

1. 2点A, Bについて、次のものを求めよ。

例題 A(0, 1, 2), B(3, 4, -1) について答えよ。

(1)A, B間の距離を求めよ。

$$AB = \sqrt{(3 - 0)^2 + (4 - 1)^2 + (-1 - 2)^2}$$
$$= \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

(2)線分ABを2:1に内分する点の座標を求めよ。

$$\left(\frac{1 \times 0 + 2 \times 3}{2 + 1}, \frac{1 \times 1 + 2 \times 4}{2 + 1}, \frac{1 \times 2 + 2 \times (-1)}{2 + 1} \right)$$
$$= (2, 3, 0)$$

(3)線分ABを2:1に外分する点の座標を求めよ。

$$\left(\frac{-1 \times 0 + 2 \times 3}{2 - 1}, \frac{-1 \times 1 + 2 \times 4}{2 - 1}, \frac{-1 \times 2 + 2 \times (-1)}{2 - 1} \right)$$
$$= (6, 7, -4)$$

問題 A(3, 4, 5), B(-3, 1, -1) について答えよ。

(1)A, B間の距離を求めよ。

(2)線分ABを2:1に内分する点の座標を求めよ。

(3)線分ABを2:1に外分する点の座標を求めよ。

3. 次のような球面の方程式を求めよ。

例題 点(0, 1, -2)を中心とする半径 $\sqrt{5}$ の球面

①
$$(x - 0)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = (\sqrt{5})^2$$
$$\underline{x^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 5}$$

問題 点(1, 2, -2)を中心とする半径3の球面

①

例題 点A(0, 2, -4)を中心とし、点B(1, 3, -5)を通る球面

②

$$AB = \sqrt{(1 - 0)^2 + (3 - 2)^2 + (-5 + 4)^2} = \sqrt{3}$$
$$(x - 0)^2 + (y - 2)^2 + (z + 4)^2 = (\sqrt{3})^2$$
$$\underline{x^2 + (y - 2)^2 + (z + 4)^2 = 3}$$

問題 点A(2, -2, 5)を中心とし、点B(2, -4, 6)を通る球面

②

例題 2点A(0, 1, -2), B(4, 3, 2)を直径とする球面

③ 線分ABの中点Cが球の中心になる。

$$C\left(\frac{0 + 4}{2}, \frac{1 + 3}{2}, \frac{-2 + 2}{2} \right) = (2, 2, 0)$$
$$CB = \sqrt{(4 - 2)^2 + (3 - 2)^2 + (2 - 0)^2} = \sqrt{9}$$
$$(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 0)^2 = (\sqrt{9})^2$$
$$\underline{(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 9}$$

問題 2点A(3, 2, -1), B(5, 0, 3)を直径とする球面

③

2. 点Pを通り、次の平面に平行な平面の方程式を求めよ。

例題 P(2, 6, 4)	問題 P(3, 1, 2)
① xy平面に平行な平面 $\underline{z = 4}$	① xy平面に平行な平面
② yz平面に平行な平面 $\underline{x = 2}$	② yz平面に平行な平面

1. 2点A, Bについて、次のものを求めよ。

例題 A(0, 1, 1), B(3, 1, -2) について答えよ。
(1)A, B間の距離を求めよ。

$$AB = \sqrt{(3 - 0)^2 + (1 - 1)^2 + (-2 - 1)^2}$$
$$= \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

(2)線分ABを1:2に内分する点の座標を求めよ。

$$\left(\frac{2 \times 0 + 1 \times 3}{1 + 2}, \frac{2 \times 1 + 1 \times 1}{1 + 2}, \frac{2 \times 1 + 1 \times (-2)}{1 + 2} \right)$$
$$= (1, 1, 0)$$

(3)線分ABを1:2に外分する点の座標を求めよ。

$$\left(\frac{-2 \times 0 + 1 \times 3}{1 - 2}, \frac{-2 \times 1 + 1 \times 1}{1 - 2}, \frac{-2 \times 1 + 1 \times (-2)}{1 - 2} \right)$$
$$= (-3, 1, 2)$$

問題 A(3, 2, 4), B(3, 5, -2) について答えよ。
(1)A, B間の距離を求めよ。

(2)線分ABを1:2に内分する点の座標を求めよ。

(3)線分ABを1:2に外分する点の座標を求めよ。

3. 次のような球面の方程式を求めよ。

例題 点(0, 2, -4)を中心とする半径 $\sqrt{3}$ の球面
①
$$(x - 0)^2 + (y - 2)^2 + (z + 4)^2 = (\sqrt{3})^2$$
$$\underline{x^2 + (y - 2)^2 + (z + 4)^2 = 3}$$

問題 点(2, 0, -1)を中心とする半径2の球面
①

例題 点A(0, 1, -2)を中心とし、点B(1, 3, -4)を通る球面
②
$$AB = \sqrt{(0 - 1)^2 + (1 - 3)^2 + (-2 + 4)^2} = 3$$
$$(x - 0)^2 + (y - 2)^2 + (z + 4)^2 = 3^2$$
$$\underline{x^2 + (y - 2)^2 + (z + 4)^2 = 9}$$

問題 点A(1, -1, 2)を中心とし、点B(1, -3, 4)を通る球面
②

例題 2点A(0, 1, -3), B(2, 5, 3)を直径とする球面
③ 線分ABの中点Cが球の中心になる。
$$C\left(\frac{0 + 2}{2}, \frac{1 + 5}{2}, \frac{-3 + 3}{2}\right) = (1, 3, 0)$$
$$CB = \sqrt{(2 - 1)^2 + (5 - 3)^2 + (3 - 0)^2} = \sqrt{14}$$
$$(x - 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 0)^2 = (\sqrt{14})^2$$
$$\underline{(x - 1)^2 + (y - 3)^2 + z^2 = 14}$$

問題 2点A(5, 1, 0), B(3, 1, 4)を直径とする球面
③

2. 点Pを通り、次の平面に平行な平面の方程式を求めよ。

例題 P(3, 1, 2)	問題 P(6, 2, 4)
① xy 平面に平行な平面 $\underline{z = 2}$	① xy 平面に平行な平面
② yz 平面に平行な平面 $\underline{x = 3}$	② yz 平面に平行な平面

1. 2 点 A, B について、次のものを求めよ。

例題 A(1, 0, 3), B(4, 3, -3) について答えよ。

(1)A, B 間の距離を求めよ。

AB = $\sqrt{(4 - 1)^2 + (3 - 0)^2 + (-3 - 3)^2}$
= $\sqrt{54} = 3\sqrt{6}$

(2)線分 AB を 2 : 1 に内分する点の座標を求めよ。

$\left(\frac{1 \times 1 + 2 \times 4}{2 + 1}, \frac{1 \times 0 + 2 \times 3}{2 + 1}, \frac{1 \times 3 + 2 \times (-3)}{2 + 1} \right)$
= (3, 2, -1)

(3)線分 AB を 2 : 1 に外分する点の座標を求めよ。

$\left(\frac{-1 \times 1 + 2 \times 4}{2 - 1}, \frac{-1 \times 0 + 2 \times 3}{2 - 1}, \frac{-1 \times 3 + 2 \times (-3)}{2 - 1} \right)$
= (7, 6, -9)

問題 A(3, 3, 3), B(-3, 3, 0) について答えよ。

(1)A, B 間の距離を求めよ。

(2)線分 AB を 2 : 1 に内分する点の座標を求めよ。

(3)線分 AB を 2 : 1 に外分する点の座標を求めよ。

3. 次のような球面の方程式を求めよ。

例題 点(1, 0, -2)を中心とする半径 2 の球面

① $(x - 1)^2 + (y - 0)^2 + (z + 2)^2 = 2^2$
 $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 4$

問題 点(1, 0, -2)を中心とする半径 3 の球面

①

例題 点 A(0, 1, -2)を中心とし、点 B(1, 0, -3)を

② 通る球面

AB = $\sqrt{(1 - 0)^2 + (0 - 1)^2 + (-3 + 2)^2} = \sqrt{3}$
 $(x - 0)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = (\sqrt{3})^2$
 $x^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 3$

問題 点 A(2, -1, 5)を中心とし、点 B(2, -2, 5)を

② 通る球面

例題 2 点 A(0, 1, 2), B(2, 3, 4)を直径とする球面

③ 線分 AB の中点 C が球の中心になる。

$C\left(\frac{0 + 2}{2}, \frac{1 + 3}{2}, \frac{2 + 4}{2} \right) = (1, 2, 3)$
CB = $\sqrt{(2 - 1)^2 + (3 - 2)^2 + (4 - 3)^2} = \sqrt{3}$
 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = (\sqrt{3})^2$
 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 3$

問題 2 点 A(1, 2, 3), B(1, 4, 7)を直径とする球面

③

2. 点 P を通り、次の平面に平行な平面の方程式を求めよ。

例題 P(1, 2, 3)	問題 P(2, 3, 4)
① xy 平面に平行な平面 <u>$z = 3$</u>	① xy 平面に平行な平面
② yz 平面に平行な平面 <u>$x = 1$</u>	② yz 平面に平行な平面