

1. 次の2次方程式について答えよ。

Answer the following quadratic equation.

例題①

$x^2 - 3x + a = 0$ の解の1つが2のとき、  
 $a$ の値を求めよ。

Find the value of a when x=2 for one solution to  $x^2 - 3x + a = 0$ .

2を代入して

$2^2 - 3 \times 2 + a = 0$

$-2 + a = 0$

$a = 2$

問題①

$x^2 + 2x + a = 0$ の解の1つが3のとき、  
 $a$ の値を求めよ。

例題②

$x^2 + (a-2)x - 6 = 0$ の解の1つが2のとき、  
他の解を求めよ。

When one of the solutions of  $x^2 + (a-2)x - 6 = 0$  is 2, find other solution.

2を代入して

$2^2 + (a-2) \times 2 - 6 = 0$

$2a - 6 = 0$

$a = 3$

元の方程式は

$x^2 + x - 6 = 0$

$(x-2)(x+3) = 0$

$x = 2, -3$

他の解は  $-3$  になる。

問題②

$x^2 + (a-3)x - 6 = 0$ の解の1つが3のとき、  
他の解を求めよ。

2. 次の2次方程式が重解をもつとき、 $m$ の値を求めよ。

※ $ax^2 + bx + c = 0$ のとき  $D = b^2 - 4ac$

例題

2次方程式  $x^2 + mx + m - 1 = 0$ が重解をもつとき、  
 $m$ の値を求めよ。

Find the values of m when  $x^2 + mx + m - 1 = 0$  has multiple solutions.

$D = 0$ のとき重解になるので

$D = m^2 - 4 \times 1 \times (m - 1) = m^2 - 4m + 4 = 0$

$(m - 2)^2 = 0$  よって  $m = 2$

問題

2次方程式  $x^2 + 2mx + 4 = 0$ が重解をもつとき、  
 $m$ の値を求めよ。

3. 次の応用問題を解きなさい。

Solve the following application problem.

例題

カレンダーの上下に並ぶ数を掛けて30になる。  
この2つの数を求めよ。

Multiply the numbers on the top and bottom of the calendar to get 30.  
Find these two numbers.

上の数を  $x$  とすると、下の数は  $x + 7$  になる。

$x(x + 7) = 30$

$x^2 + 7x - 30 = (x - 3)(x + 10) = 0$

$x = 3, -10$   $x = -10$ は不適である。

$x = 3$ であるから、3と10 になる。

問題

カレンダーの上下に並ぶ数を掛けて60になる。  
この2つの数を求めよ。

1. 次の2次方程式について答えよ。  
Answer the following quadratic equation.

例題①  $x^2 - 6x + a = 0$  の解の1つが3のとき、  
 $a$  の値を求めよ。  
Find the value of a when x=3 for one solution to  $x^2 - 6x + a = 0$ .

3を代入して  $3^2 - 6 \times 3 + a = 0$

$-9 + a = 0$   $a = 9$

問題①  $x^2 - 6x + a = 0$  の解の1つが2のとき、  
 $a$  の値を求めよ。

例題②  $x^2 + (a-1)x - 8 = 0$  の解の1つが4のとき、  
他の解を求めよ。  
When one of the solutions of  $x^2 + (a-1)x - 8 = 0$  is 4, find other solutions.

4を代入して  $4^2 + (a-1) \times 4 - 8 = 0$

$4a + 4 = 0$   $a = -1$

元の方程式は  $x^2 - 2x - 8 = 0$

$(x-4)(x+2) = 0$

$x = 4$  ,  $-2$  他の解は  $-2$  になる。

問題②  $x^2 + (a-3)x + 6 = 0$  の解の1つが3のとき、  
他の解を求めよ。

2. 次の2次方程式が解をもたないとき、 $m$  の値の範囲を求めよ。  
※ $ax^2 + bx + a = 0$  のとき  $D = b^2 - 4ac$   
Find the range of values of m when the following quadratic equation has no solution.

例題 2次方程式  $x^2 + 4x - m = 0$  が解をもたないとき、  
定数  $m$  の値の範囲を求めよ。  
Find the range of values of m when  $x^2 + 4x - m = 0$  has no solution.

$D < 0$  のとき、解をもたないので  
 $D = 4^2 - 4 \times 1 \times (-m) = 16 + 4m < 0$   
 $4m < -16$   $m < -4$

問題 2次方程式  $x^2 + 6x - m = 0$  が解をもたないとき、  
定数  $m$  の値の範囲を求めよ。

3. 次の応用問題を解きなさい。  
Solve the following application problem.

例題 連続する2つの自然数を2乗した和が41  
であるとき、小さい方の数を求めよ。  
The sum of squares of two consecutive natural numbers is 41.  
Find the smaller number.

小さい数を  $x$  とすると、大きい数は  $x+1$  になる。  
 $x^2 + (x+1)^2 = x^2 + x^2 + 2x + 1 = 41$   
 $2x^2 + 2x - 40 = 0$   
 $x^2 + x - 20 = (x+5)(x-4) = 0$   
 $x = -5$  ,  $4$   $x = -5$  は不適 小さい数は  $4$

問題 連続する2つの自然数を2乗した和が25  
であるとき、小さい方の数を求めよ。

1. 次の2次方程式について答えよ。  
Answer the following quadratic equation.

例題①  $x^2 - 2x + a = 0$  の解の1つが  $-1$  のとき、  
 $a$  の値を求めよ。  
Find the value of a when  $x = -1$  for one solution to  $x^2 - 2x + a = 0$ .

$-1$  を代入して  $(-1)^2 - 2 \times (-1) + a = 0$

$3 + a = 0$   $a = -3$

問題①  $x^2 - 6x + a = 0$  の解の1つが  $-2$  のとき、  
 $a$  の値を求めよ。

例題②  $x^2 - (2m + 1)x + 3m = 0$  の解の1つが  $2$  のとき、他の解を求めよ。  
When one of the solutions of  $x^2 - (2m + 1)x + 3m = 0$  is 2, find other solutions.

$2$  を代入して  $2^2 - (2m + 1) \times 2 + 3m = 0$

$-m + 2 = 0$   $m = 2$

元の方程式は  $x^2 - 5x + 6 = 0$

$(x - 2)(x + 3) = 0$

$x = 2, 3$

他の解は  $3$  になる。

問題②  $x^2 - (2m - 1)x - 2m = 0$  の解の1つが  $2$  のとき、他の解を求めよ。

2. 次の2次方程式が2つの異なる解をもつとき、 $m$  の値の範囲を求めよ。  
※  $ax^2 + bx + a = 0$  のとき  $D = b^2 - 4ac$   
Find the range of values of m when the following quadratic equation has two different solutions.

例題 2次方程式  $x^2 + 4x + m = 0$  が2つの異なる解をもつとき、 $m$  の値の範囲を求めよ。  
Find the range of values of m when  $x^2 + 4x + m = 0$  has two different solutions.

$D > 0$  のとき、異なる2つの解をもつので

$D = 4^2 - 4 \times 1 \times m = 16 - 4m > 0$

$-4m > -16$   $\therefore$   $m < 4$

問題 2次方程式  $x^2 + 8x + m = 0$  が2つの異なる解をもつとき、 $m$  の値の範囲を求めよ。

3. 次の応用問題を解きなさい。  
Solve the following application problem.

例題 正方形の畑の縦を  $1\text{ m}$ 、横を  $2\text{ m}$  長くしたら、元の面積の3倍になる。元の畑の辺の長さ  $x$  を求めよ。  
A square field was made  $1\text{ m}$  long and  $2\text{ m}$  wide. The field has become 3 times its original size. Find the length  $x$  of the original field side.

$(x + 1)(x + 2) = x^2 + 3x + 2 = 3x^2$

$2x^2 - 3x - 2 = 0$

$(2x + 1)(x - 2) = 0$

$x = -\frac{1}{2}, 2$   $x = -\frac{1}{2}$  は不適

元の畑の辺の長さ  $x$  は  $2\text{ m}$

問題 正方形の畑の縦を  $2\text{ m}$ 、横を  $3\text{ m}$  長くしたら、元の面積の2倍になる。元の畑の辺の長さ  $x$  を求めよ。

1. 次の2次方程式について答えよ。

Answer the following quadratic equation.

例題

$x^2 + ax + b = 0$ の解が3, 2のとき,  $a, b$ の値を求めよ。

Find the values of  $a$  and  $b$  when the solutions of  $x^2+ax+b=0$  are 2 and 3.

解が3より  $3^2 + 3a + b = 0 \cdots \textcircled{1}$

解が2より  $2^2 + 2a + b = 0 \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1} - \textcircled{2}$ より  $5 + a = 0 \therefore a = -5$

$\textcircled{1}$ に代入して  $9 + 3 \times (-5) + b = 0 \therefore b = 6$

よって  $a = -5, b = 6$

別解

解が3, 2より  $(x - 3)(x - 2) = 0$

式を展開して  $x^2 - 5x + 6 = 0$

係数を比較して  $a = -5, b = 6$

問題

$x^2 + ax + b = 0$ の解が0, 2のとき,  $a, b$ の値を求めよ。

2. 次の2次方程式が実数解をもつとき,  $m$ の値の範囲を求めよ。 ※ $ax^2+bx+c=0$ のとき  $D=b^2-4ac$

Find the range of values of m when the following quadratic equation has real solutions.

例題

$x^2 - 8x + m = 0$ が実数解をもつ。

$m$ の値の範囲を求めよ。

Find the range of values of m when  $x^2-8x+m=0$  has real solutions.

$D \geq 0$ のとき, 実数解をもつので

$D = (-8)^2 - 4 \times 1 \times m = 64 - 4m \geq 0$

$-4m \geq -64 \therefore \underline{\underline{m \leq 16}}$

問題

$x^2 - 6x + m = 0$ が実数解をもつ。

$m$ の値の範囲を求めよ。

3. 次の応用問題を解きなさい。

Solve the following application problem.

例題

周の長さが108 mの横長の長方形の畑の面積が629 m<sup>2</sup>である。縦の長さを求めよ。

The area of a horizontally long rectangular field with a perimeter of 108m is 629 m<sup>2</sup>. Find the vertical length.

縦の長さを  $x$  m とすると, 横は  $54 - x$  m になる。

面積が629 m<sup>2</sup>より  $x(54 - x) = 629$

式を整理して  $x^2 - 54x + 629 = 0$

$(x - 17)(x - 37) = 0$

$x = 17, 37$

横長より, 縦の長さは17 mである。

別解

足して54, 掛けて629になる数は?

縦と横の和は54 mである。

縦を  $27 - x$ , 横を  $27 + x$  とすると

$(27 - x)(27 + x) = 629$

式を整理して  $27^2 - x^2 = 629$

$x^2 = 27^2 - 629 = 100$

$x = \pm 10, x > 0$ より  $x = 10$

横長より, 縦の長さは  $27 - 10 = 17$  mである。

問題①

周の長さが104 mの横長の長方形の畑の面積が667 m<sup>2</sup>である。縦の長さを求めよ。

問題②

周の長さが84 mの横長の長方形の畑の面積が440 m<sup>2</sup>である。縦の長さを求めよ。