　)の場合だけである。

また，$(x+y)^{(\quad)}$を展開したときの x^2y^2 の係数は(　C　)である。

したがって，x^2y^2z の係数は($_5C$　×　C　=　　　　)になる。

発展問題 G　$_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + \cdots + {}_nC_n = 2^n$ を証明せよ。

$(1+x)^n =$

において，$x = 1$ とすると