高卒認定対策 No.11　2次関数の変域　　　(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　)

例 2次関数 $y=(x-2)^2+1$ において，xの変域を $-1 \leqq x \leqq 3$ とするとき，yの変域を求めよ。

$y=(x-2)^2+1$ の頂点は $(2,1)$　※x=2，y=1

$x=-1$ のとき　$y=(-1-2)^2+1=10$

$x=3$ のとき　$y=(3-2)^2+1=2$

したがって，　$1 \leqq y \leqq 10$

① 2次関数 $y=(x-1)^2+4$ において，xの変域を $-1 \leqq x \leqq 2$ とするとき，yの変域を求めよ。

H17 第1回

② 2次関数 $y=-(x-2)^2$ において，xの変域を $0 \leqq x \leqq 3$ とするとき，yの最小値と最大値を求めよ。

H17 第2回

③ 2次関数 $y=-(x+1)^2+2$ において，xの変域を $-3 \leqq x \leqq 1$ とするとき，yの変域を求めよ。

H18 第1回

④ 2次関数 $y=-(x+2)^2+5$ において，xの変域を $-3 \leqq x \leqq 0$ とするとき，yの変域を求めよ。

H19 第1回

⑤ 2次関数 $y=-(x-2)^2-1$ において，xの変域を $1 \leqq x \leqq 4$ とするとき，yの変域を求めよ。

H20 第1回

⑥ 2次関数 $y=x^2-3$ において，xの変域を $-1 \leqq x \leqq 2$ とするとき，yの変域を求めよ。　H19 第2回

例 2次関数 $y=(x-1)^2+k$ (kは定数)において，xの変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のとき，最大値が3になる。このときのkのの値を求めよ。

$y=(x-1)^2+k$ の頂点は $(1,k)$

$x=1$ のとき，$y=k$

$x=-1$ のとき，$y=(-1-1)^2+k \quad =k+4$

$x=2$ のとき，$y=(2-1)^2+k \quad =k+1$

最大値は $k+4=3$　したがって，$k=-1$

⑦ 2次関数 $y=(x-2)^2+k$ (kは定数)において，xの変域を $0 \leqq x \leqq 3$ とするとき，最大値が8になる。このときのkの値を求めよ。　H18 第2回

⑧ 2次関数 $y=x^2+k$ (kは定数)において，xの変域が $0 \leqq x \leqq 2$ とするとき，最大値が5になる。このときのkの値を求めよ。

高卒認定対策 No.12　2次関数の判別式　(　　)組(　　)番(　　　　　　　　)

例 2次関数 $y = x^2 + 4x + k$ のグラフが x軸と接するとき，kの値を求めよ。

$$y = x^2 + \underset{\div 2}{4}x + k = (x + \overset{2\text{乗}}{2})^2 + k - 4$$

したがって，$k - 4 = 0$ になり，$k = 4$

別解　$x^2 + 4x + k = 0$ とすると，(x軸は $y = 0$)

($ax^2+bx+c=0$ より，$a=1,\ b=4,\ c=k$)

判別式 $D = b^2-4ac = 4^2 - 4\times1\times k = 0$

$16 - 4k = 0$ より，$k = 4$

① 2次関数 $y = x^2 + 10x + k$ のグラフが x軸と接するとき，kの値を求めよ。　H17 第1回

② 2次関数 $y = x^2 + 6x + k$ のグラフが x軸と接するとき，kの値を求めよ。　H20 第1回

例 2次関数 $y = x^2 - 8x + k$ のグラフが x軸と共有点をもたないとき，kの値の範囲を求めよ。

$$y = x^2 - \underset{\div 2}{8}x + k = (x - \overset{2\text{乗}}{4})^2 + k - 16$$

したがって，$k - 16 > 0$ になり，$k > 16$

別解　$x^2 - 8x + k = 0$ とすると，(x軸は $y = 0$)

($ax^2+bx+c=0$ より，$a=1,\ b=4,\ c=k$)

判別式 $D = b^2-4ac = (-8)^2-4\times1\times k < 0$

$64 - 4k < 0$ より，$k > 16$

③ 2次関数 $y = x^2 - 6x + k$ のグラフが x軸と共有点をもたないとき，kの値の範囲を求めよ。　H17 第2回

④ 2次関数 $y = x^2 - 4x - k$ のグラフが x軸と共有点をもたないとき，kの値の範囲を求めよ。

例 2次関数 $y = x^2 - 2x - 8$ のグラフと x軸との共有点の個数を求めよ。

$$y = x^2 - \underset{\div 2}{2}x - 8 = (x - \overset{2\text{乗}}{1})^2 - 8 - 1$$

$$= (x - 1)^2 - 9$$

頂点は $(1, -9)$ になり x軸の下側にある。

よって，共有点の個数は2個

別解　$x^2 - 2x - 8 = 0$ とすると，(x軸は $y = 0$)

($ax^2+bx+c=0$ より，$a=1,\ b=-2,\ c=-8$)

判別式 $D = b^2-4ac = (-2)^2-4\times1\times(-8) = 36$

$D > 0$ より，共有点の個数は2個

別解　$x^2 - 2x - 8 = 0$ とすると，(x軸は $y = 0$)

$(x + 2)(x - 4) = 0$ より，$x = -2, 4$

共有点の座標は $(-2, 0), (4, 0)$ になる。

よって，共有点の個数は2個

⑤ 2次関数 $y = x^2 - 6x + 3$ のグラフと x軸との共有点の個数を求めよ。　H18 第1回

⑥ 2次関数 $y = x^2 + 2x + 7$ のグラフと x軸との共有点の個数を求めよ。　H19 第1回

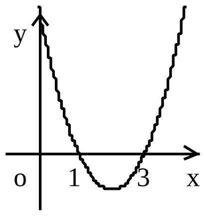
⑦ 2次関数 $y = 2x^2 - x - 3$ のグラフと x軸との共有点の座標を求めよ。　H18 第2回

⑧ 2次関数 $y = x^2 - 5x - 2$ のグラフと x軸との共有点の座標を求めよ。　H19 第2回

高卒認定対策 No.13　2次不等式　　　　(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　)

例　次の図は2次関数 $y=(x-1)(x-3)$ のグラフである。2次不等式 $(x-1)(x-3)>0$ の解を求めよ。

$(x-1)(x-3)=0$ を解き，
$x=1,3$ で x 軸と交わる。



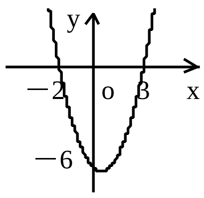
グラフが x 軸より大きくなるのは
$x<1,\ 3<x$

※グラフが x 軸以上になるのは　$(y \geqq 0)$
$x \leqq 1,\ 3 \leqq x$

※グラフが x 軸より小さくなるのは　$(y<0)$
$1<x<3$

※グラフが x 軸以下になるのは　$(y \leqq 0)$
$1 \leqq x \leqq 3$

①次の図は2次関数 $y=x^2-x-6$ のグラフである。
2次不等式 $x^2-x-6 \geqq 0$ の解を求めよ。H19 第2回



② 2次不等式 $(x+2)(x-1) \leqq 0$ の解を求めよ。
H17 第2回

③ 2次不等式 $x(x-7)>0$ の解を求めよ。
H18 第2回

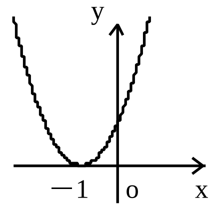
④ 2次不等式 $x(x-2)<0$ の解を求めよ。

⑤ 2次不等式 $(x-5)(x+3) \geqq 0$ の解を求めよ。
H19 第1回

⑥ 2次不等式 $(x+3)(x-2) \geqq 0$ の解を求めよ。
H20 第1回

例　次の図は2次関数 $y=(x+1)^2$ のグラフである。
2次不等式 $(x+1)^2 \geqq 0$ の解を求めよ。

$(x+1)^2=0$ を解き，
$x=-1$ で x 軸と接する。
グラフが x 軸以上になるのは
すべての実数



※グラフが x 軸より大きくなるのは　(>0)
$x<-1,\ -1<x$

※グラフが x 軸以下になるのは　$(\leqq 0)$
$x=-1$

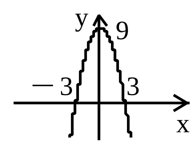
※グラフが x 軸より小さくなるのは　(<0)
なし

⑦次の図は2次関数 $y=(x-1)^2$ のグラフである。
2次不等式 $(x-1)^2 \geqq 0$ の解を求めよ。　H18 第1回

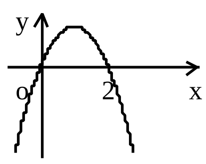
⑧ 2次不等式 $(x+3)^2 \leqq 0$ の解を求めよ。

⑧ 2次不等式 $x^2<0$ の解を求めよ。

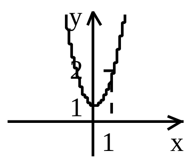
⑨次の図は2次関数 $y=-x^2+9$ のグラフである。
2次不等式 $-x^2+9<0$ の解を求めよ。 H17 第1回



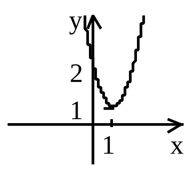
⑩ 次の図は2次関数 $y=-x^2+2x$ のグラフである。
2次不等式 $-x^2+2x>0$ の解を求めよ。



⑪次の図は2次関数 $y=x^2+1$ のグラフである。
2次不等式 $x^2+1>0$ の解を求めよ。



⑫次の図は2次関数 $y=x^2-2x+2$ のグラフである。
2次不等式 $x^2-2x+2>0$ の解を求めよ。



高卒認定対策 No.31　2次関数の変域　　(　　)組(　　)番(　　　　　　　　)

例　2次関数 $y=-(x-2)^2-1$ において，x の変域を $1 \leqq x \leqq 4$ とするとき，y の変域を求めよ。 H20 第1回

$y=-(x-2)^2-1$ の頂点は $(2,-1)$　※$x=2$，$y=-1$

$x=1$ のとき　$y=-(1-2)^2-1=-2$

$x=4$ のとき　$y=-(4-2)^2-1=-5$

したがって，　$-5 \leqq y \leqq -1$

※最小値 -5 $(x=4)$，最大値 -1 $(x=2)$

(1) 2次関数 $y=(x-3)^2+2$ において，x の変域を $1 \leqq x \leqq 5$ とするとき，y の最大値と最小値を求めよ。 H20 第2回

(2) 2次関数 $y=-x^2+4$ において，x の変域を $-2 \leqq x \leqq 1$ とするとき，y の変域を求めよ。 H21 第1回

(3) 2次関数 $y=(x-5)^2-9$ において，x の変域を $0 \leqq x \leqq 7$ とするとき，y の最大値と最小値を求めよ。 H21 第2回

(4) 2次関数 $y=2(x+1)^2+1$ において，x の変域を $-3 \leqq x \leqq 0$ とするとき，y の最大値と最小値を求めよ。 H21 第2回再

例　2次関数 $y=(x-2)^2+k$ (k は定数) において，x の変域が $0 \leqq x \leqq 3$ のとき，最大値が 8 になる。このときの k のの値を求めよ。 H18 第2回

$y=(x-2)^2+k$ の頂点は $(2,k)$

$x=2$ のとき，$y=k$

$x=0$ のとき，$y=(0-2)^2+k=k+4$

$x=3$ のとき，$y=(3-2)^2+k=k+1$

最大値は $k+4=8$　したがって，$k=4$

(5) 2次関数 $y=-2(x+1)^2+k$ において，x の変域を $-2 \leqq x \leqq 1$ とするとき，y の最小値が 4 であった。このときの k の値を求めよ。 H21 第1回再

(6) 2次関数 $y=(x-1)^2+k$ において，x の変域を $0 \leqq x \leqq 2$ とするとき，y の最大値が 4 であった。このときの k の値を求めよ。

高卒認定対策 No.32　2次関数の判別式　　　(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　　　)

例 2次関数 $y = x^2 + 6x + k$ のグラフが x 軸と接するとき，k の値を求めよ。　H20 第1回

$y = x^2 + 6x + k = (x + 3)^2 + k - 9$　（2乗，÷2）

頂点が $(-3, k - 9)$ になる。

x 軸 $(y = 0)$ と接するときは，頂点の y 座標が 0 になる。よって，$k - 9 = 0$ になり，$\underline{k = 9}$

※異なる2点で交わるときは，頂点の y 座標は 0 より小さくなる。$k - 9 < 0$ より，$k < 9$

※共有点を持たないときは，頂点の y 座標は 0 より大きくなる。$k - 9 > 0$ より，$k > 9$

別解　$x^2 + 6x + k = 0$ とすると，（x 軸は $y = 0$）

（$ax^2+bx+c=0$ より，$a=1,\ b=6,\ c=k$）

x 軸と接するときは，判別式 $D = 0$ になる。

判別式 $D = b^2-4ac = 6^2 - 4\times1\times k = 0$

$36 - 4k = 0$ より，$k = 9$

※異なる2点で交わるときは，$D > 0$

$36 - 4k > 0$ より，$k < 9$

※共有点をもたないときは，$D < 0$

$36 - 4k < 0$ より，$k > 9$

(1) 2次関数 $y = x^2 - 2x + k$ のグラフが x 軸と接するとき，k の値を求めよ。

(2) 2次関数 $y = (x - 2)^2 + k + 3$ のグラフと x 軸と異なる2点で交わるとき，k の値の範囲を求めよ。　H21 第1回

(3) 2次関数 $y = x^2 - 4x + k$ のグラフが x 軸と共有点をもたないとき，k の値の範囲を求めよ。

例 2次関数 $y = x^2 + 2x + 7$ のグラフと x 軸との共有点の個数を求めよ。　H19 第1回

$y = x^2 + 2x + 7 = (x + 1)^2 + 7 - 1$　（2乗，÷2）

$= (x - 1)^2 + 6$

頂点は $(1, 6)$ になり x 軸の上側にある。

よって，$\underline{共有点の個数は\ 0\ 個}$

別解　$x^2 + 2x + 7 = 0$ とすると，（x 軸は $y = 0$）

（$ax^2+bx+c=0$ より，$a=1,\ b=2,\ c=7$）

判別式 $D = b^2-4ac = 2^2-4\times1\times7 = -24$

$D < 0$ より，$\underline{共有点の個数は\ 0\ 個}$

※ $D > 0$ のときは 2 個，$D = 0$ のときは，1 個

(4) 2次関数 $y=x^2-4x+2$ のグラフと x 軸との共有点の個数を求めよ。　H21 第2回再

(5) 2次関数 $y=x^2+6x+9$ のグラフと x 軸との共有点の個数を求めよ。　H21 第1回再

例 2次関数 $y=2x^2-7x+4$ のグラフと x 軸との共有点の x 座標を求めよ。　H20 第2回

$ax^2+bx+c=0$ のとき $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

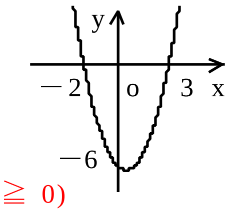
$a = 2,\ b = -7,\ c = 4$

$x = \dfrac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4\times2\times4}}{2\times2} = \underline{\dfrac{7 \pm \sqrt{17}}{4}}$

(6) 2次関数 $y=2x^2+x-15$ のグラフと x 軸との共有点の座標を求めよ。　H21 第2回

高卒認定対策 No.33　2次不等式　　　(　　)組(　　)番(　　　　　　　　　　)

例　次の図は２次関数 $y = x^2 - x - 6$ のグラフである。
２次不等式 $x^2 - x - 6 \geqq 0$ の解を求めよ。H19 第2回



$x^2 - x - 6 = 0$

$(x+2)(x-3) = 0$ より，

y 軸との交点は $x = -2, 3$

グラフが x 軸以上になるのは　$(y \geqq 0)$

$x \leqq -2,\ 3 \leqq x$

グラフが x 軸より大きくなるのは　$(y > 0)$

$x < -2,\ 3 < x$

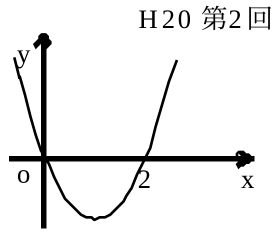
グラフが x 軸より小さくなるのは　$(y < 0)$

$-2 < x < 3$

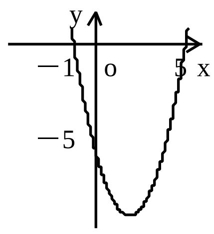
グラフが x 軸以下になるのは　$(y \leqq 0)$

$-2 \leqq x \leqq 3$

(1) ２次不等式 $x^2 - 2x > 0$ の解を求めよ。
H20 第2回



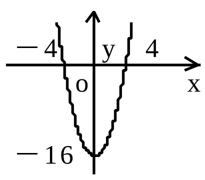
(2) ２次不等式 $x^2 - 4x - 5 > 0$ の解を求めよ。
H21 第1回



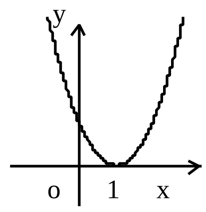
(3) ２次不等式 $(x-2)(x+1) \leqq 0$ の解を求めよ。
H21 第1回再

(4) ２次不等式 $x(x+4) \geqq 0$ の解を求めよ。
H21 第2回

(5) ２次不等式 $x^2 - 16 \geqq 0$ の解を求めよ。
H21 第2回再



例　次の図は２次関数 $y = (x-1)^2$ のグラフである。
２次不等式 $(x-1)^2 \geqq 0$ の解を求めよ。　H18 第1回



$(x-1)^2 = 0$ を解き，

$x = 1$ で x 軸と接する。

グラフが x 軸以上になるのは

すべての実数

※グラフが x 軸より大きくなるのは　(> 0)

$x < 1,\ 1 < x$

※グラフが x 軸以下になるのは　$(\leqq 0)$

$x = 1$

※グラフが x 軸より小さくなるのは　(< 0)

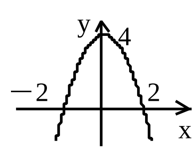
なし

(6) ２次不等式 $(x+2)^2 \leqq 0$ の解を求めよ。

(7) ２次不等式 $x^2 + 2x + 1 < 0$ の解を求めよ。

(8) ２次不等式 $x^2 - 2x + 1 > 0$ の解を求めよ。

(9) ２次不等式 $-x^2 + 4 < 0$ の解を求めよ。



(10) 次の図は２次関数 $y = x^2 - 2x + 2$ のグラフである。
２次不等式 $x^2 - 2x + 2 > 0$ の解を求めよ。