

1. 直方体OABC-RSPQにおいて、次の問いに答えよ。

例題

(1) 点Cの座標を求めよ。

C(0, sqrt(3), 0)

(2) 次の内積を求めよ。

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CQ}$

$= \sqrt{3} \times 1 \times \cos 90^\circ$

$= \sqrt{3} \times 1 \times 0 = \underline{0}$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{SQ}$

$= \sqrt{3} \times 2 \times \cos 30^\circ$

$= \sqrt{3} \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \underline{3}$

$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{RP}$

$= 1 \times 2 \times \cos 60^\circ$

$= 1 \times 2 \times \frac{1}{2}$

$= \underline{1}$

問題

(1) 点Cの座標を求めよ。

(2) 次の内積を求めよ。

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CQ}$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{SQ}$

$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{RP}$

2. 次のベクトルの内積を求めよ。

例題

① $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$

$= 2 \times \sqrt{2} \times \cos 45^\circ = 2 \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$= \underline{2}$

問題

①

例題

② $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$

$= 1 \times (-2) + 2 \times 3 + 3 \times 1 = \underline{7}$

問題

②

3. 次のベクトルのなす角 θ を求めよ。

例題

$\overrightarrow{a} = (0, 1, 1), \overrightarrow{b} = (1, 2, 1)$

$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 0 \times 1 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 3$

$|\overrightarrow{a}| = \sqrt{0^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

$|\overrightarrow{b}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{6}$

$\cos \theta = \frac{\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}}{|\overrightarrow{a}| |\overrightarrow{b}|} = \frac{3}{\sqrt{2} \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

よって、 $\theta = \underline{30^\circ}$

問題

① $\overrightarrow{a} = (3, 4, 5), \overrightarrow{b} = (-1, 2, 2)$

問題

② $\overrightarrow{a} = (1, 1, 2), \overrightarrow{b} = (-2, 4, 2)$

問題

③ $\overrightarrow{a} = (1, 2, 3), \overrightarrow{b} = (0, 3, -2)$

4. \overrightarrow{a} と \overrightarrow{b} が垂直になるように x の値を定めよ。

例題

$\overrightarrow{a} = (2, 0, 1), \overrightarrow{b} = (3, 4, x)$

$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2 \times 3 + 0 \times 4 + 1 \times x = 0$

$6 + x = 0 \quad \therefore x = \underline{-6}$

問題

$\overrightarrow{a} = (1, 2, 1), \overrightarrow{b} = (0, 1, x)$

1. 直方体OABC-RSPQにおいて、次の問いに答えよ。

例題

(1) 点Sの座標を求めよ。

$S(1, \sqrt{3}, 0)$

(2) 次の内積を求めよ。

$\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CQ}$

$= 1 \times 1 \times \cos 90^\circ$

$= 1 \times 1 \times 0 = \underline{0}$

$\overrightarrow{AR} \cdot \overrightarrow{BC}$

$= \sqrt{2} \times 1 \times \cos 45^\circ$

$= \sqrt{2} \times 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$= \underline{1}$

$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BO}$

$= 1 \times 2 \times \cos 120^\circ$

$= 1 \times 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$

$= \underline{-1}$

問題

(1) 点Sの座標を求めよ。

(2) 次の内積を求めよ。

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CQ}$

$\overrightarrow{AR} \cdot \overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{PA}$

2. 次のベクトルの内積を求めよ。

例題

① $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$

$= 4 \times \sqrt{3} \times \cos 45^\circ = 4 \times \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$= \underline{2\sqrt{6}}$

問題

①

例題

② $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$

$= 1 \times 1 + 1 \times 2 + 0 \times 1 = \underline{3}$

問題

②

3. 次のベクトルのなす角 θ を求めよ。

例題

$\overrightarrow{a} = (1, 1, 0), \overrightarrow{b} = (-2, 2, 1)$

$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 1 \times (-2) + 1 \times 2 + 0 \times 1 = 0$

$|\overrightarrow{a}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{2}$

$|\overrightarrow{b}| = \sqrt{(-2)^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{9} = 3$

$\cos \theta = \frac{\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}}{|\overrightarrow{a}| |\overrightarrow{b}|} = \frac{0}{\sqrt{2} \times 3} = 0$

よって、 $\theta = \underline{90^\circ}$

問題

① $\overrightarrow{a} = (1, 2, 3), \overrightarrow{b} = (2, -3, -1)$

問題

② $\overrightarrow{a} = (1, 1, -2), \overrightarrow{b} = (-2, -2, 4)$

問題

③ $\overrightarrow{a} = (2, 1, 2), \overrightarrow{b} = (4, -3, 5)$

4. \overrightarrow{a} と \overrightarrow{b} が垂直になるように x の値を定めよ。

例題

$\overrightarrow{a} = (2, 1, 1), \overrightarrow{b} = (3, 2, x)$

$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2 \times 3 + 1 \times 2 + 1 \times x = 0$

$8 + x = 0 \quad \therefore x = \underline{-8}$

問題

$\overrightarrow{a} = (2, 3, 1), \overrightarrow{b} = (2, -1, x)$

1. 直方体 OABC-RSPQ において、次の問いに答えよ。

例題

$P(\sqrt{3}, 1, 1)$

(1) 点 Q の座標を求めよ。

$Q(0, 1, 1)$

(2) 次の内積を求めよ。

$\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CQ}$

$= \sqrt{3} \times 1 \times \cos 90^\circ$

$= 1 \times 1 \times 0 = \underline{0}$

$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$

$= \sqrt{3} \times 2 \times \cos 30^\circ$

$= \sqrt{3} \times 2 \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$= \underline{-3}$

$\overrightarrow{SQ} \cdot \overrightarrow{BA}$

$= 2 \times 1 \times \cos 120^\circ$

$= 2 \times 1 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$

$= \underline{-1}$

問題

$P(1, \sqrt{3}, 1)$

(1) 点 Q の座標を求めよ。

(2) 次の内積を求めよ。

$\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CQ}$

$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$

$\overrightarrow{SQ} \cdot \overrightarrow{OA}$

2. 次のベクトルの内積を求めよ。

例題

① $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = \sqrt{2}, \vec{a} \text{ と } \vec{b} \text{ のなす角 } 135^\circ$

$\vec{a} \cdot \vec{b}$

$= 2 \times \sqrt{2} \times \cos 135^\circ = 2 \times \sqrt{2} \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$= \underline{-2}$

問題

① $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = \sqrt{3}, \vec{a} \text{ と } \vec{b} \text{ のなす角 } 30^\circ$

例題

② $\vec{a} = (1, 4, 1), \vec{b} = (-1, 2, 2)$

$\vec{a} \cdot \vec{b}$

$= 1 \times (-1) + 4 \times 2 + 1 \times 2 = \underline{9}$

問題

② $\vec{a} = (3, 4, 5), \vec{b} = (-1, 2, 2)$

3. 次のベクトルのなす角 θ を求めよ。

例題

$\vec{a} = (2, 2, 1), \vec{b} = (0, 1, 1)$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \times 0 + 2 \times 1 + 1 \times 1 = 3$

$|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{9} = 3$

$|\vec{b}| = \sqrt{0^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{3}{3 \times \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

よって、 $\theta = \underline{45^\circ}$

問題

① $\vec{a} = (2, 2, 0), \vec{b} = (1, 2, 1)$

問題

② $\vec{a} = (2, 1, 2), \vec{b} = (4, -3, 5)$

問題

③ $\vec{a} = (2, 1, 1), \vec{b} = (1, 2, -1)$

4. \vec{a} と \vec{b} が垂直になるように x の値を定めよ。

例題

$\vec{a} = (1, 0, 1), \vec{b} = (-2, 1, x)$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \times (-2) + 0 \times 1 + 1 \times x = 0$

$-2 + x = 0 \quad \therefore x = \underline{2}$

問題

$\vec{a} = (1, 2, 3), \vec{b} = (x, 0, -1)$