

1.  $A < 90^\circ, B < 90^\circ$  のとき、余弦定理を証明せよ。  
Prove the cosine theorem when  $A < 90^\circ, B < 90^\circ$

点 C から対辺 AB に垂線 CH を引く。

$\triangle ACH$  において

$\cos A = \frac{AH}{c}, \sin A = \frac{CH}{b}$

$AH = \dots, CH = \dots \cdots \textcircled{1}$

よって、 $BH = AB - AH = \dots \cdots \textcircled{2}$

$\triangle BCH$  に三平方の定理を用いると

$BC^2 = CH^2 + \dots$

この式に  $BC = \dots$  と  $\textcircled{1}, \textcircled{2}$  を代入すると

$a^2 = (\dots)^2 + (c - b \cos A)^2$

$= \dots + c^2 - 2bc \cos A + b^2 \cos^2 A$

$= (\sin^2 A + \cos^2 A) + c^2 - 2bc \cos A$

ここで、 $\sin^2 A + \cos^2 A = \dots$  より

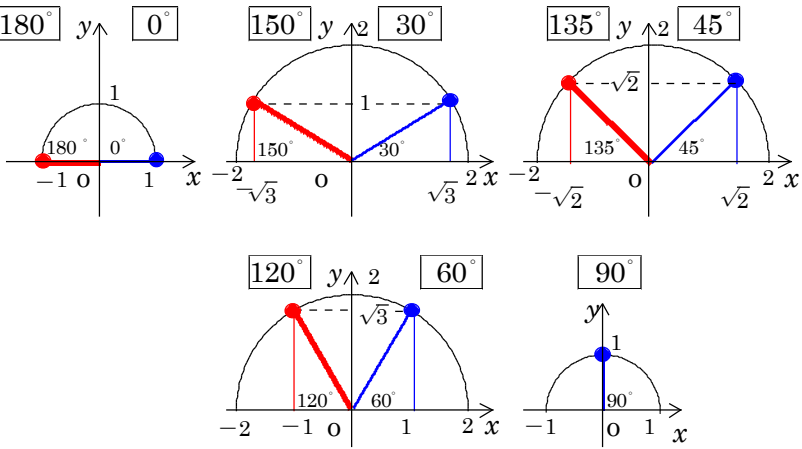
$a^2 = \dots^2 + \dots^2 - \dots$

この式を変形して

$\cos A = \dots$

Q.E.D

2. 図を利用して、次の三角比の表を完成せよ。  
Complete the table of trigonometric ratios using the following diagram.



$\theta$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$		$\frac{1}{2}$	

$\theta$	$90^\circ$	$120^\circ$	$135^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
$\cos \theta$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1

3. 次の三角形の辺の値を求めよ。  
Find the size of sides of the following  $\triangle ABC$ .

例題  $a = \sqrt{2}, c = 2, B = 45^\circ$  のとき、 $b$  を求めよ。

$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$

$= 2^2 + (\sqrt{2})^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$= 4 + 2 - 4 = 2$

$b > 0$  より  $b = \sqrt{2}$

問題 ①  $b = \sqrt{3}, c = 2, A = 30^\circ$  のとき、 $a$  を求めよ。

問題 ②  $b = 3, c = 5, \cos A = \frac{3}{5}$  のとき、 $a$  を求めよ。

4. 次の三角形の角を求めよ。  
Find the angles of the following triangle.

例題  $a = 3, b = 5, c = 7$  のとき、 $C$  を求めよ。

$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{3^2 + 5^2 - 7^2}{2 \times 3 \times 5}$

$= \frac{9 + 25 - 49}{30} = \frac{-15}{30} = -\frac{1}{2}$

よって、 $C = 120^\circ$

問題  $a = 7, b = 5, c = 8$  のとき、 $A$  を求めよ。

1. 次の余弦定理を書きなさい。 Write the following cosine theorem.

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$
$$c^2 =$$
$$a^2 =$$

※ローテーション

2. 次の三角形の辺の値を求めよ。 Find the size of sides of the following  $\triangle ABC$ .

例題①  $c = 7, a = 15, B = 60^\circ$  のとき、 $b$  を求めよ。

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$
$$= 7^2 + 15^2 - 2 \times 7 \times 15 \times \frac{1}{2}$$
$$= 49 + 225 - 105 = 169$$
$$b > 0 \text{ より } b = \sqrt{169} = \underline{13}$$

問題①  $a = 8, b = 5, C = 60^\circ$  のとき、 $c$  を求めよ。

例題②  $c = 13, a = 12, \cos B = \frac{12}{13}$  のとき、 $b$  を求めよ。

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$
$$= 13^2 + 12^2 - 2 \times 13 \times 12 \times \frac{12}{13}$$
$$= 169 + 144 - 288 = 25$$
$$b > 0 \text{ より } b = \sqrt{25} = 5$$

問題②  $b = 5, c = 4, \cos A = \frac{4}{5}$  のとき、 $a$  を求めよ。

3. 次の余弦定理を書きなさい。 Write the following cosine theorem.

$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$$
$$\cos C =$$
$$\cos A =$$

4. 次の三角形の角を求めよ。 Find the angles of the following triangle.

例題  $c = 8, a = 7, b = 13$  のとき、 $B$  を求めよ。

$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$$
$$= \frac{8^2 + 7^2 - 13^2}{2 \times 8 \times 7}$$
$$= \frac{64 + 49 - 169}{112} = \frac{-56}{112} = -\frac{1}{2}$$
$$\cos B = -\frac{1}{2} \text{ より } B = \underline{120^\circ}$$

問題①  $b = 5, c = 3, a = 7$  のとき、 $A$  を求めよ。

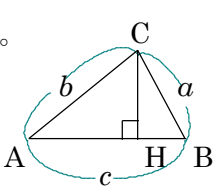
問題②  $a = 3, b = 4, c = 5$  のとき、 $C$  を求めよ。

1.  $A < 90^\circ, B < 90^\circ$  のとき、余弦定理を証明せよ。  
Prove the cosine theorem when  $A < 90^\circ, B < 90^\circ$

点 C から対辺 AB に垂線 CH を引く。

$\triangle ACH$  において

$\cos A = \frac{AH}{c}, \sin A = \frac{CH}{b}$



$AH = \dots, CH = \dots \cdots ①$

よって、 $BH = AB - AH = \dots \cdots ②$

$\triangle BCH$  に三平方の定理を用いると

$BC^2 = CH^2 +$

この式に  $BC =$  と①,②を代入すると

$a^2 = (\dots)^2 + (c - b \cos A)^2$   
 $= \dots + c^2 - 2bc \cos A + b^2 \cos^2 A$

$= (\sin^2 A + \cos^2 A) + c^2 - 2bc \cos A$

ここで、 $\sin^2 A + \cos^2 A =$  より

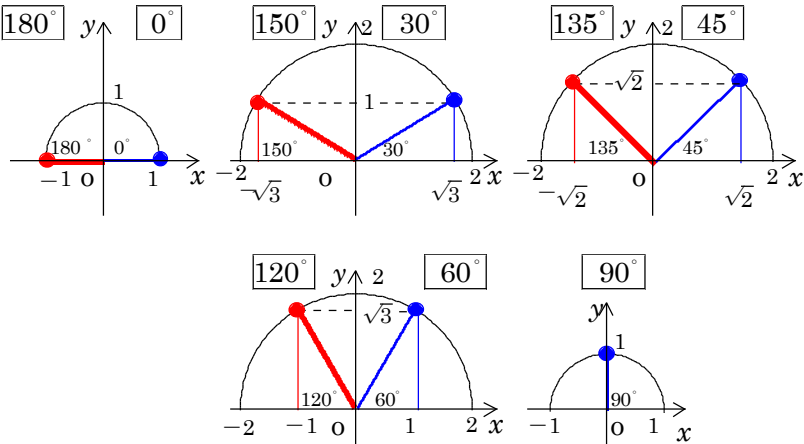
$a^2 = \dots^2 + \dots^2 - \dots$

この式を変形して

$\cos A =$

Q.E.D

2. 図を利用して、次の三角比の表を完成せよ。  
Complete the table of trigonometric ratios using the following diagram.



$\theta$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
$\cos \theta$	1	—	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	—	

$\theta$	$90^\circ$	$120^\circ$	$135^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
$\cos \theta$	0	$-\frac{1}{2}$		$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1

3. 次の三角形の辺の値を求めよ。  
Find the size of sides of the following  $\triangle ABC$ .

例題  $a = 2, c = 2\sqrt{3}, B = 30^\circ$  のとき、 $b$  を求めよ。  
 $b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$   
 $= (2\sqrt{3})^2 + 2^2 - 2 \times 2\sqrt{3} \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$   
 $= 12 + 4 - 12 = 4$   
 $b > 0$  より、 $b = \sqrt{4} = \underline{\underline{2}}$

問題 ①  $b = 3, c = 5, A = 120^\circ$  のとき、 $a$  を求めよ。

問題 ②  $b = 4, c = 5, \cos A = \frac{4}{5}$  のとき、 $a$  を求めよ。

4. 次の三角形の角を求めよ。  
Find the angles of the following triangle.

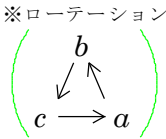
例題  $a = 3, b = 8, c = 7$  のとき、 $C$  を求めよ。  
 $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{3^2 + 8^2 - 7^2}{2 \times 3 \times 8}$   
 $= \frac{9 + 64 - 49}{48} = \frac{24}{48} = \frac{1}{2}$   
よって、 $C = \underline{\underline{60^\circ}}$

問題  $a = 13, b = 7, c = 8$  のとき、 $A$  を求めよ。

1. 次の余弦定理を書きなさい。 Write the following cosine theorem.

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$
$$a^2 =$$
$$b^2 =$$

※ローテーション



2. 次の三角形の辺の値を求めよ。 Find the size of sides of the following  $\triangle ABC$ .

例題②  $a = 3, b = \sqrt{8}, C = 135^\circ$  のとき,  $c$  を求めよ。

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos C \\ &= 3^2 + (\sqrt{8})^2 - 2 \times 3 \times \sqrt{8} \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \\ &= 9 + 8 + 12 = 29 \\ c > 0 \text{ より } c &= \underline{\underline{\sqrt{29}}} \end{aligned}$$

問題①  $b = 2, c = \sqrt{2}, A = 135^\circ$  のとき,  $a$  を求めよ。

例題②  $c = 8, a = 7, \cos B = -\frac{1}{2}$  のとき,  $b$  を求めよ。

$$\begin{aligned} b^2 &= c^2 + a^2 - 2ca \cos B \\ &= 8^2 + 7^2 - 2 \times 8 \times 7 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= 64 + 49 + 56 = 169 \\ b > 0 \text{ より } b &= \underline{\underline{\sqrt{169}}} = \underline{\underline{13}} \end{aligned}$$

問題②  $b = 5, c = 3, \cos A = \frac{3}{5}$  のとき,  $a$  を求めよ。

3. 次の余弦定理を書きなさい。 Write the following cosine theorem.

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$
$$\cos A =$$
$$\cos B =$$

4. 次の三角形の角を求めよ。 Find the angles of the following triangle.

例題  $a = 2, b = \sqrt{3}, c = \sqrt{13}$  のとき,  $C$  を求めよ。

$$\begin{aligned} \cos C &= \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \\ &= \frac{2^2 + (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{13})^2}{2 \times 2 \times \sqrt{3}} \\ &= \frac{4 + 3 - 13}{4\sqrt{3}} = \frac{-6}{4\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos C &= -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ より } C = \underline{\underline{150^\circ}} \end{aligned}$$

問題①  $c = 1, b = \sqrt{2}, a = \sqrt{5}$  のとき,  $A$  を求めよ。

問題②  $c = 3, a = 2, b = \sqrt{7}$  のとき,  $B$  を求めよ。

1.  $A < 90^\circ, B < 90^\circ$  のとき、余弦定理を証明せよ。  
Prove the cosine theorem when  $A < 90^\circ, B < 90^\circ$

点 C から対辺 AB に垂線 CH を引く。

$\triangle ACH$  において

$\cos A = \frac{AH}{c}, \sin A = \frac{CH}{c}$

$AH = \dots, CH = \dots \cdots ①$

よって、 $BH = AB - AH = \dots \cdots ②$

$\triangle BCH$  に三平方の定理を用いると

$BC^2 = \dots + BH^2$

この式に  $BC = \dots$  と①,②を代入すると

$a^2 = (b \sin A)^2 + (\dots)^2$

$= \dots + c^2 - 2bc \cos A + b^2 \cos^2 A$

$= (\sin^2 A + \cos^2 A)c^2 - 2bc \cos A + b^2 \cos^2 A$

ここで、 $\sin^2 A + \cos^2 A = \dots$  より

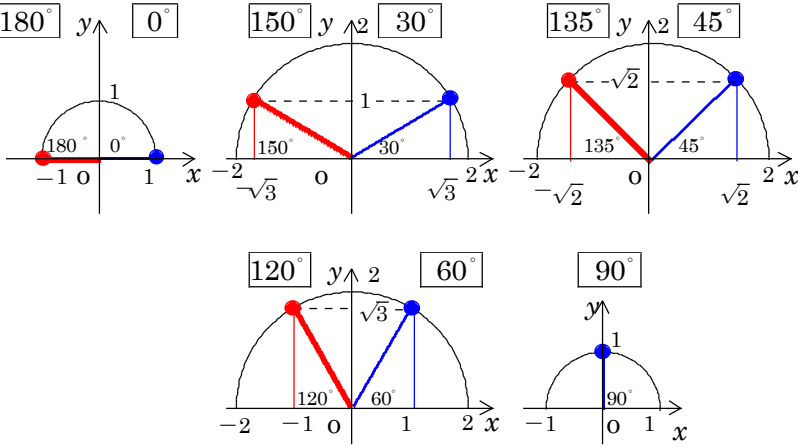
$a^2 = \dots^2 + \dots^2 - \dots$

この式を変形して

$\cos A = \dots$

Q.E.D

2. 図を利用して、次の三角比の表を完成せよ。  
Complete the table of trigonometric ratios using the following diagram.



$\theta$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
$\cos \theta$					

$\theta$	$90^\circ$	$120^\circ$	$135^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
$\cos \theta$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$		-1

3. 次の三角形の辺の値を求めよ。  
Find the size of sides of the following  $\triangle ABC$ .

例題  $a = 2, b = \sqrt{3}, C = 150^\circ$  のとき、 $c$  を求めよ。

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

$= 2^2 + (\sqrt{3})^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{3} \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$= 4 + 3 + 6 = 13$

$c > 0$  より、 $c = \sqrt{13}$

問題 ①  $b = 1, c = \sqrt{2}, A = 45^\circ$  のとき、 $a$  を求めよ。

問題 ②  $b = 3, c = 8, \cos A = \frac{1}{2}$  のとき、 $a$  を求めよ。

4. 次の三角形の角を求めよ。  
Find the angles of the following triangle.

例題  $a = 3, b = 4, c = \sqrt{13}$  のとき、 $C$  を求めよ。

$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{3^2 + 4^2 - (\sqrt{13})^2}{2 \times 3 \times 4}$

$= \frac{9 + 16 - 13}{24} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

よって、 $C = 60^\circ$

問題  $a = 10, b = 6, c = 8$  のとき、 $A$  を求めよ。

1. 次の余弦定理を書きなさい。 Write the following cosine theorem.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$
$$b^2 =$$
$$c^2 =$$

※ローテーション

2. 次の三角形の辺の値を求めよ。 Find the size of sides of the following  $\triangle ABC$ .

例題①  $a = 3, b = \sqrt{2}, C = 135^\circ$  のとき、 $c$  を求めよ。

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos C \\ &= 3^2 + (\sqrt{2})^2 - 2 \times 3 \times \sqrt{2} \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \\ &= 9 + 2 + 6 = 17 \\ c > 0 \text{ より } c &= \underline{\underline{\sqrt{17}}} \end{aligned}$$

問題①  $b = 2, c = \sqrt{3}, A = 150^\circ$  のとき、 $a$  を求めよ。

例題②  $c = 5, a = 3, \cos B = -\frac{1}{2}$  のとき、 $b$  を求めよ。

$$\begin{aligned} b^2 &= c^2 + a^2 - 2ca \cos B \\ &= 5^2 + 3^2 - 2 \times 5 \times 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= 25 + 9 + 15 = 49 \\ b > 0 \text{ より } b &= \underline{\underline{\sqrt{49}}} = \underline{\underline{7}} \end{aligned}$$

問題②  $b = 14, c = 15, \cos A = \frac{3}{5}$  のとき  $a$  を求めよ。

3. 次の余弦定理を書きなさい。 Write the following cosine theorem.

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$
$$\cos B =$$
$$\cos C =$$

4. 次の三角形の角を求めよ。 Find the angles of the following triangle.

例題  $a = 2, b = 3, c = \sqrt{7}$  のとき、 $C$  を求めよ。

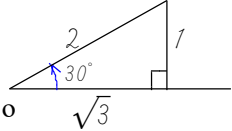
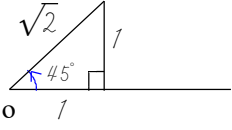
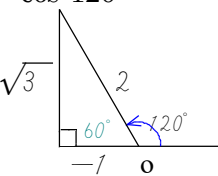
$$\begin{aligned} \cos C &= \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \\ &= \frac{2^2 + 3^2 - (\sqrt{7})^2}{2 \times 2 \times 3} \\ &= \frac{4 + 9 - 7}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \\ \cos C &= \frac{1}{2} \text{ より } C = \underline{\underline{60^\circ}} \end{aligned}$$

問題①  $a = 1, b = \sqrt{3}, c = 2$  のとき、 $A$  を求めよ。

問題②  $a = 3, b = 7, c = 8$  のとき、 $B$  を求めよ。

1. 直角三角形を利用して、次の三角比を求めなさい。  
Find trigonometric ratios using right triangles.

3. 次の三角形の辺の値を求めよ。  
Find the size of sides of the following △ABC.

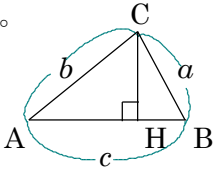
例題	問題
<p>① <math>\cos 30^\circ</math></p>  <p><math>\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}</math></p>	<p>① <math>\cos 60^\circ</math></p>
<p>② <math>\cos 45^\circ</math></p>  <p><math>\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}</math></p>	<p>② <math>\cos 135^\circ</math></p>
<p>③ <math>\cos 120^\circ</math></p>  <p><math>\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}</math></p>	<p>③ <math>\cos 150^\circ</math></p>

<p>例題 <math>a = 2, b = \sqrt{2}, C = 45^\circ</math> のとき、<math>c</math> を求めよ。</p> $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ $= 2^2 + (\sqrt{2})^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$ $= 4 + 2 - 4 = 2$ <p><math>c &gt; 0</math> より、<math>c = \underline{\underline{\sqrt{2}}}</math></p>	<p>問題 <math>b = 3, c = 2\sqrt{2}, A = 45^\circ</math> のとき、<math>a</math> を求めよ。</p> <p>①</p>
<p>問題 <math>b = 8, c = 7, \cos A = -\frac{1}{2}</math> のとき、<math>a</math> を求めよ。</p> <p>②</p>	

2.  $A < 90^\circ, B < 90^\circ$  のとき、余弦定理を証明せよ。  
Prove the cosine theorem when  $A < 90^\circ, B < 90^\circ$

点 C から対辺 AB に垂線 CH を引く。  
△ACH において

$\cos A = \frac{AH}{c}, \sin A = \frac{CH}{b}$



$AH = \dots, CH = \dots \cdots \textcircled{1}$

よって、 $BH = AB - AH = \dots \cdots \textcircled{2}$

△BCH に三平方の定理を用いると

$BC^2 = \dots + BH^2$

この式に  $BC = \dots$  と①②を代入すると

$a^2 = (b \sin A)^2 + (\dots)^2$

$= \dots + c^2 - 2bc \cos A + b^2 \cos^2 A$

$= (\sin^2 A + \cos^2 A) + c^2 - 2bc \cos A$

ここで、 $\sin^2 A + \cos^2 A = \dots$  より

$a^2 = \dots + \dots - \dots$  Q.E.D

4. 次の三角形の角を求めよ。  
Find the angles of the following triangle.

<p>例題 <math>a = 1, b = 2, c = \sqrt{7}</math> のとき、<math>C</math> を求めよ。</p> $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{1^2 + 2^2 - (\sqrt{7})^2}{2 \times 1 \times 2}$ $= \frac{1 + 4 - 7}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$ <p>よって、<math>C = \underline{\underline{120^\circ}}</math></p>	<p>問題 <math>a = \sqrt{13}, b = \sqrt{3}, c = 2</math> のとき、<math>A</math> を求めよ。</p>
--	--