

数学 2次関数の平方完成 ()年()組()番()

・ $y = (x + 2)^2 - 1$ のグラフ

頂点は(,), 軸は($x =$)

$y = x^2$ のグラフを, 次のように平行移動した。

(x 軸方向に) (y 軸方向に)

($x + 2$)² - 1 を展開する。 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$\begin{aligned} (x + 2)^2 - 1 &= x^2 + 2 \times x \times () + ()^2 - 1 \\ &= (x^2 + x +) - 1 \\ &= (x^2 + x +) \end{aligned}$$

したがって, ($x^2 + x$)の頂点も(,)になる。

$ax^2 + bx + c$ の形の式を $a(x - p)^2 + q$ の形に変形することを()という。

・ $y = x^2 + bx + c$ の平方完成

($x + p$)² を展開すると, $(x + p)^2 = x^2 + 2px + p^2$

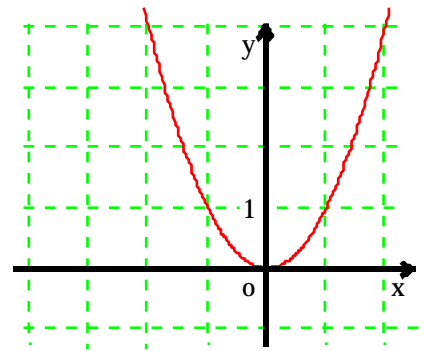
$x^2 + 2px = (x + p)^2 - p^2$ を用いて式を変形する。 の行は通常は暗算して書かない。

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 2x \\ &= x^2 + 2 \times () \times x \\ &= (x)^2 - ()^2 \\ &= (x)^2 - \end{aligned} \quad \begin{aligned} y &= x^2 - 4x \\ &= x^2 + 2 \times () \times x \\ &= (x)^2 - ()^2 \\ &= (x)^2 - \end{aligned} \quad \begin{aligned} &\text{xの係数} \div 2 \text{を計算} \\ &2 \text{乗を引く} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 6x + 2 \\ &= x^2 + 2 \times () \times x + 2 \\ &= (x)^2 - ()^2 + 2 \\ &= (x)^2 \end{aligned} \quad \begin{aligned} y &= x^2 - 2x - 1 \\ &= x^2 + 2 \times () \times x - 1 \\ &= (x)^2 - ()^2 - 1 \\ &= (x)^2 \end{aligned} \quad \begin{aligned} &\text{xの係数} \div 2 \text{を計算} \\ &2 \text{乗を引く} \end{aligned}$$

問題 A 次の2次関数を平方完成せよ。

(1) $y = x^2 + 4x + 3$ (2) $y = x^2 + 2x + 3$ (3) $y = x^2 + 8x + 15$



・ $y = ax^2 + bx + c$ の平方完成

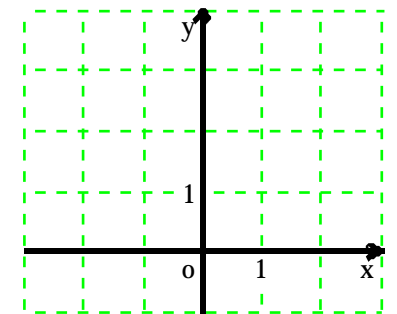
x^2 の係数で, x^2 と x の項をカッコでくくり, その中を平方完成して整理する。

$$\begin{aligned} (1) y &= 3x^2 + 6x + 4 & (2) y &= -x^2 + 4x - 3 \\ x^2 \text{の係数でくくる} &= 3(x^2 + x) + 4 & &= -(x^2 - x) - 3 \\ () \text{内を平方完成} &= 3\{(x)^2\} + 4 & &= -\{(x)^2\} - 3 \\ \{ \} \text{を外す} &= 3(x)^2 - 3 \times + 4 & &= -(x)^2 + - 3 \\ \text{定数項を整理} &= 3(x)^2 & &= -(x)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) y &= 2x^2 - 8x + 10 & (4) y &= -2x^2 - 4x - 3 \\ x^2 \text{の係数でくくる} &= 2(x^2 - x) + 10 & &= -2(x^2 + x) - 3 \\ () \text{内を平方完成} &= 2\{(x)^2\} + 10 & &= -2\{(x)^2\} - 3 \\ \{ \} \text{を外す} &= 2(x)^2 - 2 \times + 10 & &= -2(x)^2 + 2 \times - 3 \\ \text{定数項を整理} &= 2(x)^2 & &= -2(x)^2 \end{aligned}$$

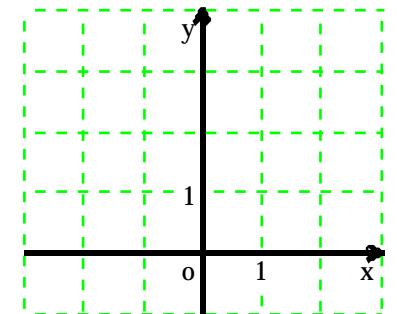
問題 B 次の2次関数の頂点と軸を求め, グラフを描きなさい。

(1) $y = 2x^2 - 4x + 2$



頂点(,) 軸 $x =$

(2) $y = -x^2 + 2x + 3$



頂点(,) 軸 $x =$