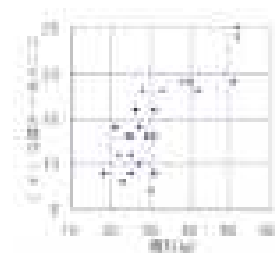


数学 相関関係 ()年()組()番()

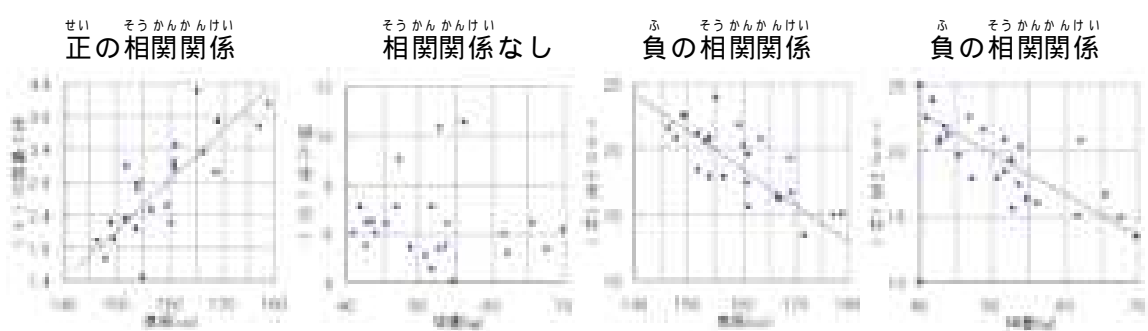
散布図

次の図は 25 人の生徒の握 力(kg)とハンドボール投げ(m) の記録を点で表している。 この図から , 握 力が強くなると , ハンドボール投げの距離が() ことが分かる。この様な図を()という。



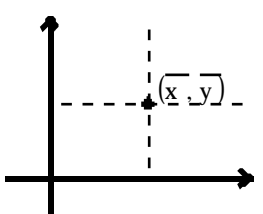
相関関係

一方のデータが増加すると , 他方も増加するとき , () の相関関係 があるという。
一方のデータが増加すると , 他方が減少するとき , () の相関関係 があるという。
2 つのデータの関係を表す直 線を回帰直線という。



共分散

2 種類のデータの組を (x_i, y_i) , 平均値を \bar{x} , \bar{y} とし , x と y の偏差の積 $(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$ を考える。
 (x_i, y_i) の位置により , 偏差の積の符号を調べる。
では()になる。 では()になる。
では()になる。 では()になる。
正の相関があれば , ()に集まるので () になる。
負の相関があれば , ()に集まるので () になる。
 $(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$ の平均値を考えると , 相関関係を表す数値になる。



$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$ の平均値を x, y の共分散といい , S_{xy} で表す。

$$S_{xy} = \frac{1}{n} \{ (x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + (x_2 - \bar{x})(y_2 - \bar{y}) + (x_3 - \bar{x})(y_3 - \bar{y}) + \dots + (x_n - \bar{x})(y_n - \bar{y}) \}$$
$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

共分散の計算式

n 番目までのデータの組の共分散 S_{xy} の定義式を変形する。

$$S_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i y_i - x_i \bar{y} - \bar{x} y_i + \bar{x} \bar{y})$$
$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i - \bar{y} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - \bar{x} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i + \bar{x} \bar{y} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1$$
$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right) \bar{y} - \bar{x} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \right) + \bar{x} \bar{y}$$
$$= \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i \right) - \bar{x} \bar{y}$$

相関係数

x, y の単位により , 相関関係は変わらないのに , 共分散の値が大きく変わる。
そこで , 共分散 S_{xy} を x と y の標準偏差 S_x, S_y で割った値を考え , この値を x と y の相関係数といい , r で表す。

$$r = \frac{S_{xy}}{S_x \times S_y}$$

相関係数 r は () になる。相関関係の目安は次の値 となる。

r	- 1	...	- 0.7	...	- 0.2	...	0.2	...	0.7	...	1
そうかん かんけい 相 関 関 係	つよ ふ 強い負の 相 関 関 係		よわ ふ 弱い負の 相 関 関 係		そうかん かんけい 相 関 関 係 なし		よわ せい 弱い正の 相 関 関 係		つよ せい 強い正の 相 関 関 係		

問題 A 5 人 の数学(x)と英語(y)の 小 テストの相関係数を求めよ。

生徒	x	y	$x - \bar{x}$	$y - \bar{y}$	$(x - \bar{x})^2$	$(y - \bar{y})^2$	$(x - \bar{x})(y - \bar{y})$	x^2	y^2	xy
A	6	6						36	36	36
B	7	5						49	25	35
C	8	7						64	49	56
D	9	9						81	81	81
E	10	8						100	64	80
合計								330	255	288
平均								66	51	57.6

x の分散 $S_x^2 = ()$, x の標準偏差 $S_x = ()$
 y の分散 $S_y^2 = ()$, y の標準偏差 $S_y = ()$
 xy の共分散 $S_{xy} = ()$, 相関関係 $r = ()$