

1. 次の式を展開せよ。
※ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
Expand the following expression.

例題	問題
$(x + 3)^2$ $= x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2$ $= x^2 + 6x + 9$	$(x + 1)^2$

2. 次の式を平方完成せよ。
※ $x^2 - 2px = (x - p)^2 - p^2$
Complete the square equation below.

例題	問題
① $y = x^2 + 6x$ $\downarrow \div 2$ $= (x + 3)^2 - 3^2$ $= (x + 3)^2 - 9$	① $y = x^2 + 2x$
② $y = x^2 - 4x + 3$ $\downarrow \div 2$ $= (x - 2)^2 - 2^2 + 3$ $= (x - 2)^2 - 1$	② $y = x^2 - 6x + 5$

3. 次の式の頂点を求めよ。
※ $y = a(x - p)^2 + q \Leftrightarrow$ 頂点 (p, q)
Find the coordinate of the vertex of the following quadratic function.

例題	問題
① $y = x^2 + 1 = (x - 0)^2 + 1$ $(0, 1)$	① $y = x^2 + 4$
② $y = (x - 2)^2 - 1$ $(2, -1)$	② $y = (x - 3)^2 - 4$

4. 次の式の最大値と最小値を求めよ。
※値とは y の値
Find the maximum and minimum values of the following expression.

例題	問題
① $y = x^2 + 1$ 頂点 $(0, 1)$, \cup より vertex 最大値 なし maximum value 最小値 1 ($x = 0$) minimum value	① $y = x^2 + 4$
② $y = -x^2 + 2$ 頂点 $(0, 2)$, \cap より vertex 最大値 2 ($x = 0$) maximum value 最小値 なし minimum value	② $y = -x^2 + 1$
③ $y = (x - 2)^2 - 1$ 頂点 $(2, -1)$, \cup より vertex 最大値 なし maximum value 最小値 -1 ($x = 2$) minimum value	③ $y = (x - 3)^2 - 4$

5. 次の式の最大値と最小値を求めよ。
※定義域に注意
Find the maximum and minimum values of the following expression.

例題① $y = -x^2 + 4$ ($-2 \leq x \leq 1$) 頂点 $(0, 4)$ ※定義域内 $x = -2$ のとき, $y = -(-2)^2 + 4 = 0$ $x = 1$ のとき, $y = -1^2 + 4 = 3$ 最大値 4 ($x = 0$), 最小値 0 ($x = -2$) maximum value minimum value	問題① $y = -x^2 + 6$ ($-1 \leq x \leq 2$)
例題② $y = x^2 + 4x + 3$ ($-1 \leq x \leq 2$) $y = x^2 + 4x + 3 = (x + 2)^2 - 1$ 頂点 $(-2, -1)$ ※定義域外 $x = -1$ のとき, $y = (-1)^2 + 4 \times (-1) + 3 = 0$ $x = 2$ のとき, $y = 2^2 + 4 \times 2 + 3 = 15$ 最大値 15 ($x = 2$), 最小値 0 ($x = -1$) maximum value minimum value	問題② $y = x^2 - 6x + 5$ ($0 \leq x \leq 2$)

1. 次の式を展開せよ。 ※ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
Expand the following expression.

例題	問題
$(x + 5)^2$ $= x^2 + 2 \times 5 \times x + 5^2$ $= x^2 + 10x + 25$	$(x + 4)^2$

2. 次の式を平方完成せよ。 ※ $x^2 - 2px = (x - p)^2 - p^2$
Complete the square equation below.

例題	問題
① $y = x^2 + 10x$ $\downarrow \div 2$ $= (x + 5)^2 - 5^2$ $= (x + 5)^2 - 25$	① $y = x^2 + 8x$
② $y = x^2 - 6x + 7$ $\downarrow \div 2$ $= (x - 3)^2 - 3^2 + 7$ $= (x - 3)^2 - 2$	② $y = x^2 - 2x + 4$

3. 次の式の頂点を求めよ。 ※ $y = a(x - p)^2 + q \Leftrightarrow$ 頂点 (p, q)
Find the coordinate of the vertex of the following quadratic function.

例題	問題
① $y = x^2 - 4 = (x - 0)^2 - 4$ $(0, -4)$	① $y = x^2 - 1$
② $y = (x - 3)^2 - 2$ $(3, -2)$	② $y = (x - 1)^2 + 3$

4. 次の式の最大値と最小値を求めよ。 ※値とは y の値
Find the maximum and minimum values of the following expression.

例題	問題
① $y = x^2 - 3$ 頂点 $(0, -3)$, \cup より vertex 最大値 なし maximum value 最小値 -3 ($x = 0$) minimum value	① $y = x^2 - 2$
② $y = -x^2 + 2$ 頂点 $(0, 2)$, \cap より vertex 最大値 2 ($x = 0$) maximum value 最小値 なし minimum value	② $y = -x^2 + 1$
③ $y = (x - 2)^2 - 1$ 頂点 $(2, -1)$, \cup より vertex 最大値 なし maximum value 最小値 -1 ($x = 2$) minimum value	③ $y = (x - 3)^2 - 4$

5. 次の式の最大値と最小値を求めよ。 ※定義域に注意
Find the maximum and minimum values of the following expression.

例題① $y = x^2 - 4$ ($-2 \leq x \leq -1$) 頂点 $(0, -4)$ ※定義域外 $x = -2$ のとき, $y = (-2)^2 - 4 = 0$ $x = -1$ のとき, $y = (-1)^2 - 4 = -3$ 最大値 0 ($x = -2$), 最小値 -3 ($x = -1$) maximum value minimum value	問題① $y = x^2 + 1$ ($1 \leq x \leq 2$)
例題② $y = x^2 + 2x + 3$ ($-3 \leq x \leq 1$) $y = x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2$ 頂点 $(-1, 2)$ ※定義域内 $x = -3$ のとき, $y = (-3)^2 + 2 \times (-3) + 3 = 6$ $x = 1$ のとき, $y = 1^2 + 2 \times 1 + 3 = 6$ 最大値 6 ($x = -3, 1$), 最小値 2 ($x = -1$) maximum value minimum value	問題② $y = x^2 - 2x + 4$ ($0 \leq x \leq 3$)

1. 次の式を展開せよ。 ※ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
Expand the following expression.

例題	問題
$(x-3)^2$ $=x^2-2\times 3\times x+3^2$ $=x^2-6x+9$	$(x-2)^2$

2. 次の式を平方完成せよ。 ※ $x^2-2px=(x-p)^2-p^2$
Complete the square equation below.

例題	問題
① $y=x^2-4x$ $\downarrow \div 2$ $= (x-2)^2-2^2$ $= (x-2)^2-4$	① $y=x^2-6x$
② $y=x^2-4x+3$ $\downarrow \div 2$ $= (x-2)^2-2^2+3$ $= (x-2)^2-1$	② $y=x^2-6x+5$

3. 次の式の頂点を求めよ。 ※ $y=a(x-p)^2+q\leftrightarrow$ 頂点 (p,q)
Find the coordinate of the vertex of the following quadratic function.

例題	問題
① $y=x^2-9=(x-0)^2-9$ $(0,-9)$	① $y=x^2-4$
② $y=(x-2)^2-1$ $(2,-1)$	② $y=(x-3)^2+1$

4. 次の式の最大値と最小値を求めよ。 ※値とはyの値
Find the maximum and minimum values of the following expression.

例題	問題
① $y=x^2-4$ 頂点 $(0,-4)$, \cup より vertex 最大値 なし maximum value 最小値 -4 ($x=0$) minimum value	① $y=x^2-1$
② $y=-x^2+4$ 頂点 $(0,4)$, \cap より vertex 最大値 4 ($x=0$) maximum value 最小値 なし minimum value	② $y=-x^2+9$
③ $y=(x-3)^2+1$ 頂点 $(3,1)$, \cup より vertex 最大値 なし maximum value 最小値 1 ($x=3$) minimum value	③ $y=(x-2)^2+3$

5. 次の式の最大値と最小値を求めよ。 ※定義域に注意
Find the maximum and minimum values of the following expression.

例題① $y=2x^2-4$ ($-2\leq x\leq 1$) 頂点 $(0,-4)$ ※定義域内 $x=-2$ のとき, $y=2(-2)^2-4=4$ $x=1$ のとき, $y=2(1)^2-4=-2$ 最大値 4 ($x=-2$), 最小値 -4 ($x=0$) maximum value minimum value	問題① $y=x^2-3$ ($-1\leq x\leq -2$)
例題② $y=x^2-4x+3$ ($-1\leq x\leq 1$) $y=x^2-4x+3=(x-2)^2-1$ 頂点 $(2,-1)$ ※定義域内 $x=-1$ のとき, $y=(-1)^2-4\times(-1)+3=8$ $x=1$ のとき, $y=1^2-4\times 1+3=0$ 最大値 8 ($x=-1$), 最小値 -1 ($x=1$) maximum value minimum value	問題② $y=x^2-6x+5$ ($1\leq x\leq 4$)

1. 次の式を展開せよ。
※ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
Expand the following expression.

例題	問題
$(x - 4)^2$ $= x^2 - 2 \times 4 \times x + 4^2$ $= x^2 - 8x + 16$	$(x - 2)^2$

2. 次の式を平方完成せよ。
※ $x^2 - 2px = (x - p)^2 - p^2$
Complete the square equation below.

例題	問題
① $y = x^2 - 8x$ $\downarrow \div 2$ $= (x - 4)^2 - 4^2$ $= (x - 4)^2 - 16$	① $y = x^2 - 4x$
② $y = x^2 - 4x + 4$ $\downarrow \div 2$ $= (x - 2)^2 - 2^2 + 4$ $= (x - 2)^2$	② $y = x^2 - 6x + 9$

3. 次の式の頂点を求めよ。
※ $y = a(x - p)^2 + q \Leftrightarrow$ 頂点 (p, q)
Find the coordinate of the vertex of the following quadratic function.

例題	問題
① $y = x^2 + 4 = (x - 0)^2 + 4$ $(0, 4)$	① $y = x^2 + 1$
② $y = (x - 2)^2 - 1$ $(2, -1)$	② $y = (x - 3)^2 + 1$

4. 次の式の最大値と最小値を求めよ。
※値とは y の値
Find the maximum and minimum values of the following expression.

例題	問題
① $y = x^2 + 4$ 頂点 $(0, 4)$, \cup より vertex 最大値 なし maximum value 最小値 4 ($x = 0$) minimum value	① $y = x^2 + 1$
② $y = (x - 5)^2 + 1$ 頂点 $(5, 1)$, \cup より vertex 最大値 なし maximum value 最小値 1 ($x = 5$) minimum value	② $y = (x - 1)^2 + 2$
③ $y = -(x - 2)^2 + 1$ 頂点 $(2, 1)$, \cap より vertex 最大値 1 ($x = 2$) maximum value 最小値 なし minimum value	③ $y = -(x - 3)^2 - 2$

5. 次の式の最大値と最小値を求めよ。
※定義域に注意
Find the maximum and minimum values of the following expression.

例題① $y = x^2 - 9$ ($1 \leq x \leq 3$) 頂点 $(0, -9)$ ※定義域外 $x = 1$ のとき, $y = 1^2 - 4 = -3$ $x = 3$ のとき, $y = 3^2 - 4 = 5$ 最大値 5 ($x = 3$), 最小値 -4 ($x = 1$) maximum value minimum value	問題① $y = x^2 - 1$ ($2 \leq x \leq 4$)
例題② $y = x^2 - 4x + 4$ ($1 \leq x \leq 3$) $y = x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$ 頂点 $(2, 0)$ ※定義域内 $x = 1$ のとき, $y = (1 - 2)^2 = 1$ $x = 3$ のとき, $y = (3 - 2)^2 = 1$ 最大値 1 ($x = 1, 3$), 最小値 0 ($x = 2$) maximum value minimum value	問題② $y = x^2 - 6x + 9$ ($1 \leq x \leq 5$)

1. 次の式を展開せよ。
※ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
Expand the following expression.

例題	問題
$(x-1)^2$ $=x^2-2\times 1\times x+1^2$ $=x^2-2x+1$	$(x-2)^2$

2. 次の式を平方完成せよ。
※ $x^2-2px=(x-p)^2-p^2$
Complete the square equation below.

例題	問題
① $y=x^2-4x$ $\downarrow \div 2$ $= (x-2)^2-2^2$ $= (x-2)^2-4$	① $y=x^2-8x$
② $y=x^2+2x+3$ $\downarrow \div 2$ $= (x+1)^2-1^2+3$ $= (x+1)^2+2$	② $y=x^2-2x+4$

3. 次の式の頂点を求めよ。
※ $y=a(x-p)^2+q\leftrightarrow$ 頂点 (p,q)
Find the coordinate of the vertex of the following quadratic function.

例題	問題
① $y=x^2-1=(x-0)^2-1$ $(0,-1)$	① $y=x^2-4$
② $y=(x-2)^2-1$ $(2,-1)$	② $y=(x-1)^2+3$

4. 次の式の最大値と最小値を求めよ。
※値とはyの値
Find the maximum and minimum values of the following expression.

例題	問題
① $y=x^2-4$ 頂点 $(0,-4)$, \cup より vertex 最大値 なし maximum value 最小値 -4 ($x=0$) minimum value	① $y=x^2-1$
② $y=-x^2-4$ 頂点 $(0,-4)$, \cap より vertex 最大値 -4 ($x=0$) maximum value 最小値 なし minimum value	② $y=-x^2-1$
③ $y=-(x+3)^2+1$ 頂点 $(-3,1)$, \cap より vertex 最大値 1 ($x=-3$) maximum value 最小値 なし minimum value	③ $y=-(x+1)^2+4$

5. 次の式の最大値と最小値を求めよ。
※定義域に注意
Find the maximum and minimum values of the following expression.

例題① $y=x^2-4$ ($1\leq x\leq 3$) 頂点 $(0,-4)$ ※定義域外 $x=1$ のとき, $y=1^2-4=-3$ $x=3$ のとき, $y=3^2-4=5$ 最大値 5 ($x=3$), 最小値 -3 ($x=1$) maximum value minimum value	問題① $y=x^2-1$ ($-2\leq x\leq -1$)
例題② $y=x^2-4x+3$ ($-1\leq x\leq 3$) $y=x^2-4x+3=(x-2)^2-1$ 頂点 $(2,-1)$ ※定義域内 $x=-1$ のとき, $y=(-1)^2-4\times(-1)+3=8$ $x=3$ のとき, $y=3^2-4\times 3+3=0$ 最大値 8 ($x=-1$), 最小値 -1 ($x=2$) maximum value minimum value	問題② $y=x^2-2x+4$ ($0\leq x\leq 1$)

1. 次の1次関数のグラフから値を読み取りなさい。
Find the value from the graph of the following linear function.

れいだい 例題	もんだい 問題
<div>①</div> <p>さいだいち 最大値 3 ($x = 4$) Maximum value さいしやうち 最小値 0 ($x = -2$) Minimum value ていぎいき 定義域 $-2 \leq x \leq 4$ Domain ちいき 値域 $0 \leq y \leq 3$ Range</p>	<div>①</div> <p>さいだいち 最大値 ($x =$) さいしやうち 最小値 ($x =$) ていぎいき 定義域 $\leq x \leq$ ちいき 値域 $\leq y \leq$</p>
<div>②</div> <p>さいだいち 最大値 2 ($x = -3$) Maximum value さいしやうち 最小値 -2 ($x = 3$) Minimum value ていぎいき 定義域 $-3 \leq x \leq 3$ Domain ちいき 値域 $-2 \leq y \leq 2$ Range</p>	<div>②</div> <p>さいだいち 最大値 ($x =$) さいしやうち 最小値 ($x =$) ていぎいき 定義域 $\leq x \leq$ ちいき 値域 $\leq y \leq$</p>

2. 次の2次関数のグラフから値を読み取りなさい。
Find the value from the graph of the following quadratic function.

れいだい 例題	もんだい 問題
<div>①</div> <p>さいだいち 最大値 なし Maximum value さいしやうち 最小値 1 ($x = 2$) Minimum value</p>	<div>①</div> <p>さいだいち 最大値 さいしやうち 最小値 ($x =$)</p>
<div>②</div> <p>さいだいち 最大値 1 ($x = -3$) Maximum value さいしやうち 最小値 なし Minimum value ちいき 値域 $y \leq 1$ Range</p>	<div>②</div> <p>さいだいち 最大値 ($x =$) さいしやうち 最小値 ちいき 値域</p>

3. 次の2次関数のグラフから値を読み取りなさい。
Find the value from the graph of the following quadratic function.

れいだい 例題	もんだい 問題
<div>①</div> <p>さいだいち 最大値 3 ($x = 0$) Maximum value さいしやうち 最小値 -1 ($x = 2$) Minimum value ていぎいき 定義域 $0 \leq x \leq 3$ Domain ちいき 値域 $-1 \leq y \leq 3$ Range ちやうてん 頂点 (2, -1) Vertex しき 式 $y = (x - 2)^2 - 1$ Equation</p>	<div>①</div> <p>さいだいち 最大値 ($x =$) さいしやうち 最小値 ($x =$) ていぎいき 定義域 $\leq x \leq$ ちいき 値域 $\leq y \leq$ ちやうてん 頂点 (,) しき 式 $y =$</p>
<div>②</div> <p>さいだいち 最大値 4 ($x = 1$) Maximum value さいしやうち 最小値 0 ($x = -1$) Minimum value ていぎいき 定義域 $-1 \leq x \leq 1$ Domain ちいき 値域 $0 \leq y \leq 4$ Range ちやうてん 頂点 (-1, 0) Vertex しき 式 $y = (x + 1)^2$ Equation</p>	<div>②</div> <p>さいだいち 最大値 ($x =$) さいしやうち 最小値 ($x =$) ていぎいき 定義域 $\leq x \leq$ ちいき 値域 $\leq y \leq$ ちやうてん 頂点 (,) しき 式 $y =$</p>
<div>③</div> <p>さいだいち 最大値 3 ($x = 0$) Maximum value さいしやうち 最小値 -1 ($x = 2$) Minimum value ていぎいき 定義域 $-1 \leq x \leq 2$ Domain ちいき 値域 $-1 \leq y \leq 3$ Range ちやうてん 頂点 (0, 3) Vertex しき 式 $y = -x^2 + 3$ Equation</p>	<div>③</div> <p>さいだいち 最大値 ($x =$) さいしやうち 最小値 ($x =$) ていぎいき 定義域 $\leq x \leq$ ちいき 値域 $\leq y \leq$ ちやうてん 頂点 (,) しき 式 $y =$</p>

1. 次の1次関数のグラフから値を読み取りなさい。
Find the value from the graph of the following linear function.

れいだい 例題	もんだい 問題
<div>①</div> <p>さいだいち 最大値 2 ($x = 3$) Maximum value さいしやうち 最小値 1 ($x = -2$) Minimum value ていぎいき 定義域 $-2 \leq x \leq 3$ Domain ちいき 値域 $1 \leq y \leq 2$ Range</p>	<div>①</div> <p>さいだいち 最大値 ($x =$) さいしやうち 最小値 ($x =$) ていぎいき 定義域 $\leq x \leq$ ちいき 値域 $\leq y \leq$</p>
<div>②</div> <p>さいだいち 最大値 2 ($x = -3$) Maximum value さいしやうち 最小値 0 ($x = 3$) Minimum value ていぎいき 定義域 $-3 \leq x \leq 3$ Domain ちいき 値域 $0 \leq y \leq 2$ Range</p>	<div>②</div> <p>さいだいち 最大値 ($x =$) さいしやうち 最小値 ($x =$) ていぎいき 定義域 $\leq x \leq$ ちいき 値域 $\leq y \leq$</p>

2. 次の2次関数のグラフから値を読み取りなさい。
Find the value from the graph of the following quadratic function.

れいだい 例題	もんだい 問題
<div>①</div> <p>さいだいち 最大値 なし Maximum value さいしやうち 最小値 -1 ($x = 2$) Minimum value</p>	<div>①</div> <p>さいだいち 最大値 さいしやうち 最小値 ($x =$)</p>
<div>②</div> <p>さいだいち 最大値 2 ($x = -3$) Maximum value さいしやうち 最小値 なし Minimum value ていぎいき 定義域 すべての数 Domain</p>	<div>②</div> <p>さいだいち 最大値 ($x =$) さいしやうち 最小値 ($x =$) ていぎいき 定義域 $\leq x \leq$</p>

3. 次の2次関数のグラフから値を読み取りなさい。
Find the value from the graph of the following quadratic function.

れいだい 例題	もんだい 問題
<div>①</div> <p>さいだいち 最大値 5 ($x = -1$) Maximum value さいしやうち 最小値 1 ($x = 1$) Minimum value ていぎいき 定義域 $-1 \leq x \leq 2$ Domain ちいき 値域 $1 \leq y \leq 5$ Range ちやうてん 頂点 ($1, 1$) Vertex しき 式 $y = (x - 1)^2 + 1$ Equation</p>	<div>①</div> <p>さいだいち 最大値 ($x =$) さいしやうち 最小値 ($x =$) ていぎいき 定義域 $\leq x \leq$ ちいき 値域 $\leq y \leq$ ちやうてん 頂点 ($,$) しき 式 $y =$</p>
<div>②</div> <p>さいだいち 最大値 4 ($x = 1$) Maximum value さいしやうち 最小値 1 ($x = 0$) Minimum value ていぎいき 定義域 $0 \leq x \leq 1$ Domain ちいき 値域 $1 \leq y \leq 4$ Range ちやうてん 頂点 ($-1, 0$) Vertex しき 式 $y = (x + 1)^2$ Equation</p>	<div>②</div> <p>さいだいち 最大値 ($x =$) さいしやうち 最小値 ($x =$) ていぎいき 定義域 $\leq x \leq$ ちいき 値域 $\leq y \leq$ ちやうてん 頂点 ($,$) しき 式 $y =$</p>
<div>③</div> <p>さいだいち 最大値 4 ($x = 0$) Maximum value さいしやうち 最小値 0 ($x = 2$) Minimum value ていぎいき 定義域 $-1 \leq x \leq 2$ Domain ちいき 値域 $0 \leq y \leq 4$ Range ちやうてん 頂点 ($0, 4$) Vertex しき 式 $y = -x^2 + 4$ Equation</p>	<div>③</div> <p>さいだいち 最大値 ($x =$) さいしやうち 最小値 ($x =$) ていぎいき 定義域 $\leq x \leq$ ちいき 値域 $\leq y \leq$ ちやうてん 頂点 ($,$) しき 式 $y =$</p>

1. 次の1次関数のグラフから値を読み取りなさい。
Find the value from the graph of the following linear function.

3. 次の2次関数のグラフから値を読み取りなさい。
Find the value from the graph of the following quadratic function.

<p>例題</p> <p>①</p> <p>さいだい値 3 ($x = 2$) Maximum value さいしょう値 -1 ($x = -2$) Minimum value 定義域 $-2 \leq x \leq 2$ Domain 値域 $-1 \leq y \leq 3$ Range</p>	<p>問題</p> <p>①</p> <p>さいだい値 ($x =$) Maximum value さいしょう値 ($x =$) Minimum value 定義域 $\leq x \leq$ Domain 値域 $\leq y \leq$ Range</p>
<p>②</p> <p>さいだい値 2 ($x = 0$) Maximum value さいしょう値 0 ($x = 3$) Minimum value 定義域 $0 \leq x \leq 3$ Domain 値域 $0 \leq y \leq 2$ Range</p>	<p>②</p> <p>さいだい値 ($x =$) Maximum value さいしょう値 ($x =$) Minimum value 定義域 $\leq x \leq$ Domain 値域 $\leq y \leq$ Range</p>

2. 次の2次関数のグラフから値を読み取りなさい。
Find the value from the graph of the following quadratic function.

<p>例題</p> <p>①</p> <p>さいだい値 3 ($x = -2$) Maximum value さいしょう値 なし Minimum value 定義域 すべての数 Domain</p>	<p>問題</p> <p>①</p> <p>さいだい値 ($x =$) Maximum value さいしょう値 Minimum value 定義域 Domain</p>
<p>②</p> <p>さいだい値 なし Maximum value さいしょう値 -2 ($x = 1$) Minimum value 値域 $-2 \leq y$ Range</p>	<p>②</p> <p>さいだい値 Maximum value さいしょう値 ($x =$) Minimum value 値域 Range</p>

<p>例題</p> <p>①</p> <p>さいだい値 4 ($x = -1$) Maximum value さいしょう値 1 ($x = 0$) Minimum value 定義域 $-1 \leq x \leq 0$ Domain 値域 $1 \leq y \leq 4$ Range 頂点 ($1, 0$) Vertex 式 $y = (x - 1)^2$ Equation</p>	<p>問題</p> <p>①</p> <p>さいだい値 ($x =$) Maximum value さいしょう値 ($x =$) Minimum value 定義域 $\leq x \leq$ Domain 値域 $\leq y \leq$ Range 頂点 ($,$) Vertex 式 $y =$ Equation</p>
<p>②</p> <p>さいだい値 3 ($x = 1$) Maximum value さいしょう値 -1 ($x = -1$) Minimum value 定義域 $-2 \leq x \leq 1$ Domain 値域 $-1 \leq y \leq 3$ Range 頂点 ($-1, -1$) Vertex 式 $y = (x + 1)^2 - 1$ Equation</p>	<p>②</p> <p>さいだい値 ($x =$) Maximum value さいしょう値 ($x =$) Minimum value 定義域 $\leq x \leq$ Domain 値域 $\leq y \leq$ Range 頂点 ($,$) Vertex 式 $y =$ Equation</p>
<p>③</p> <p>さいだい値 3 ($x = 0$) Maximum value さいしょう値 -1 ($x = 2$) Minimum value 定義域 $-1 \leq x \leq 2$ Domain 値域 $-1 \leq y \leq 3$ Range 頂点 ($0, 3$) Vertex 式 $y = -x^2 + 3$ Equation</p>	<p>③</p> <p>さいだい値 ($x =$) Maximum value さいしょう値 ($x =$) Minimum value 定義域 $\leq x \leq$ Domain 値域 $\leq y \leq$ Range 頂点 ($,$) Vertex 式 $y =$ Equation</p>

1. 定義域に対応する部分を実線で示し、次の値を求めよ。
Indicate the part corresponding to the domain with a solid line,
and find the following values.
2. 次の2次関数のグラフから値を読み取りなさい。
Find the value from the graph of the following quadratic function.

例題	問題
<p>① $y = x^2 - 4x + 3$ $(0 \leq x \leq 3)$</p> <p>最大値 3 ($x = 0$) Maximum value 最小値 -1 ($x = 2$) Minimum value 値域 $1 \leq y \leq 5$ Range 頂点 $(2, -1)$ Vertex</p>	<p>① $y = x^2 - 6x + 8$ $(1 \leq x \leq 4)$</p> <p>最大値 ($x =$) 最小値 ($x =$) 値域 $\leq y \leq$ 頂点 ($,$)</p>
<p>② $y = x^2 + 2x$ $(0 \leq x \leq 1)$</p> <p>最大値 4 ($x = 1$) Maximum value 最小値 1 ($x = 0$) Minimum value 値域 $1 \leq y \leq 4$ Range 頂点 $(-1, 0)$ Vertex</p>	<p>② $y = x^2 - 4x$ $(0 \leq x \leq 1)$</p> <p>最大値 ($x =$) 最小値 ($x =$) 値域 $\leq y \leq$ 頂点 ($,$)</p>
<p>③ $y = -x^2 + 2x + 2$ $(0 \leq x \leq 3)$</p> <p>最大値 3 ($x = 1$) Maximum value 最小値 -1 ($x = 3$) Minimum value 値域 $-1 \leq y \leq 3$ Range 頂点 $(1, 3)$ Vertex</p>	<p>③ $y = -x^2 - 2x + 1$ $(-3 \leq x \leq 0)$</p> <p>最大値 ($x =$) 最小値 ($x =$) 値域 $\leq y \leq$ 頂点 ($,$)</p>

例題	問題
<p>①</p> <p>最大値 3 ($x = 4$) Maximum value 最小値 -1 ($x = 2$) Minimum value 定義域 $1 \leq x \leq 3$ Domain 値域 $-1 \leq y \leq 3$ Range 頂点 $(2, -1)$ Vertex 式 $y = (x - 2)^2 - 1$ Equation</p>	<p>①</p> <p>最大値 ($x =$) 最小値 ($x =$) 定義域 $\leq x \leq$ 値域 $\leq y \leq$ 頂点 ($,$) 式 $y =$</p>
<p>②</p> <p>最大値 4 ($x = 1$) Maximum value 最小値 0 ($x = 1$) Minimum value 定義域 $1 \leq x \leq 3$ Domain 値域 $0 \leq y \leq 4$ Range 頂点 $(1, 0)$ Vertex 式 $y = (x - 1)^2$ Equation</p>	<p>②</p> <p>最大値 ($x =$) 最小値 ($x =$) 定義域 $\leq x \leq$ 値域 $\leq y \leq$ 頂点 ($,$) 式 $y =$</p>
<p>③</p> <p>最大値 1 ($x = 0$) Maximum value 最小値 -3 ($x = -2$) Minimum value 定義域 $-2 \leq x \leq 1$ Domain 値域 $-3 \leq y \leq 1$ Range 頂点 $(0, 1)$ Vertex 式 $y = -x^2 + 1$ Equation</p>	<p>③</p> <p>最大値 ($x =$) 最小値 ($x =$) 定義域 $\leq x \leq$ 値域 $\leq y \leq$ 頂点 ($,$) 式 $y =$</p>

数学Ⅰ 2次関数の最大最小(条件) 課題

1. 次の条件を満たすように、定数 c の値を求めよ。
Find the value of the constant c that satisfies the following conditions.

例題① $y = x^2 - 2x + c$ ($0 \leq x \leq 3$) の最大値 4

$$y = x^2 - 2x + c = (x - 1)^2 + c - 1$$

頂点 $(1, c-1)$ は定義域内である。

$x=0$ のとき, $y=c$

$$x=3 \text{ のとき, } y=c+3$$

さいだい値は $x=3$ のときであるから

$$c + 3 = 4 \quad \text{よ り, } c = 1$$

問題① $y = x^2 - 4x + c$ ($1 \leq x \leq 4$) の最大値 5

)年()組()番()

2. 次の条件を満たすように，定数 c の値を求めよ。
Find the value of the constant c that satisfies the following conditions.

例題① $y = -x^2 + 6x + c$ ($-1 \leq x \leq 2$) の最大値 2

$$y = -x^2 + 6x + c = -(x - 3)^2 + c + 9$$

頂点 $(3, c+9)$ は定義域外である。

$$x = -1 \text{ のとき, } y = c - 7$$

$$x = 2 \quad \text{のとき,} \quad y = c + 8$$

さいだい値は $x=2$ のときであるから

$$c + 8 = 2 \quad \text{より, } c = -6$$

問題① $y = -x^2 + 4x + c$ ($0 \leq x \leq 3$) の最大値 1

例題② $y = x^2 + 4x + c$ ($1 \leq x \leq 2$) の最小値 8

$$y = x^2 + 4x + c = (x + 2)^2 + c - 4$$

頂点 $(-2, c-4)$ は定義域外である。

$x = 1$ のとき, $y = c + 5$

$x=2$ のとき, $y=c+12$

さいしょうち
最小値は $x=1$ のときであるから

$$c + 5 = 8 \quad \text{より, } c = 3$$

問題② $y = x^2 + 2x + c$ ($-1 \leq x \leq 1$) の最小値 5

例題② $y = -x^2 - 4x + c$ ($-3 \leq x \leq 1$) の最小値 0

$$y = -x^2 - 4x + c = -(x + 2)^2 + c + 4$$

頂点 $(-2, c+4)$ は定義域内である。

$$x = -3 \text{ のとき, } y = c + 3$$

$x = 1$ のとき, $y = c - 5$

さいしょうち
最小値は $x=1$ のときであるから

$$c - 5 = 0 \quad \text{より, } c = 5$$

問題② $y = -x^2 - 2x + c$ ($-1 \leq x \leq 2$) の最小値 5

例題

2次関数 $y = x^2 - 2ax + a^2$ の定義域が $0 \leq x \leq 2$ のときの最大値と最小値を求めよ。
Find the maximum and minimum values of the quadratic function $y = x^2 - 2ax + a^2$ when the domain is $0 \leq x \leq 2$.

2次関数 $y = x^2 - 2ax + a^2 = (x - a)^2$

頂点が $(a, 0)$ になる。

$x = 0$ のとき,

$y = 0^2 - 2a \times 0 + a^2 = a^2$

$x = 2$ のとき,

$y = 2^2 - 2a \times 2 + a^2 = a^2 - 4a + 4$

(1) $a \leq 0$ のとき

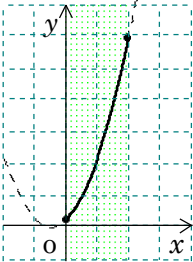
頂点が定義域の左側にある。

最大値は $x = 2$ のとき

$y = a^2 - 4a + 4$

最小値は $x = 0$ のとき

$y = a^2$



(2) $0 < a \leq 1$ のとき

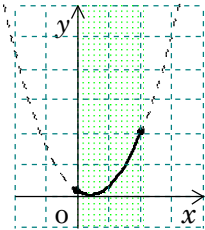
頂点が定義域の左半分にある。

最大値は $x = 2$ のとき

$y = a^2 - 4a + 4$

最小値は $x = a$ のとき

$y = 0$



(3) $1 < a \leq 2$ のとき

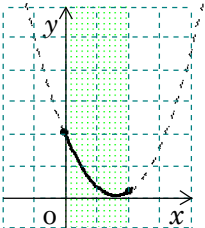
頂点が定義域の右半分にある。

最大値は $x = 0$ のとき

$y = a^2$

最小値は $x = a$ のとき

$y = 0$



(4) $a > 2$ のとき

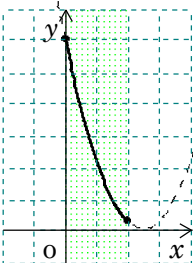
頂点が定義域の右側にある。

最大値は $x = 0$ のとき

$y = a^2$

最小値は $x = 2$ のとき

$y = a^2 - 4a + 4$



問題

2次関数の $y = x^2 - 2ax$ の定義域が $0 \leq x \leq 2$ のときの最大値と最小値を求めよ。

れいだい
例題

じ かんすう

2次関数 $y = x^2 - 2x$ の定義域が $a \leq x \leq a + 1$ のときの最大値と最小値を求めよ。

さいだい ちさいしやう ちもと

Find the maximum and minimum values of the quadratic function $y = x^2 - 2x$ when the domain is $a \leq x \leq a + 1$.

じ かんすう

2次関数 $y = x^2 - 2x = (x - 1)^2 - 1$

ちやうてん

頂点が $(1, -1)$ になる。

$x = a$ のとき,

$y = a^2 - 2a$

$x = a + 1$ のとき,

$y = (a + 1 - 1)^2 - 1 = a^2 - 1$

(1) $a \leq 0$ のとき

ちやうてんさいだい ちみぎ

頂点が定義域の右にある。

さいだい ち

最大値は $x = a$ のとき

$y = a^2 - 2a$

さいしやう ち

最小値は $x = a + 1$ のとき

$y = a^2 - 1$

(2) $0 < a \leq \frac{1}{2}$ のとき

ちやうてんさいだい ちみぎはんぶん

頂点が定義域の右半分にある。

さいだい ち

最大値は $x = a$ のとき

$y = a^2 - 2a$

さいしやう ち

最小値は $x = 1$ のとき

$y = -1$

(3) $\frac{1}{2} < a \leq 1$ のとき

ちやうてんさいだい ちみぎはんぶん

頂点が定義域の左半分にある。

さいだい ち

最大値は $x = a + 1$ のとき

$y = a^2 - 1$

さいしやう ち

最小値は $x = 1$ のとき

$y = -1$

(4) $a > 1$ のとき

ちやうてんさいだい ちみぎがわ

頂点が定義域の左側にある。

さいだい ち

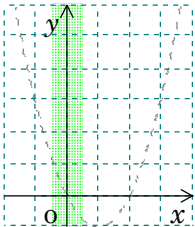
最大値は $x = a + 1$ のとき

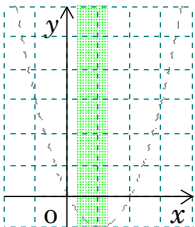
$y = a^2 - 1$

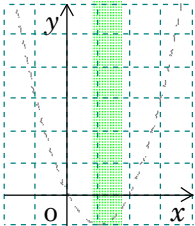
さいしやう ち

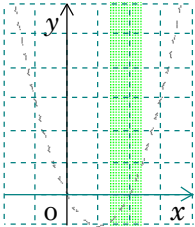
最小値は $x = a$ のとき

$y = a^2 - 2a$









もんだい
問題

じ かんすう

2次関数の $y = x^2 - 4x$ の定義域が $a \leq x \leq a + 2$ のときの最大値と最小値を求めよ。

さいだい ちさいしやう ちもと

れい だい
例 題

じ かん すう
2 次 関 数 の $y = -x^2 + 2ax$ の 定 義 域 が $0 \leq x \leq 2$
の 時 の 最 大 値 と 最 小 値 を 求 め よ。
Find the maximum and minimum values of the quadratic function $y = -x^2 + 2ax + a^2$ when the domain is $0 \leq x \leq 2$.

じ かん すう
2 次 関 数 $y = -x^2 + 2ax = -(x - a)^2 + a^2$
ちやうてん
頂 点 が (a, a^2) に な る。

$x = 0$ の 時 ,
 $y = -0^2 + 2a \times 0 = 0$
 $x = 2$ の 時 ,
 $y = 2^2 - 2a \times 2 = 4a - 4$

(1) $a \leq 0$ の 時
ちやうてん てい ぎ いき ひだりがわ
頂 点 が 定 義 域 の 左 側 に あ る。
さいだい ち
最 大 値 は $x = 0$ の 時
 $y = 0$
さいしやう ち
最 小 値 は $x = 2$ の 時
 $y = 4a - 4$

(2) $0 < a \leq 1$ の 時
ちやうてん てい ぎ いき ひだりはんぶん
頂 点 が 定 義 域 の 左 半 分 に あ る。
さいだい ち
最 大 値 は $x = a$ の 時
 $y = a^2$
さいしやう ち
最 小 値 は $x = 2$ の 時
 $y = 4a - 4$

(3) $1 < a \leq 2$ の 時
ちやうてん てい ぎ いき みぎはんぶん
頂 点 が 定 義 域 の 右 半 分 に あ る。
さいだい ち
最 大 値 は $x = a$ の 時
 $y = a^2$
さいしやう ち
最 小 値 は $x = 0$ の 時
 $y = 0$

(4) $a > 2$ の 時
ちやうてん てい ぎ いき みぎがわ
頂 点 が 定 義 域 の 右 側 に あ る。
さいだい ち
最 大 値 は $x = 2$ の 時
 $y = 4a - 4$
さいしやう ち
最 小 値 は $x = 0$ の 時
 $y = 0$

もん だい
問 題

じ かん すう
2 次 関 数 の $y = -x^2 + 2ax - a^2$ の 定 義 域 が $0 \leq x \leq 2$
の 時 の 最 大 値 と 最 小 値 を 求 め よ。

れい だい
例 題

じ かん すう

2次関数の $y = -x^2 + 2x$ の^{てい ぎ いき}定義域が $a \leq x \leq a + 1$ のときの^{さいだい ち}最大値と^{さいしやう ち}最小値を求めよ。

さいだい ち さいしやう ち ちもと

Find the maximum and minimum values of the quadratic function $y = x^2 - 2x$ when the domain is $a \leq x \leq a + 1$.

じ かん すう

2次関数 $y = -x^2 + 2x = -(x - 1)^2 + 1$

ちやうてん

頂点が $(1, 1)$ になる。

$x = a$ のとき,

$y = -a^2 + 2a$

$x = a + 1$ のとき,

$y = -(a + 1 - 1)^2 + 1 = -a^2 - 1$

(1) $a \leq 0$ のとき

ちやうてん てい ぎ いき みぎ

頂点が定義域の右にある。

さいだい ち

最大値は $x = a + 1$ のとき

$y = -a^2 - 1$

さいしやう ち

最小値は $x = a$ のとき

$y = -a^2 + 2a$

(2) $0 < a \leq \frac{1}{2}$ のとき

ちやうてん てい ぎ いき みぎはんぶん

頂点が定義域の右半分にある。

さいだい ち

最大値は $x = 1$ のとき

$y = 1$

さいしやう ち

最小値は $x = a$ のとき

$y = -a^2 + 2a$

(3) $\frac{1}{2} < a \leq 1$ のとき

ちやうてん てい ぎ いき ひだりはんぶん

頂点が定義域の左半分にある。

さいだい ち

最大値は $x = 1$ のとき

$y = 1$

さいしやう ち

最小値は $x = a + 1$ のとき

$y = -a^2 - 1$

(4) $a > 1$ のとき

ちやうてん てい ぎ いき ひだりがわ

頂点が定義域の左側にある。

さいだい ち

最大値は $x = a$ のとき

$y = -a^2 + 2a - 1$

さいしやう ち

最小値は $x = a + 1$ のとき

$y = -a^2 - 1$

もん だい
問 題

じ かん すう

2次関数の $y = -x^2 + 4x$ の^{てい ぎ いき}定義域が $a \leq x \leq a + 2$ のときの^{さいだい ち}最大値と^{さいしやう ち}最小値を求めよ。

さいだい ち さいしやう ち ちもと

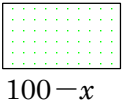
例題

長さが 200 m のロープで，長方形の土地を
囲む。面積 S の最大値を求めよ。

A rectangular piece of land was enclosed with 200 meters of rope.
Find the maximum value of area S .

解法①

縦の長さを x m とすると，
横の長さは $(100 - x)$ m



$x > 0$, $100 - x > 0$ より $0 < x < 100$

$$S = x(100 - x)$$
$$= -x^2 + 100x$$
$$= -(x^2 - 100x)$$
$$= -(x - 50)^2 - 50^2$$
$$= -(x - 50)^2 + 2500$$

面積 S の最大値は 2500 m^2 になる。


縦の長さは 50 m である。

解法②

縦と横の和は 100 m である。
縦と横の区切りが 50 m から $x \text{ m}$ 変わると

縦の長さを $(50 + x)$ m

横の長さを $(50 - x)$ m



$0 < (50 + x) < 50$, $0 < (50 - x) < 50$ より

$-50 < x < 50$

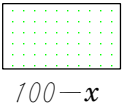
$$S = (50 + x)(50 - x)$$
$$= 50^2 - x^2$$
$$= 2500 - x^2$$

よって，面積 S の最大値は 2500 m^2 になる。

縦の長さは 50 m である。

解法③

縦の長さを x m とすると，
横の長さは $(100 - x)$ m



縦	10	20	30	40	50	60	70
横	90	80	70	60	50	40	30
面積	900	1600	2100	2400	2500	2400	2100

表より，面積 S の最大値は 2500 m^2 である。

縦の長さは 50 m である。

※縦が 40 m , 60 m のとき 2400 m^2 になり，
最大値の縦の長さは $(40 + 60) \div 2 = 50 \text{ (m)}$

問題

① 長さが 400 m のロープで，長方形の土地を
囲む。面積 S の最大値を求めよ。

A rectangular piece of land was enclosed with 400 meters of rope.
Find the maximum value of area S .

問題

② 長さが 80 m のロープで，長方形の土地を
囲む。面積 S の最大値を求めよ。

A rectangular piece of land was enclosed with 80 meters of rope.
Find the maximum value of area S .

例題①

へい

じがた

は

かだん

つく

さいだいち

もと

問題①

へい

じがた

は

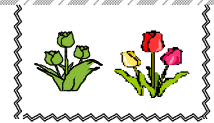
かだん

つく

さいだいち

もと

塀からコの字型にロープを張って花壇を作りたい。
ロープが 60 m のとき、花壇の面積 S の最大値を求めよ。
A U-shaped rope is stretched from the wall to make a flowerbed.
Find the maximum area of the flower bed when the length of the rope is 60 m.



かいほう

たて

よこ

たて

よこ

かいほう

たて

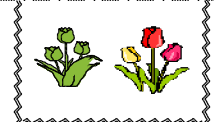
よこ

たて

よこ

解法①
縦を x m とすると
横は $(60 - 2x)$ m になり、
 $0 < x < 30$ である。
$$S = x(60 - 2x)$$
$$= -2x^2 + 60x$$
$$= -2(x^2 - 30x)$$
$$= -2\{(x - 15)^2 - 15^2\}$$
$$= -2(x - 15)^2 + 2 \times 15^2$$
$$= -2(x - 15)^2 + 450$$

縦が 15 m のとき、面積は最大値 450 m² になる。



かいほう

たて

よこ

たて

よこ

かいほう

たて

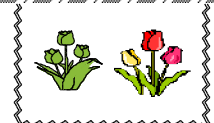
よこ

たて

よこ

解法②
横を $2x$ m とすると
縦は $(30 - x)$ m になり、
 $0 < x < 30$ である。
$$S = 2x(30 - x)$$
$$= -2x^2 + 60x$$
$$= -2(x^2 - 30x)$$
$$= -2\{(x - 15)^2 - 15^2\}$$
$$= -2(x - 15)^2 + 2 \times 15^2$$
$$= -2(x - 15)^2 + 450$$

横が 30 m のとき、面積は最大値 450 m² になる。



かいほう

たて

よこ

たて

よこ

かいほう

たて

よこ


たて

よこ

解法③
縦を x m とすると
横は $(60 - 2x)$ m になる。

たて	縦	5	10	15	20	25
よこ	横	50	40	30	20	10
めんせき	面積	250	400	450	400	250

表より 縦の長さは 15 m のとき、
面積 S の最大値は 450 m² をとる。



もんだい

へい

じがた

は

かだん

つく

さいだいち

もと

問題①

へい

じがた

は

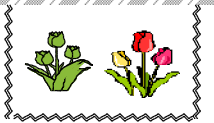
かだん

つく

さいだいち

もと

塀からコの字型にロープを張って花壇を作りたい。
ロープが 80 m のとき、花壇の面積 S の最大値を求めよ。



もんだい

へい

じがた

は

かだん

つく

さいだいち

もと

問題②

へい

じがた

は

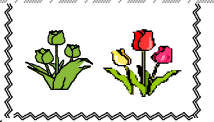
かだん

つく

さいだいち

もと

塀からコの字型にロープを張って花壇を作りたい。
ロープが 100 m のとき、花壇の面積 S の最大値を求めよ。



例題 れいだい 秒速 びようそく 60 m の速さで真上に打ち上げられた弾丸の だんがん x 秒後の高さを y m とすると、
$$y = -5x^2 + 60x$$
あらわ で表される。弾丸の高さの最大値を求めよ。
The bullet was launched straight up at 60 m per second.
Let $y = -5x^2 + 60x$ be the height of the ball after x seconds.
Find the maximum bullet height.

解法① かいほう
$$\begin{aligned} y &= -5x^2 + 60x \\ &= -5(x^2 - 12x) \\ &= -5\{(x - 6)^2 - 6^2\} \\ &= -5(x - 6)^2 + 5 \times 6^2 \\ &= -5(x - 6)^2 + 180 \end{aligned}$$
びようご 6秒後に最大値 さいだいち 180 m に到達する。とうたつ

解法② かいほう
だんがん 弾丸が 0 m になるのは、はっしゃ 発射と落下時である。
$$y = -5x^2 + 60x = 0$$
 を解くと
$$-5x(x - 12) = 0$$

 $x = 0, 12$ のとき、0 m になる。
この2次関数は上に凸であり、
軸が $x = \frac{0 + 12}{2} = 6$ であるので、
最大値は6秒後の $-5 \times 6^2 + 60 \times 6 = 180$ (m)

解法③ かいほう

<small>びよう</small> x 秒	0	1	2	3	4
<small>たか</small> 高さ y m	0	55	100	135	160

<small>びよう</small> x 秒	5	6	7	8	9
<small>たか</small> 高さ y m	175	180	175	160	135

たか 高さの最大値は6秒後の180 m である。さいだいち びようご

解法④ かいほう すうがく 数学Ⅱの微分を利用する。
$$y = -5x^2 + 60x$$
 より
$$y' = -5 \times 2x + 60 \times 1 \qquad \text{※}(x^n)' = n \times x^{n-1}$$
$$y' = 0$$
 を解くと $x = 6$
$$-10x + 60 = 0$$
 より $x = 6$

x	0	...	6	...	12
y'		+	0	+	
y	0	↗	180	↘	0

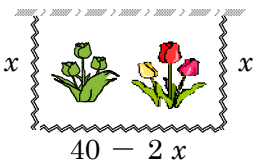
ぞうげんひよう 増減表より、さいだいち 最大値は6秒後の180 m びようご

問題① もんだい 秒速 びようそく 100 m の速さで真上に打ち上げられた弾丸の だんがん x 秒後の高さを y m とすると、
$$y = -5x^2 + 100x$$
あらわ で表される。弾丸の高さの最大値を求めよ。

問題② もんだい 秒速 びようそく 200 m の速さで真上に打ち上げられた弾丸の だんがん x 秒後の高さを y m とすると、
$$y = -5x^2 + 200x$$
あらわ で表される。弾丸の高さの最大値を求めよ。さいだいち もと

例題① 塀からコの字型にロープを張って花壇を作りたい。

ロープが 40 m のとき、花壇の面積の最大値を求めよ。



A U-shaped rope is stretched from the wall to make a flowerbed.
Find the maximum area of the flower bed the length of the rope is 40 m.

奥行きを x m とすると、 $0 < x < 20$ になる。

横の長さは $40 - 2x$ m となる。

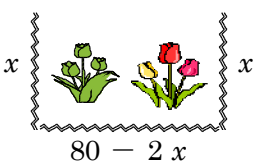
花壇の面積は

$$x(40 - 2x) = -2x^2 + 40x$$
$$= -2(x^2 - 20x) = -2\{(x - 10)^2 - 100\}$$
$$= -2(x - 10)^2 + 200$$

奥行きが 10 m のとき、面積は最大値 200 m² になる。

問題① 塀からコの字型にロープを張って花壇を作りたい。

ロープが 80 m のとき、花壇の面積の最大値を求めよ。



例題② 真上に打ち上げられたボールの高さの最大値を求めよ。

The ball was launched straight up at 40 m per second.
Let $y = -5x^2 + 40x$ be the height of the ball after x seconds.
Find the maximum ball height.

秒速 40 m の速さでボールの x 秒後の高さは $-5x^2 + 40x$ (m) で表される。

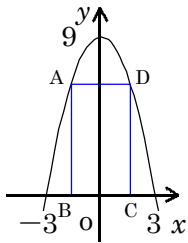
$$-5x^2 + 40x = -5(x^2 - 8x)$$
$$= -5\{(x - 4)^2 - 16\} = -5(x - 4)^2 + 80$$

4 秒後にボールの高さは最大値 80 m になる。

問題② 真上に打ち上げられたボールの高さの最大値を求めよ。

秒速 80 m の速さでボールの x 秒後の高さは $-5x^2 + 80x$ (m) で表される。

例題③ 放物線 $y = -x^2 + 9$ と x 軸で囲まれた部分に長方形 ABCD を辺 BC が x 軸 上にくるように内接させる。この長方形の周の長さが最大になるときの BC 長さを求めよ。



OC を x とすると、 $BC = AD = 2x$ になる。

このとき、 $CD = AB = -x^2 + 9$ となる。

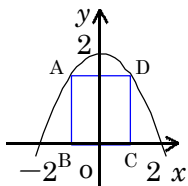
長方形 ABCD の周の長さは $AB + BC + CD + DA$ より、

$$(-x^2 + 9) + 2x + (-x^2 + 9) + 2x$$
$$= -2x^2 + 4x + 18$$
$$= -2(x^2 - 2x) + 18$$
$$= -2\{(x - 1)^2 - 1\} + 18$$
$$= -2(x - 1)^2 + 20$$

$x = 1$, すなわち BC = 2 のとき、

周の長さが最大の 20 になる。

問題③ 放物線 $y = -0.5x^2 + 2$ と x 軸で囲まれた部分に長方形 ABCD を辺 BC が x 軸 上にくるように内接させる。この長方形の周の長さが最大になるときの BC 長さを求めよ。



れいだい
例題①

べん
1 辺が 8 cm の正方形 ABCD に、

ちい
小さい正方形 EFGH

ないせつ
を内接させるとき、

せいほうけい
正方形 EFGH の面積 $y\text{ cm}^2$ の

さいしやうち
最小値を求めよ。

When a small square EFGH is inscribed in a square ABCD with sides of 8 cm, find the miniimum area $y\text{ cm}^2$ of the area square EFGH.

AE = x とおくと

BE = AH = $8 - x$ になる。

ていぎいき
定義域は $0 < x < 8$ である。

ていり
ピタゴラスの定理により

$$EH^2 = AE^2 + AH^2 = x^2 + (8 - x)^2$$

せいほうけい
正方形 EFGH の面積 y は

$$\begin{aligned} y &= EH^2 = x^2 + (8 - x)^2 \\ &= 2x^2 - 16x + 64 \\ &= 2(x^2 - 8x) + 64 \\ &= 2\{(x - 4)^2 - 4^2\} + 64 \\ &= 2(x - 4)^2 + 32 \end{aligned}$$

よって $x = 4\text{ cm}$ のとき、最小値 32 cm^2 になる。

ちい
正方形 EFGH の図

もんだい
問題①

べん
1 辺が 6 cm の正方形 ABCD に、

ちい
小さい正方形 EFGH

ないせつ
を内接させるとき、

せいほうけい
正方形 EFGH の面積 $y\text{ cm}^2$ の

さいしやうち
最小値を求めよ。

れいだい
例題②

しゅうい
周囲の長さが 40 m の

なが
長方形の

ちやうほうけい
面積が最大になるの

さいだい
はどのような

ちやうほうけい
長方形かを求めよ。

What rectangle has a perimeter of 40 m and has the greatest area?

しゅう
1 周が 40 m だから

x

たて
縦と横の和は 20 m になる。

たて
縦を $x\text{ m}$ とすると、

よこ
横は $(20 - x)\text{ m}$ になる。

ていぎいき
定義域は $0 < x < 20$

めんせき
面積は $x(20 - x)$ になる。

$$\begin{aligned} x(20 - x) &= -x^2 + 20x \\ &= -(x^2 - 20x) \\ &= -\{(x - 10)^2 - 100\} \\ &= -(x - 10)^2 + 100 \end{aligned}$$

さいだい
最大値は $x = 10\text{ m}$ のとき、 100 m^2 の

せいほうけい
正方形 になる。

もんだい
問題②

しゅうい
周囲の長さが 20 m の

なが
長方形の

ちやうほうけい
面積の最大値を求

さいだい
めよ。

Find the maximum area of recctangle with a perimeter of 20 m.

れいだい
例題①

1 辺が 10 cm の正方形 ABCD に、小さい正方形 EFGH を内接させるとき、正方形 ABCD から正方形 EFGH を引いた部分の面積 $y \text{ cm}^2$ の最大値を求めよ。

When a small square EFGH is inscribed in a square ABCD with sides of 10 cm, find the maximum area $y \text{ cm}^2$ of the area obtained by subtracting square EFGH from square ABCD.

AE = x とおくと

BE = AH = $10 - x$ になる。

定義域は $0 < x < 10$ である。

ピタゴラスの定理により

$$EH^2 = AE^2 + AH^2 = x^2 + (10 - x)^2$$

求める面積 y は

$$y = AB^2 - EH^2 = 10^2 - \{x^2 + (10 - x)^2\}$$

$$= -2x^2 + 20x$$

$$= -2(x^2 - 10x)$$

$$= -2\{(x - 5)^2 - 5^2\}$$

$$= -2(x - 5)^2 + 50$$

よって $x = 5 \text{ cm}$ のとき、最大値 50 cm^2 になる。

もんだい
問題①

1 辺が 8 cm の正方形 ABCD に、小さい正方形 EFGH を内接させるとき、正方形 ABCD から正方形 EFGH を引いた部分の面積 $y \text{ cm}^2$ の最大値を求めよ。

れいだい
例題②

長さ 20 cm の線分 AB 上に点 P をとり、AP, BP をそれぞれ 1 辺とする 2 つの正方形の面積の和 $y \text{ cm}^2$ の最小値を求めよ。

Place point P on line segment AB with length 20 cm, and find the minimum sum of the areas $y \text{ cm}^2$ of the two squares with sides AP and BP.

正方形が 2 つになるには

$$0 < x < 20, \quad 0 < 20 - x < 20$$

より, $0 < x < 20$

$$y = x^2 + (20 - x)^2$$

$$= 2x^2 - 40x + 400$$

$$= 2(x^2 - 20x) + 400$$

$$= 2\{(x - 10)^2 - 10^2\} + 400$$

$$= 2(x - 10)^2 + 200$$

よって $x = 10 \text{ cm}$ のとき、最小値 200 cm^2 になる。

もんだい
問題②

長さ 10 cm の線分 AB 上に点 P をとり、AP, BP をそれぞれ 1 辺とする 2 つの正方形の面積の和 $y \text{ cm}^2$ の最小値を求めよ。