

1. 互除法を用いて，最大公約数を求めよ。  
Find the greatest common divisor using Euclid's algorithm of mutual division.

例題	問題
<p>23 と 5 の最大公約数</p> <p><math>23 = 5 \times 4 + 3</math></p> <p><math>5 = 3 \times 1 + 2</math></p> <p><math>3 = 2 \times 1 + 1</math></p> <p><math>2 = 1 \times 2 + 0</math></p> <p>最大公約数は <u>1</u></p>	<p>13 と 7 の最大公約数</p>
<p>40 と 12 の最大公約数</p> <p><math>40 = 12 \times 3 + 4</math></p> <p><math>12 = 4 \times 3 + 0</math></p> <p>最大公約数は <u>4</u></p>	<p>25 と 10 の最大公約数</p>

2. 互いに素な整数  $a, b$  を用いて， $ax + by = 1$  となる整数  $x, y$  の組を見つけよ。  
Find a pair of integers  $x$  and  $y$  such that  $ax + by = 1$ , using mutually prime integers  $a$  and  $b$ .

<p>例題 「<math>23x + 21y = 1</math>」</p> <p><math>23 = 21 \times 1 + 2</math> より <math>2 = 23 - 21 \times 1</math></p> <p><math>21 = 2 \times 10 + 1</math> より <math>1 = 21 - 2 \times 10</math></p> <p><math>1 = 21 - (23 - 21 \times 1) \times 10 = 21 - 23 \times 10 + 21 \times 10</math></p> <p><math>1 = 21 \times 11 - 23 \times 20 = 23 \times (-10) + 21 \times 11</math></p> <p><u><math>x = -10, y = 11</math></u></p> <p>(<math>23</math> の倍数 <math>23, 46, 69, 92, 115, 138, 161, 184, 207, 230</math> <math>21</math> の倍数 <math>21, 42, 63, 84, 105, 126, 147, 168, 189, 210, 231</math>)</p>	<p>問題 「<math>23x + 17y = 1</math>」</p>
---	--

3. 次の不定方程式の整数解を求めなさい。  $k$  は整数  
Find an integer solution to the following indefinite equation.  $k$  is an integer

<p>例題 「<math>23x = 21y</math>」</p> <p>(両辺とも <math>23</math> と <math>21</math> の倍数であるから)</p> <p><math>23x = 21y = 23 \times 21 \times k</math></p> <p><u><math>x = 21k, y = 23k</math></u></p> <p>Since both sides are common multiples of 21 and 23</p>	<p>問題 「<math>23x = 17y</math>」</p>
---	------------------------------------

4. 次の不定方程式の整数解を求めなさい。  
Find an integer solution to the following indefinite equation.  $k$  is an integer

<p>例題 「<math>23x + 21y = 1</math>」</p> <p><math>23x + 21y = 1</math> の整数解は <math>x = -10, y = 11</math> より</p> <p><math>23 \times (-10) + 21 \times 11 = 1</math></p> <p>この式を元の式から引くと，</p> <p><math>23(x + 10) + 21(y - 11) = 0</math></p> <p><math>23(x + 10) = -21(y - 11) = 21 \times 23 \times k</math> (<math>k</math> は整数)</p> <p><math>x + 10 = 21k</math> より <math>x = 21k - 10</math></p> <p><math>y - 11 = -23k</math> より <math>y = -23k + 11</math></p> <p><u><math>x = 21k - 10, y = -23k + 11</math></u> (<math>k</math> は整数)</p>	<p>問題 「<math>23x + 17y = 1</math>」</p>
--	--

1. 互除法を用いて、最大公約数を求めよ。

3. 次の不定方程式の整数解を求めなさい。  $k$  は整数

例題	問題
<p>60 と 19 の最大公約数</p> <p><math>60 = 19 \times 3 + 3</math></p> <p><math>19 = 3 \times 6 + 1</math></p> <p><math>3 = 1 \times 3 + 0</math></p> <p>最大公約数は <u>1</u></p>	<p>22 と 9 の最大公約数</p>
<p>60 と 48 の最大公約数</p> <p><math>60 = 48 \times 1 + 12</math></p> <p><math>48 = 12 \times 4 + 0</math></p> <p>最大公約数は <u>12</u></p>	<p>60 と 40 の最大公約数</p>

2. 互いに素な整数  $a, b$  を用いて、 $ax + by = 1$  となる整数  $x, y$  の組を見つけよ。

<p>例題 「<math>17x + 15y = 1</math>」</p> <p><math>17 = 15 \times 1 + 2</math> より <math>2 = 17 - 15 \times 1</math></p> <p><math>15 = 2 \times 7 + 1</math> より <math>1 = 15 - 2 \times 7</math></p> <p><math>1 = 15 - (17 - 15 \times 1) \times 7 = 15 - 17 \times 7 + 15 \times 7</math></p> <p><math>1 = 15 \times 8 - 17 \times 7 = 17 \times (-7) + 15 \times 8 = 1</math></p> <p><u><math>x = -7, y = 8</math></u></p> <p>17 の倍数 17,34,51,68,85,102,119,136,153,170</p> <p>15 の倍数 15,30,45,60,75,90,105,120,135,150,65</p>	<p>問題 「<math>17x + 13y = 1</math>」</p>
--	--

<p>例題 「<math>17x = 15y</math>」</p> <p>両辺とも 17 と 15 の倍数であるから</p> <p><math>17x = 15y = 17 \times 15 \times k</math></p> <p><u><math>x = 15k, y = 17k</math></u></p>	<p>問題 「<math>17x = 13y</math>」</p>
---	------------------------------------

4. 次の不定方程式の整数解を求めなさい。

<p>例題 「<math>17x + 15y = 1</math>」</p> <p><math>17x + 15y = 1</math> の整数解は <math>x = -7, y = 8</math> より</p> <p><math>17 \times (-7) + 15 \times 8 = 1</math></p> <p>この式を元の式から引くと、</p> <p><math>17(x + 7) + 15(y - 8) = 0</math></p> <p><math>17(x + 7) = -15(y - 8) = 17 \times 15 \times k</math> (<math>k</math> は整数)</p> <p><math>x + 7 = 15k</math> より <math>x = 15k - 7</math></p> <p><math>y - 8 = -17k</math> より <math>y = -17k + 8</math></p> <p>Ans. <u><math>x = 15k - 7, y = -17k + 8</math></u> (<math>k</math> は整数)</p>	<p>問題 「<math>17x + 13y = 1</math>」</p>
---	--

1. 次の不定方程式の整数解を求めなさい。(kは整数)

例題	問題
<div>「<math>6x = 5y</math>」</div> <div>両辺とも6と5の倍数であるから</div> <div><math>6x = 5y = 6 \times 5 \times k = 30k</math></div> <div><u><math>x = 5k, y = 6k</math></u></div>	<div>「<math>7x = 6y</math>」</div>

2. 次の不定方程式の整数解を求めなさい。

例題
<div>「<math>6x - 5y = 1</math>」</div> <div><math>6x - 5y = 1</math>の整数解は <math>x = 1, y = 1</math> より</div> <div><math>6 \times 1 - 5 \times 1 = 1</math></div> <div>この式を元の式から引くと,</div> <div><math>6(x - 1) - 5(y - 1) = 0</math></div> <div><math>6(x - 1) = 5(y - 1) = 30k</math> (kは整数)</div> <div><math>x - 1 = 5k</math> より <math>x = 5k + 1</math></div> <div><math>y - 1 = 6k</math> より <math>y = 6k + 1</math></div> <div>Ans. <u><math>x = 5k + 1, y = 6k + 1</math></u> (kは整数)</div>
問題
<div>「<math>7x - 6y = 1</math>」</div>

3. 次の不定方程式の整数解を求めなさい。kは整数

例題	問題
<div>「<math>7x + 5y = 0</math>」</div> <div><math>7x = -5y</math></div> <div><math>7x = -5y = 7 \times 5 \times k</math></div> <div><math>7x = -5y = 35 \times k</math></div> <div><u><math>x = 5k, y = -7k</math></u></div>	<div>「<math>5x + 3y = 0</math>」</div>

4. 次の不定方程式の整数解を求めなさい。

例題
<div>「<math>7x + 5y = 1</math>」</div> <div><math>7x + 5y = 1</math>の整数解は <math>x = 3, y = -4</math> より</div> <div><math>7 \times 3 + 5 \times (-4) = 1</math></div> <div>この式を元の式から引くと,</div> <div><math>7(x - 3) + 5(y + 4) = 0</math></div> <div><math>7(x - 3) = -5(y + 4) = 7 \times 5 \times k</math> (kは整数)</div> <div><math>x - 3 = 5k</math> より <math>x = 5k + 3</math></div> <div><math>y + 4 = -7k</math> より <math>y = -7k - 4</math></div> <div>Ans. <u><math>x = 5k + 3, y = -7k - 4</math></u> (kは整数)</div>
問題
<div>「<math>5x + 3y = 1</math>」</div>

1. 次の不定方程式の整数解を求めなさい。  $k$ は整数

例題	問題
<div>「<math>4x = 7y</math>」 <div><div>両辺とも4と7の倍数であるから</div><div><math>4x = 7y = 4 \times 7 \times k = 28k</math></div><div><math>x = 7k, y = 4k</math></div></div></div>	<div>「<math>8x = 3y</math>」</div>

2. 次の不定方程式の整数解を求めなさい。

例題
<div>「<math>4x - 7y = 1</math>」 <math>4x - 7y = 1</math>の整数解は <math>x = 2, y = 1</math> より <math>4 \times 2 - 7 \times 1 = 1</math> この式を元の式から引くと, <math>4(x - 2) - 7(y - 1) = 0</math> <math>4(x - 2) = 7(y - 1) = 4 \times 7 \times k</math> (<math>k</math>は整数) <math>x - 2 = 7k</math> より <math>x = 7k + 2</math> <math>y - 1 = 4k</math> より <math>y = 4k + 1</math> <math>Ans.</math> <math>x = 7k + 2, y = 4k + 1</math> (<math>k</math>は整数)</div>
問題
<div>「<math>8x - 3y = 1</math>」</div>

3. 次の不定方程式の整数解を求めなさい。  $k$ は整数

例題	問題
<div>「<math>7x + 2y = 0</math>」 <div><div><math>7x = -2y</math></div><div><math>7x = -2y = 7 \times 2 \times k</math></div><div><math>7x = -2y = 14 \times k</math></div></div><div><math>x = 2k, y = -7k</math></div></div>	<div>「<math>8x + 5y = 0</math>」</div>

4. 次の不定方程式の整数解を求めなさい。

例題
<div>「<math>7x + 2y = 1</math>」 <math>7x + 2y = 1</math>の整数解は <math>x = -1, y = 4</math> より <math>7 \times (-1) + 2 \times 4 = 1</math> この式を元の式から引くと, <math>7(x + 1) + 2(y + 4) = 0</math> <math>7(x + 1) = -2(y + 4) = 7 \times 2 \times k</math> (<math>k</math>は整数) <math>x + 1 = 2k</math> より <math>x = 2k - 1</math> <math>y + 4 = -7k</math> より <math>y = -7k - 4</math> <math>Ans.</math> <math>x = 2k - 1, y = -7k - 4</math> (<math>k</math>は整数)</div>
問題
<div>「<math>8x + 5y = 1</math>」</div>