

数学 2項定理 課題

1. $(a + b)^n$ の展開式を利用して, パスカルの三角形を完成せよ。ただし, $(a + b)^0 = 1$ とする。
Complete Pascal's triangle using the expansion formula of $(a + b)^n$. ($a + b^0 = 1$.)

$$\begin{array}{rcl}
 (a + b)^0 & = & \\
 (a + b)^1 & = & a + b \\
 (a + b)^2 & = & a^2 + ab + b^2 \\
 (a + b)^3 & = & a^3 + a^2b + ab^2 + b^3 \\
 & & / \quad \backslash \\
 & & / \quad \backslash \quad / \quad \backslash \\
 & & / \quad \backslash \quad / \quad \backslash \quad / \quad \backslash \\
 & & / \quad \backslash \quad / \quad \backslash \quad / \quad \backslash \quad / \quad \backslash \\
 & & / \quad \backslash \quad / \quad \backslash \quad / \quad \backslash \quad / \quad \backslash \quad / \quad \backslash
 \end{array}$$

りょうはし
両端は()になる。
Both edges

あいだ
間 は () と () の 和 になる。
Between sum

2. パスカルの三角形を利用して，展開せよ。
Expand the following expression using Pascal's triangle.

$$\begin{aligned} \text{例題} \quad & (a + b)^4 \\ &= 1 \cdot a^4 + 4 \cdot a^3 b + 6 \cdot a^2 b^2 + 4 \cdot a b^3 + 1 \cdot b^4 \\ &= a^4 + 4 a^3 b + 6 a^2 b^2 + 4 a b^3 + b^4 \end{aligned}$$

問題 $(a + b)^5$

例題 $(x+2)^3$

$$= 1 \cdot x^3 + 3 \cdot x^2 \times 2 + 3 \cdot x \times 2^2 + 1 \times 2^3$$

$$= x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

問題 (x + 3)³

3. 次の組み合わせの計算をせよ。 ${}_nC_r$ は n 個から r 個選ぶ
Calculate the following combinations.

例題	問題
${}_5C_0 = 1$	${}_6C_0$
${}_5C_1 = \frac{5}{1} = 5$	${}_6C_1$
${}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$	${}_6C_2$
${}_5C_3 = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$	${}_6C_3$

()年()組()番()

4.2項定理を利用して，展開せよ。
Expand the following expression using the binomial theorem.

$$(a + b)^n = {}_nC_0 a^n + {}_nC_1 a^{n-1} b + \cdots + {}_nC_r a^{n-r} b^r + \cdots + {}_nC_n b^n$$

$$\begin{aligned} \text{例題} \quad & (x+y)^4 \\ &= {}_4C_0 x^4 + {}_4C_1 x^3 y + {}_4C_2 x^2 y^2 + {}_4C_3 x y^3 + {}_4C_4 y^4 \\ &= x^4 + 4 x^3 y + 6 x^2 y^2 + 4 x y^3 + y^4 \end{aligned}$$

問題 $(x+2)^4$

$$\begin{aligned} \text{例題} \quad & (x - y)^3 \\ &= {}_3C_0 x^3 + {}_3C_1 x^2 (-y) + {}_3C_2 x (-y)^2 + {}_3C_3 (-y)^3 \\ &= x^3 - 3x^2 y + 3xy^2 - y^3 \end{aligned}$$

問題 $(x - 2)^3$

5. 次の展開式における項の係数を求めなさい。
Find the coefficients of the terms in the following expansion.

例題 $(x+y)^5$ における x^3y^2 の係数を求めなさい。

$x^3 y^2$ の項は2項定理から ${}_5C_2 x^3 y^2$ であるから

もと 係数 ${}_5C_3 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$

問題 $(x + y)^6$ における $x^5 y$ の係数を求めなさい。

例題 $(x + 2)^4$ における x の係数を求めなさい。

X の項は 2 項定理から ${}_4C_3 \cdot X \times 2^3$ であるから

求める係数は ${}^4C_3 \times 2^3 = 4 \times 8 = 32$

問題 $(x - 2)^6$ における x の係数を求めなさい。

2項定理 2 課題

()年()組()番()

1. $(a + b)^n$ の展開式を利用して, パスカルの三角形を完成せよ。ただし, $(a + b)^0 = 1$ とする。
Complete Pascal's triangle using the expansion formula of $(a + b)^n$. ($a + b^0 = 1$.)

$$\begin{array}{rcl}
 (a + b)^0 & = & \\
 (a + b)^1 & = & a + b \\
 (a + b)^2 & = & a^2 + ab + b^2 \\
 (a + b)^3 & = & a^3 + a^2b + ab^2 + b^3 \\
 & & / \quad \backslash \\
 & & / \quad \backslash \quad / \quad \backslash \\
 & & / \quad \backslash \quad / \quad \backslash \quad / \quad \backslash \\
 & & / \quad \backslash \quad / \quad \backslash \quad / \quad \backslash \quad / \quad \backslash \\
 & & / \quad \backslash \quad / \quad \backslash \quad / \quad \backslash \quad / \quad \backslash \quad / \quad \backslash
 \end{array}$$

りょうはし
Both edges
両端は()になる。

あいだ
間 は () と () の 和 になる。
Between sum

2. 次の組み合わせの計算をせよ。 ${}_nC_r$ は n 個から r 個選ぶ
Calculate the following combinations.

れいだい 例題	もんだい 問題
${}_4C_0 = 1$	${}_5C_0$
${}_4C_1 = \frac{4}{1} = 4$	${}_5C_1$
${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$	${}_5C_2$
${}_4C_3 = \frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = 4$	${}_5C_3$
${}_4C_4 = {}_4C_0 = 1$	${}_5C_4$

3. 2項定理を利用して，展開せよ。
Expand the following expression using the binomial theorem.

$$(a + b)^n = {}^nC_0 a^n + {}^nC_1 a^{n-1} b + \cdots + {}^nC_r a^{n-r} b^r + \cdots + {}^nC_n b^n$$

$$\begin{aligned} \text{例題 } (x+y)^4 &= {}^4C_0 x^4 + {}^4C_1 x^3 y + {}^4C_2 x^2 y^2 + {}^4C_3 x y^3 + {}^4C_4 y^4 \\ &= x^4 + 4 x^3 y + 6 x^2 y^2 + 4 x y^3 + y^4 \end{aligned}$$

問題 (X + 2)⁴

問題 (X - 2)⁴

4. 次の展開式における項の係数を求めなさい。
Find the coefficients of the terms in the following expansion.

例題 $(x + y)^6$ における $x^4 y^2$ の係数を求めなさい。

$x^4 y^2$ の項は2項定理から ${}_6C_2 x^4 y^2$ であるから

求める係数は ${}_6C_4 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$

問題 (x + y)⁵ における x⁴ y¹ の係数を求めなさい。

例題 $(x + 2)^5$ における x^2 の係数を求めなさい。

x の項は2項定理から ${}_5C_3 x^2 \times 2^3$ であるから

求める係数は ${}_5C_3 \times 2^3 = 10 \times 8 = 80$

問題 $(x+2)^5$ における x^4 の係数を求めなさい。

例題 $(x + y + 2z)^5$ における $x^2 y^2 z$ の係数を求めなさい。

$\{x + (y + 2z)\}^5$ において x^2 を含む項は

$${}^5C_3 \cdot x^2 (y + 2z)^3$$

$(y + 2z)^3$ において y^2z の項は

$${}_3C_1 \cdot J^2 \cdot (2Z)^1$$

よって、 $X^2 J^2 Z$ の係数は

$${}_5C_3 \times {}_3C_1 \times 2 = 10 \times 3 \times 2 = 60$$

問題 もんだい $(x + y + 2z)^6$ における $x^2y^2z^2$ の係数 ^{けいすう} ^{もと} を求めなさい。

数学 2項定理 3 課題

1. $(a + b)^n$ の展開式を利用して，パスカルの三角形を完成せよ。ただし， $(a + b)^0 = 1$ とする。

$$\begin{array}{lcl} (a + b)^0 & = & \\ (a + b)^1 & = & a + b \\ (a + b)^2 & = & a^2 + ab + b^2 \\ (a + b)^3 & = & a^3 + a^2b + ab^2 + b^3 \end{array}$$

A diagram of a triangular lattice structure. It consists of 5 rows of nodes. The top row has 1 node, the second row has 2 nodes, the third row has 3 nodes, the fourth row has 4 nodes, and the fifth row has 5 nodes. Each node is connected to its neighbors by diagonal lines, forming a triangular pattern.

両端は()になる。

^{あいだ}間は()と()の^わ和になる。

2. 次の組み合わせの計算をせよ。 ${}_nC_r$ は n 個から r 個選ぶ

例題	問題
${}_3C_0 = 1$	${}_4C_0$
${}_3C_1 = \frac{3}{1} = 3$	${}_4C_1$
${}_3C_2 = \frac{3 \times 2}{2 \times 1} = 3$	${}_4C_2$
${}_3C_3 = \frac{3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1} = 1$	${}_4C_3$

3. 2 項定理を利用して，展開せよ。

$$(a+b)^n = {}_nC_0 a^n + {}_nC_1 a^{n-1} b + \cdots + {}_nC_r a^{n-r} b^r + \cdots + {}_nC_n b^n$$

例題 $(x + y)^3$

$$= {}_3C_0 x^3 + {}_3C_1 x^2 y + {}_3C_2 x y^2 + {}_3C_3 y^3$$
$$= x^3 + 3x^2 y + 3xy^2 + y^3$$

問題 $(x+2)^3$

問題 $(x+2)^4$

()年()組()番()

4. 次の展開式における項の係数を求めなさい。

例題 $(x+y)^4$ における xy^3 の係数を求めなさい。

xy^3 の項は 2 項定理から ${}_4C_3 xy^3$ であるから

求める係数は ${}^4C_3 = \frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = 4$

問題 $(x+y)^5$ における x^3y^2 の係数を求めなさい。

例題 $(x + 2)^4$ における x^2 の係数を求めなさい。

X の項は 2 項定理から ${}_4C_2 X^2 \times 2^2$ であるから

求める係数は ${}^4C_2 \times 2^2 = 6 \times 4 = 24$

問題 $(x+2)^4$ における x^3 の係数を求めなさい。

例題 $(x + y + 2z)^4$ における $x^2y^{\overset{\text{けいすう}}{2}}z^{\overset{\text{もと}}{3}}$ の係数を求めなさい。

$\{x + (y + 2z)\}^4$ において x^2 を^{ふく}含む^{こう}項は

$$_4C_2 x^2 (y + 2z)^2$$

$(y + 2z)^2$ において yz の項は

$${}_2C_1 \mathcal{Y}(2z)$$

よって、 x^2yz の係数は

$${}_4C_2 \times {}_2C_1 \times 2 = 6 \times 2 \times 2 = 24$$

問題 $(x + y + 2z)^4$ における xy^2z^2 の係数を求めなさい。