

1. 次の命題の逆・裏・対偶を作りなさい。  
Create the inverse, reverse, and contraposition of the following proposition.
2. 次の命題を証明せよ。  
Prove the following proposition.

No.	れいだい 例題	もん　だい 問題
①	(自然数 $n$ において) $n$ は 6 の倍数 ならば $n$ は 3 の倍数 ( $n$ is a natural number.) If $n$ is a multiple of 6 then $n$ is a multiple of 3.	(自然数 $n$ において) $n$ は 4 の倍数 ならば $n$ は 2 の倍数
ぎやく 逆 inverse	$n$ は 3 の倍数 ならば $n$ は 6 の倍数 If $n$ is a multiple of 3 then $n$ is a multiple of 6.	
うら 裏 reverse	$n$ は 6 の倍数でない ならば $n$ は 3 の倍数でない If $n$ is not a multiple of 6 then $n$ is not a multiple of 3.	
たいぐう 対偶 contra- position	$n$ は 3 の倍数でない ならば $n$ は 6 の倍数でない If $n$ is not a multiple of 3 then $n$ is not a multiple of 6.	
②	$x > 2 \Rightarrow x > 0$	$x \leq 0 \Rightarrow x \leq 4$
ぎやく 逆 inverse	$x > 0 \Rightarrow x > 2$	
うら 裏 reverse	$(x > 2)$ でない $\Rightarrow$ $(x > 0)$ でない $x \leq 2 \Rightarrow x \leq 0$	
たいぐう 対偶 contra- position	$(x > 0)$ でない $\Rightarrow$ $(x > 2)$ でない $x \leq 0 \Rightarrow x \leq 2$	
③	$x^2 \neq 1 \Rightarrow x \neq 1$	$x^2 \leq 4 \Rightarrow x \leq 2$
ぎやく 逆 inverse	$x \neq 1 \Rightarrow x^2 \neq 1$	
うら 裏 reverse	$x^2 = 1 \Rightarrow x = 1$	
たいぐう 対偶 contra- position	$x = 1 \Rightarrow x^2 = 1$	
④	(自然数 $n$ において) $n^2$ は奇数 $\Rightarrow n$ は奇数 If $n^2$ is odd then $n$ is odd.	(自然数 $n$ において) $n^2$ は偶数 $\Rightarrow n$ は偶数 If $n^2$ is even then $n$ is even.
ぎやく 逆 inverse	$n$ が奇数 $\Rightarrow n^2$ が奇数	
うら 裏 reverse	$n^2$ が偶数 $\Rightarrow n$ が偶数	
たいぐう 対偶 contra- position	$n$ が偶数 $\Rightarrow n^2$ が偶数	

れいだい 例題	(自然数 $n$ において) 「 $n$ は奇数 ならば $n^2$ は奇数」を証明せよ。 整数 $k$ を用いると, $n = 2k + 1$ と表せる。 $n^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1$ $= 2(2k^2 + 2k) + 1$ $2k^2 + 2k$ は整数であるから, $n^2$ は奇数である。 よって, 「 $n$ は奇数 ならば $n^2$ は奇数」である。 ( $n$ is a natural number.) Prove that "If $n$ is odd, then $n^2$ is odd". Using the integer $k$ , it can be expressed as $n = 2k + 1$ . $n^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(2k^2 + 2k) + 1$ $2k^2 + 2k$ is an integer, so $n^2$ is odd. Therefor "If $n$ is odd, then $n^2$ is odd".
もん　だい 問題	(自然数 $n$ において) 「 $n$ は偶数 ならば $n^2$ は偶数」を証明せよ。

3. 対偶を利用して, 次の命題を証明せよ。  
Prove the following proposition using the contraposition.

れいだい 例題	(自然数 $n$ において) 「 $n^2$ は奇数 ならば $n$ は奇数」を証明せよ。 この命題の対偶は 「 $n$ は偶数 ならば $n^2$ は偶数」である。 対偶が真であるから, 元の命題も真である。 ( $n$ is a natural number.) Prove that "If $n^2$ is odd, then $n$ is odd". The contraposition of this proposition is ``If $n$ is even, then $n^2$ is even". Since the contraposition is true, the original proposition is also true.
もん　だい 問題	(自然数 $n$ において) 「 $n^2$ は偶数 ならば $n$ は偶数」を証明せよ。

## 数学Ⅰ 命題と証明 2 課題

1. 次の命題の 逆・裏・対偶を作みなさい

Create the inverse, reverse, and contraposition of the following proposition.

No.	例題 れいだい 問題	問題 もんだい
①	<p>(自然数 <math>n</math> において)</p> <p><math>n^2</math> は 4 の倍数でない ならば</p> <p><math>n</math> は 2 の倍数でない</p> <p>(<math>n</math> is a natural number.) If <math>n^2</math> is not a multiple of 4 then <math>n</math> is not a multiple of 2.</p>	<p>(自然数 <math>n</math> において)</p> <p><math>n^2</math> は 9 の倍数でない ならば</p> <p><math>n</math> は 3 の倍数でない</p>
ぎゃく 逆 inverse	<p><math>n</math> は 2 の倍数でない ならば</p> <p><math>n^2</math> は 4 の倍数でない</p> <p>If <math>n</math> is not a multiple of 2 then <math>n^2</math> is not a multiple of 4.</p>	
うら 裏 reverse	<p><math>n^2</math> は 4 の倍数 ならば</p> <p><math>n</math> は 2 の倍数</p> <p>If <math>n^2</math> is a multiple of 4 then <math>n</math> is a multiple of 2.</p>	
たいぐう 対偶 contra- position	<p><math>n</math> は 2 の倍数 ならば</p> <p><math>n^2</math> は 64 倍数</p> <p>If <math>n</math> is a multiple of 2 then <math>n^2</math> is not a multiple of 1.</p>	
②	$x \leq 0 \Rightarrow x \leq 2$	$x > 2 \Rightarrow x > 4$
ぎゃく 逆 inverse	$x \leq 2 \Rightarrow x \leq 0$	
うら 裏 reverse	<p>(<math>x \leq 0</math>)でない <math>\Rightarrow</math> (<math>x \leq 2</math>)でない</p> <p><math>x &gt; 0 \Rightarrow x &gt; 2</math></p>	
たいぐう 対偶 contra- position	<p>(<math>x \leq 2</math>)でない <math>\Rightarrow</math> (<math>x \leq 0</math>)でない</p> <p><math>x &gt; 2 \Rightarrow x &gt; 0</math></p>	
③	$x^2 \neq 4 \Rightarrow x \neq 2$	$x^2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 0$
ぎゃく 逆 inverse	$x \neq 2 \Rightarrow x^2 \neq 4$	
うら 裏 reverse	$x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$	
たいぐう 対偶 contra- position	$x = 2 \Rightarrow x^2 = 4$	
④	<p>(自然数 <math>n</math> において)</p> <p><math>n^2</math> は偶数 <math>\Rightarrow n</math> は偶数</p> <p>If <math>n^2</math> is even then <math>n</math> is even.</p>	<p>(自然数 <math>n</math> において)</p> <p><math>n^2</math> は奇数 <math>\Rightarrow n</math> は奇数</p> <p>If <math>n^2</math> is odd then <math>n</math> is odd.</p>
ぎゃく 逆 inverse	$n$ が 偶数 $\Rightarrow n^2$ が 偶数	
うら 裏 reverse	$n^2$ が 奇数 $\Rightarrow n$ が 奇数	
たいぐう 対偶 contra- position	$n$ が 奇数 $\Rightarrow n^2$ が 奇数	

( )年( )組( )番( )

2. 次の命題を証明せよ。

Prove the following proposition.

<p>例題</p>	<p>(自然数 <math>n</math> において)</p> <p>「<math>n</math> は偶数 ならば <math>n^2</math> は偶数」を証明せよ。</p> <p>整数 <math>k</math> を用いると, <math>n = 2k</math> と表せる。</p> $n^2 = (2k)^2 = 4k^2$ $= 2(2k^2)$ <p><math>2k^2</math> は整数であるから,</p> <p><math>n^2</math> は偶数である。</p> <p>よって, 「<math>n</math> は偶数 ならば <math>n^2</math> は偶数」である。</p> <p>(<math>n</math> is a natural number.) Prove that "If <math>n</math> is odd, then <math>n^2</math> is odd".</p> <p>Using the integer <math>k</math>, it can be expressed as <math>n=2k+1</math>.</p> $n^2 = (2k+1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(2k^2 + 2k) + 1$ <p><math>2k^2 + 2k</math> is a integer, so <math>n^2</math> is odd.</p> <p>Therefor "If <math>n</math> is odd, then <math>n^2</math> is odd".</p>
<p>問題</p>	<p>(自然数 <math>n</math> において)</p> <p>「<math>n</math> は奇数 ならば <math>n^2</math> は奇数」を証明せよ。</p>

3. 対偶を利用して、次の命題を証明せよ。

Prove the following proposition using the contraposition.

れいだい 例題	<p>(自然数 <math>n</math> において)</p> <p>「<math>n^2</math> は偶数 ならば <math>n</math> は偶数」を証明せよ。</p> <p>この命題の対偶は</p> <p>「<math>n</math> は奇数 ならば <math>n^2</math> は奇数」である。</p> <p>対偶が真であるから、元の命題も真である。</p> <p>(<math>n</math> is a natural number.) Prove that "If <math>n^2</math> is even, then <math>n</math> is even".          The contraposition of this proposition is "If <math>n</math> is odd, then <math>n^2</math> is odd".          Since the contraposition is true, the original proposition is also true.</p>
もんだい 問題	<p>(自然数 <math>n</math> において)</p> <p>「<math>n^2</math> は奇数 ならば <math>n</math> は奇数」を証明せよ。</p>

1. 次の命題の逆・裏・対偶を作りなさい  
Create the inverse, reverse, and contraposition of the following proposition.

No.	れいだい 例題	もんだい 問題
①	$x \neq 2 \Rightarrow x^2 \neq 4$	$x \neq 0 \Rightarrow x^2 \neq 0$
ぎやく 逆 inverse	$x^2 \neq 4 \Rightarrow x \neq 2$	
うら 裏 reverse	$x = 2 \Rightarrow x^2 = 4$	
たいぐう 対偶 contra- position	$x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$	
②	$x + y > 0$ ならば $x > 0$ かつ $y > 0$ If $x+y>0$ then $x>0$ and $y>0$	$x + y < 0$ ならば $x < 0$ かつ $y < 0$
ぎやく 逆 inverse	$x > 0$ かつ $y > 0$ ならば $x + y > 0$ If $x>0$ and $y>0$ then $x+y>0$	
うら 裏 reverse	$x + y \leq 0$ ならば $x \leq 0$ または $y \leq 0$ If $x+y\leq 0$ then $x\leq 0$ or $y\leq 0$	
たいぐう 対偶 contra- position	$x \leq 0$ または $y \leq 0$ ならば $x + y \leq 0$ If $x\leq 0$ or $y\leq 0$ then $x+y\leq 0$	
③	(自然数 $m,n$ において) $m \times n$ は 奇数 ならば $m$ は奇数 ( $m, n$ are natural numbers ) If $m \times n$ is odd then $m$ is odd.	(自然数 $m, n$ において) $m \times n$ は 偶数 ならば $m$ は偶数
ぎやく 逆 inverse	$m$ は 奇数 ならば $m \times n$ は 奇数 If $m$ is odd then $m \times n$ is odd.	
うら 裏 reverse	$m \times n$ は 偶数 ならば $m$ は偶数 If $m \times n$ is even then $m$ is even.	
たいぐう 対偶 contra- position	$m$ は 偶数 ならば $m \times n$ は偶数 If $m$ is even then $m \times n$ is even	

2. 背理法を利用して、次の命題を証明せよ。  
Prove the following propositionse using the method of contradiction.

れいだい 例題	$\sqrt{2}$ が無理数であることを利用し、 $b \neq 0$ なら $a + b \sqrt{2}$ が無理数であることを証明せよ。 ただし、 $a, b$ は有理数とする。  $a + b \sqrt{2}$ が無理数でないと仮定すると、 $a + b \sqrt{2}$ は有理数になる。 $a + b \sqrt{2} = r$ とすると $\sqrt{2} = \frac{r - a}{b}$ と表すことができる。 $\frac{r - a}{b}$ は有理数より、 $\sqrt{2}$ も有理数になる。 $\sqrt{2}$ が無理数であることに矛盾する。 したがって、 $a + b \sqrt{2}$ は無理数である。
もんだい 問題	$\sqrt{2}$ が無理数であることを利用し、 $1 + 2 \sqrt{2}$ が無理数であることを証明せよ。

3. 対偶を利用して、次の命題を証明せよ。  
Prove the following proposition using the contraposition.

れいだい 例題	「 $x+y > 0 \Rightarrow x>0$ または $y >0$ 」を証明せよ。  この命題の対偶は  「 $x \leq 0$ かつ $y \leq 0 \Rightarrow x + y \leq 0$ 」である。  対偶が真であるから、元の命題も真である。
もんだい 問題	「 $x+y < 0 \Rightarrow x<0$ または $y <0$ 」を証明せよ。

1. 次の命題の逆・裏・対偶を作りなさい

Create the inverse, reverse, and contraposition of the following proposition.

No.	例題	問題
①	(自然数 $n$ において) $n$ は 6 の倍数 multiple of 6 ならば $n$ は 3 の倍数 multiple of 3	(自然数 $n$ において) $n$ は 8 の倍数 ならば $n$ は 2 の倍数
逆 inverse	$n$ は 3 の倍数 ならば $n$ は 6 の倍数	
裏 reverse	$n$ は 6 の倍数でない ならば $n$ は 3 の倍数でない	
対偶 contra-position	$n$ は 3 の倍数でない ならば $n$ は 6 の倍数でない	
②	$x > 0 \Rightarrow x > 2$	$x \leq 4 \Rightarrow x \leq 0$
逆 inverse	$x > 2 \Rightarrow x > 0$	
裏 reverse	$(x > 0)$ でない $\Rightarrow (x > 2)$ でない $x \leq 0 \Rightarrow x \leq 2$	
対偶 contra-position	$(x > 2)$ でない $\Rightarrow (x > 0)$ でない $x \leq 2 \Rightarrow x \leq 0$	
③	$x \neq 1 \Rightarrow x^2 \neq 1$	$x^2 \leq 4 \Rightarrow x \leq 2$
逆 inverse	$x^2 \neq 1 \Rightarrow x \neq 1$	
裏 reverse	$x = 1 \Rightarrow x^2 = 1$	
対偶 contra-position	$x^2 = 1 \Rightarrow x = 1$	
④	(自然数 $n$ において) $n^2$ は奇数 $\Rightarrow n$ は奇数 $n^2$ is odd $\Rightarrow$ n is odd	(自然数 $n$ において) $n^2$ は偶数 $\Rightarrow n$ は偶数
逆 inverse	$n$ は奇数 $\Rightarrow n^2$ は奇数 $n$ is odd $\Rightarrow$ n <sup>2</sup> is odd	
裏 reverse	$n^2$ は偶数 $\Rightarrow n$ は偶数 $n^2$ is even $\Rightarrow$ n is even	
対偶 contra-position	$n$ は偶数 $\Rightarrow n^2$ は偶数 $n$ is even $\Rightarrow$ n <sup>2</sup> is even	

2. 次の命題の逆・裏・対偶を作りなさい

Create the inverse, reverse, and contraposition of the following proposition.

No.	例題	問題
①	(自然数 $m, n$ において) $m \times n$ は 奇数    odd ならば $m$ は奇数    odd	(自然数 $m, n$ において) $m \times n$ は 偶数    even ならば $m$ は偶数    even
逆 inverse	$m$ は奇数 ならば $m \times n$ は 奇数	
裏 reverse	$m \times n$ は 偶数 ならば $m$ は偶数	
対偶 contra-position	$m$ は 偶数 ならば $m \times n$ は偶数	
②	$x \neq 2 \Rightarrow x^2 \neq 4$	$x \neq 0 \Rightarrow x^2 \neq 0$
逆 inverse	$x^2 \neq 4 \Rightarrow x \neq 2$	
裏 reverse	$x = 2 \Rightarrow x^2 = 4$	
対偶 contra-position	$x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$	
③	$x > 0 \Rightarrow x^2 > 0$	$x < 1 \Rightarrow x^2 < 1$
逆 inverse	$x^2 > 0 \Rightarrow x > 0$	
裏 reverse	$x \leq 0 \Rightarrow x^2 \leq 0$	
対偶 contra-position	$x^2 \leq 0 \Rightarrow x \leq 0$	
④	$x + y > 0 \Rightarrow$ $x > 0$ かつ $y > 0$	$x + y < 0 \Rightarrow$ $x < 0$ かつ $y < 0$
逆 inverse	$x > 0$ かつ $y > 0$ $\Rightarrow x + y > 0$	
裏 reverse	$x + y \leq 0 \Rightarrow$ $x \leq 0$ または $y \leq 0$	
対偶 contra-position	$x \leq 0$ または $y \leq 0$ $\Rightarrow x + y \leq 0$	

1. 次の命題の逆・裏・対偶を作りなさい  
Create the inverse, reverse, and contraposition of the following proposition.
2. 次の命題の逆・裏・対偶を作りなさい。  
Create the inverse, reverse, and contraposition of the following proposition.

No.	れいだい 例題	もん　だい 問題
①	(しかつけい よんへん　ひと 四辺が等しい 4 sides are equal ならば せいほうけい 正方形である。 square	(しかつけい しかく　ひと 四角が等しい ならば ちようほうけい 長方形である。
ぎやく 逆 inverse	せいほうけい 正方形である  ならば よんへん　ひと 四辺が等しい。	
うら 裏 reverse	ひと　へん 等しくない辺がある There are unequal sides ならば せいほうけい 正方形でない。	
たいぐう 対偶 contra- position	せいほうけい 正方形でない  ならば ひと　へん 等しくない辺がある。	
②	$x \leq 0 \Rightarrow x \leq 2$	$x > 4 \Rightarrow x > 0$
ぎやく 逆 inverse	$x \leq 2 \Rightarrow x \leq 0$	
うら 裏 reverse	( $x \leq 0$ )でない $\Rightarrow$ ( $x \leq 2$ )でない $x > 0 \Rightarrow x > 2$	
たいぐう 対偶 contra- position	( $x \leq 2$ )でない $\Rightarrow$ ( $x \leq 0$ )でない $x > 2 \Rightarrow x > 0$	
③	$x^2 \geq 9 \Rightarrow x \geq 3$	$x^2 > 4 \Rightarrow x > 2$
ぎやく 逆 inverse	$x \geq 3 \Rightarrow x^2 \geq 9$	
うら 裏	$x^2 < 9 \Rightarrow x < 3$	
たいぐう 対偶	$x < 3 \Rightarrow x^2 < 9$	
④	$x > 0$ かつ $y > 0$ $\Rightarrow x + y > 0$	$x > 0$ かつ $y > 0$ $\Rightarrow x \times y > 0$
ぎやく 逆 inverse	$x + y > 0$ $\Rightarrow x > 0$ かつ $y > 0$	
うら 裏 reverse	$x \leq 0$ または $y \leq 0$ or $\Rightarrow x + y \leq 0$	
たいぐう 対偶 contra- position	$x + y \leq 0$ $\Rightarrow x \leq 0$ または $y \leq 0$	

No.	れいだい 例題	もん　だい 問題
①	$x^2 \neq 9 \Rightarrow x \neq 3$	$x \neq 0 \Rightarrow x^2 \neq 0$
ぎやく 逆 inverse	$x \neq 3 \Rightarrow x^2 \neq 9$	
うら 裏 reverse	$x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$	
たいぐう 対偶 contra- position	$x = 3 \Rightarrow x^2 = 9$	
②	$a \times c \neq b \times c$ ならば $a \neq b$	$a \neq b$ ならば $a + c \neq b + c$
ぎやく 逆 inverse	$a \neq b$ ならば $a \times c \neq b \times c$	
うら 裏 reverse	$a \times c = b \times c$ ならば $a = b$	
たいぐう 対偶 contra- position	$a = b$ ならば $a \times c = b \times c$	
③	(し　ぜんすう 自然数 $m, n$ において) $m \times n$ は　ぐうすう 偶数 ならば $m$ は　ぐうすう 偶数	(し　ぜんすう 自然数 $m, n$ において) $m \times n$ は　き　すう 奇数 ならば $m$ は　き　すう 奇数
ぎやく 逆 inverse	$m$ は　ぐうすう 偶数 ならば $m \times n$ は　ぐうすう 偶数	
うら 裏 reverse	$m \times n$ は　き　すう 奇数 ならば $m$ は　き　すう 奇数	
たいぐう 対偶 contra- position	$m$ は　き　すう 奇数 ならば $m \times n$ は　き　すう 奇数	

1. 次の命題の真偽を求めよ。偽なら反例を示せ。

Find the truth or falsity of the following proposition.  
If it is false, give a counterexample.

例題①	$x > 2$ ならば $x > 4$ 偽 False 反例 $x = 3$
問題①	$x \leq 2$ ならば $x \leq 4$

例題②	$x^2 > 4$ ならば $x > 2$ 偽 False 反例 $x = -3$
問題②	$x \leq 2$ ならば $x^2 \leq 4$

例題③	$n^2$ は偶数 ならば $n$ は偶数 真 True
問題③	$n^2$ は奇数 ならば $n$ は奇数

例題④	$(x, y \text{ は整数})$ $x \times y$ は偶数 $\Rightarrow x$ は偶数 偽 False 反例 $x = 1, y = 2$
問題④	$(x, y \text{ は整数})$ $x \times y$ は奇数 $\Rightarrow x$ は奇数

2. 次の条件の否定を「でない」を使わずにつくれ。

Write the negation of the following conditions.

例題	問題
① $x \neq 0$ $x = 0$	① $x = 2$
② $x \geq 0$ $x < 0$	② $x \leq 2$
③ $a = 1$ または $b = 1$ $a \neq 1$ かつ $b \neq 1$	③ $a \neq 0$ または $b \neq 0$
④ $a = 1$ かつ $b = 1$ $a \neq 1$ または $b \neq 1$	④ $a \neq 0$ かつ $b \neq 0$
⑤ 少なくとも 1 人は合格 全員が不合格	⑤ 誰かが不合格

3. 次の命題の逆・裏・対偶を作り，真・偽を求めよ。

Create the inverse, reverse, and contraposition of the following propositions  
and find their truth or falsity.

例題		真偽
命題 proposition	(自然数 $n$ において) $n$ は 3 の倍数 $\Rightarrow n$ は 9 の倍数	偽 F
逆 inverse	$n$ は 9 の倍数 $\Rightarrow n$ は 3 の倍数 multiple of 9 multiple of 3	真 T
裏 reverse	$n$ は 3 の倍数でない $\Rightarrow n$ は 9 の倍数でない not a multiple of 3 not a multiple of 9	真 T
対偶 contraposition	$n$ は 9 の倍数でない $\Rightarrow n$ は 3 の倍数でない	偽 F

※元の命題と対偶，逆と裏は真偽が一致する。

問題①		真偽
命題	(自然数 $n$ において) $n$ は 10 の倍数 $\Rightarrow n$ は 5 の倍数	
逆		
裏		
対偶		

問題②		真偽
命題	$y \neq 0 \Rightarrow x \times y \neq 0$	
逆		
裏		
対偶		

問題③		真偽
命題	(四角形において) 正方形 ならば 4つの角が等しい	
逆		
裏		
対偶		



1. 次の命題の真偽を求めよ。偽なら反例を示せ。

Find the truth or falsity of the following proposition.  
If it is false, give a counterexample.

例題①	$a \times c > b \times c \Rightarrow a > b$ 偽 False    反例 $a = -2, b = 0, c = -1$
問題①	$a \leq b \Rightarrow a \times c \leq b \times c$

例題②	$x \leq 3$ ならば $x^2 \leq 9$ 偽 False    反例 $x = -4$
問題②	$x^2 > 4$ ならば $x > 2$

例題③	$n$ は偶数 $\Rightarrow n^2$ は偶数 真 True
問題③	$n$ は奇数 $\Rightarrow n^2$ は奇数

例題④	$(x, y \text{ は整数}) \Rightarrow x \text{ は偶数} \Rightarrow x \times y \text{ は偶数}$ 真 True
問題④	$(x, y \text{ は整数}) \Rightarrow x \text{ は奇数} \Rightarrow x \times y \text{ は奇数}$

2. 次の条件の否定を「でない」を使わずにつくれ。

Write the negation of the following conditions.

例題	問題
① $x > 0$ $x \leq 0$	① $x < 2$
② $x^2 \leq 4$ $x^2 > 4$	② $x^2 > 9$
③ $a < 0$ または $b < 0$ $a \geq 0$ かつ $b \geq 0$	③ $a > 0$ または $b > 0$
④ $a \geq 0$ かつ $b \geq 0$ $a < 0$ または $b < 0$	④ $a \leq 0$ かつ $b \leq 0$
⑤ 全員が進級 誰かが留年	⑤ 誰かが進級

3. 次の命題の逆・裏・対偶を作り、真・偽を求めよ。

Create the inverse, reverse, and contraposition of the following propositions  
and find their truth or falsity.

例題	真偽
命題 (四角形において) 平行四辺形でない $\Rightarrow$ 正方形でない	真 T
逆 正方形でない $\Rightarrow$ 平行四辺形でない	偽 F
裏 平行四辺形 $\Rightarrow$ 正方形	偽 F
対偶 正方形 $\Rightarrow$ 平行四辺形	真 T

※元の命題と対偶、逆と裏は真偽が一致する。

問題①	真偽
命題 (三角形において) 二等辺三角形でない $\Rightarrow$ 正三角形でない	
逆	
裏	
対偶	

問題②	真偽
命題 $a + b < 0 \Rightarrow a < 0$ または $b < 0$ or	
逆	
裏	
対偶	

問題③	真偽
命題 $a \times b > 0 \Rightarrow a > 0$ かつ $b > 0$ and	
逆	
裏	
対偶	

1. 次の命題の真偽を求めよ。偽なら反例を示せ。

Find the truth or falsity of the following proposition.  
If it is false, give a counterexample.

例題①	$a < 0$ または $b < 0 \Rightarrow a + b < 0$ 偽 反例 $a = -1$ , $b = 3$
問題①	$a \times b < 0 \Rightarrow a < 0$ または $b < 0$

例題②	$x \times y = 0 \Rightarrow x = 0$ かつ $y = 0$ 偽 反例 $x = 1$ , $y = 0$
問題②	$x + y = 0 \Rightarrow x = 0$ かつ $y = 0$

例題③	平行四辺形 ならば 正方形 偽 反例 ひし型
問題③	長方形 ならば 正方形

例題④	$(x, y \text{ は整数}) \ x \times y \text{ は偶数} \Rightarrow x \text{ は偶数}$ 偽 反例 $x = 1$ , $y = 2$
問題④	$(x, y \text{ は整数}) \ x \times y \text{ は奇数} \Rightarrow x \text{ は奇数}$

2. 次の条件の否定を「でない」を使わずにつくれ。

Write the negation of the following conditions.

例題	問題
① $x \neq 1$ $x = 1$	① $x = 4$
② $x^2 < 4$ $x^2 \geq 4$	② $x^2 \leq 9$
③ $a < 0$ かつ $b < 0$ $a \geq 0$ または $b \geq 0$	③ $a > 0$ かつ $b > 0$
④ $a > 0$ または $b > 0$ $a \leq 0$ かつ $b \leq 0$	④ $a \leq 0$ かつ $b \leq 0$
⑤ 全員が睡眠中 誰かが起きている	⑤ 誰かが出席

3. 次の命題の逆・裏・対偶を作り，真・偽を求めよ。

Create the inverse, reverse, and contraposition of the following propositions  
and find their truth or falsity.

例題		真偽
命題	(自然数において) $n^2$ が3の倍数 $\Rightarrow n$ が3の倍数	真 T
逆	$n$ が3の倍数 $\Rightarrow n^2$ が3の倍数	真 T
裏	$n^2$ が3の倍数でない $\Rightarrow n$ が3の倍数でない	真 T
対偶	$n$ が3の倍数でない $\Rightarrow n^2$ が3の倍数でない	真 T

※元の命題と対偶，逆と裏は真偽が一致する。

問題①		真偽
命題	(自然数において) $n$ が5の倍数 $\Rightarrow n^2$ が5の倍数	
逆		
裏		
対偶		

問題②		真偽
命題	$a \geq 0$ かつ $b \geq 0 \Rightarrow a + b \geq 0$	
逆		
裏		
対偶		

問題③		真偽
命題	$a < 0$ または $b < 0 \Rightarrow a \times b < 0$	
逆		
裏		
対偶		



1. 次の条件の否定をつくれ。(～でないを使わない)

Write the negation of the following conditions.

れいだい 例題	もんだい 問題
① $x = 0$ $x \neq 0$	① $y^2 \neq 4$
② $x \geq 0$ $x < 0$	② $y \leq 3$

2. 次の命題と逆・裏・対偶の真・偽を求めよ。

Find the truth or falsity of the following proposition and its inverse, reverse and contraposition.

れいだい 例題①　「 $x^2 \geq 9 \Rightarrow x \geq 3$ 」	もんだい 問題①　「 $x^2 < 4 \Rightarrow x < 2$ 」
(1) 命題　proposition 偽　False　はんれい　反例 $x = -4$	(1) 命題
(2) 逆　inverse $x \geq 3 \Rightarrow x^2 \geq 9$ 真　True	(2) 逆
(3) 裏　reverse $x^2 < 9 \Rightarrow x < 3$ 真　True　(逆が真より)	(3) 裏
(4) 対偶　contraposition $x < 3 \Rightarrow x^2 < 9$ 偽　False　(命題が偽より)	(4) 対偶

れいだい 例題②　「 $x = 1 \Rightarrow x^2 = 1$ 」	もんだい 問題②　「 $x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$ 」
(1) 命題　proposition 真　True　( $1^2 = 1$ )	(1) 命題
(2) 逆　inverse $x^2 = 1 \Rightarrow x = 1$ 偽　False　はんれい　反例 $x = -1$	(2) 逆
(3) 裏　reverse $x \neq 1 \Rightarrow x^2 \neq 1$ 偽　False　(逆が偽より)	(3) 裏
(4) 対偶　contraposition $x^2 \neq 1 \Rightarrow x \neq 1$ 真　True　(命題が真より)	(4) 対偶

4. 次の条件の否定をつくれ。(～でないを使わない)

Write the negation of the following conditions.

れいだい 例題	もんだい 問題
① $x = 0$ かつ $y = 0$ $x \neq 0$ または $y \neq 0$	① $x = 0$ または $y = 0$
② 全員が不合格　(all) だれ　ごうかく　誰かが合格　(exist)	② 欠席者がいる

5. 次の命題と逆・裏・対偶の真・偽を求めよ。

Find the truth or falsity of the following proposition and its inverse, reverse and contraposition.

れいだい 例題	もんだい 問題
( $x = 0$ かつ $y = 0$ ) ならば $x + y = 0$	( $x = 0$ または $y = 0$ ) ならば $x \times y = 0$
① 命題　proposition 真　True　( $0 + 0 = 0$ )	① 命題
② 逆　inverse $x + y = 0$ ならば ( $x = 0$ かつ $y = 0$ ) 偽　False はんれい　反例 $x = -1$ , $y = 1$	② 逆
③ 裏　reverse ( $x \neq 0$ または $y \neq 0$ ) ならば $x + y \neq 0$ 偽　False　(逆が偽より) はんれい　反例 $x = -1$ , $y = 1$	③ 裏
④ 対偶　contraposition $x + y \neq 0$ ならば ( $x \neq 0$ または $y \neq 0$ ) 真　True　(命題が真より)	④ 対偶